

## ユーグリッド距離における Critical Cut の効率的生成方法

濱 利行 江藤 博明

(株) 日本アイ・ビー・エム 東京基礎研究所

本稿ではプリント基板での配線可能性検証を行うための Critical Cut の効率的な生成方法について述べる。自動配線を位相配線と物理配線の 2 段階で実現する場合には、位相配線結果が実際に物理配線へ変換できるかの検証が必要となり、これを配線可能性検証という。ユーグリッド距離では、すべての Critical Cut を検証すれば十分であることが知られているが、Critical Cut の数はほぼ端子数の 2 乗に比例するので、計算量としては大きい。そこで、多角形配線規則の場合に用いられる Shadowing の手法に類似した手法をユーグリッド距離での配線規則に適用した。その手法と実際の基板による実験結果について述べる

## An efficient critical cut generation in the Euclidian distance

Toshiyuki Hama Hiroaki Etoh

IBM Research, Tokyo Research Laboratory

This article describes a method for an efficient critical cut generation in the Euclidian distance. When we divided a routing task into a topological routing and a physical routing, we need to check the routability of a given topological routing pattern before the physical routing phase. In the Euclid distance we need to check all the critical cuts, but the number of the critical cuts are proportional to the square of the number of terminals. Therefore we applied a shadowing method similar to the shadowing in a polygonal wiring rule in order to improve the complexity of critical cut generation. We describe the algorithm and discuss results of the experiments.

## 1 はじめに

プリント基板等の自動配線の方法として、概略配線で位相的な配線を行い、その後、詳細配線で物理的な配線の位置を決定する方法がある。この方法では、概略配線の段階で位相的な配線経路だけを探索するため、物理的位置を逐次決定しながら配線する方法に比べて、配線経路の探索空間が小さくてすむという利点がある。一方、概略配線では配線の正確な物理的位置を決定していないので、与えられた位相的な配線が詳細配線の段階で設計規則を満たした物理的な配線へ変換可能であるかを確かめる必要がある。この物理配線への変換可能性の検証を、配線可能性検証と呼ぶ。

位相配線、配線可能性検証、物理配線の順で自動配線を行う方法は、Leiserson と Maley に負うところが大きく [4]、彼らは配線可能性の必要十分条件として、「すべての Critical Cut の容量が、これを横切る配線の配線幅の総和よりも大きければ、位相的に等価な物理配線が存在する」ということを示した。そこで、配線可能性検証を行うには、Critical Cut とそれを横切る配線の同定が要件となる。多角形が単位円となるような距離を使用する場合 (90 度配線、45 度配線等で以下多角形配線規則と呼ぶ) には、Critical Cut を同定せずに配線の間隔を局部的に必要量広げてみることにより検証する方法 [2, 7] もある。しかし、我々は自由角度での配線システムを対象としており、ユークリッド距離での配線可能性検証を念頭に置いて、本稿では Critical Cut を用いた方法についてだけ考える。

Critical Cut の数は、配線領域の端子数のほぼ 2 乗に比例する。Critical Cut とそれを横切る配線の数を同時に求めるには、各端子のからの平面走査法を用いると、端子数  $N$  に対して  $O(N^2 \log N)$  の計算量を必要とする。これに対して、多角形配線規則の場合には、Shadowing という手法で不必要な端子を平面走査の対象から外して高速化を図る方法がある [6]。ユークリッド距離の場合には、Shadowing の手法は使えないのだが、配線の最大フローを見積もることにより同様の手法で不必要な端子を除外し、処理速度を改善することが可能である。次節以降では、まず Critical Cut と配線可能性について簡単に述べ、続いてユークリッド距離での Shadowing 手法について述べる。最後にいくつかのプリント基板へ Shadowing 手法を適用した実験結果を示し、提案す

る Shadowing 手法の効果について議論する。

## 2 配線可能性と Critical Cut

配線領域内の端子、禁止領域を対象物と呼ぶことにすると、Cut とは、2つの対象物それぞれに含まれる2点  $p, q$  を結ぶ見通せる線分  $\overline{pq}$  であり、Cut の中で最短のものがその2つの対象物間の Critical Cut である。距離の取り方により最短の線分は異なる場合があるので、Critical Cut も距離の定義に依存する。以下では、Cut  $\overline{pq}$  の長さを容量と呼び  $\text{Cap}(\overline{pq})$  と記述し、Cut  $\overline{pq}$  を横切る配線の配線幅の総和 (配線間のクリアランスも含む) を配線フローと呼び  $\text{Flow}(\overline{pq})$  と記述することにする。

与えられた配線の配線可能性については、Leiserson と Maley [4] による次のような結果がある。

すべての Critical Cut  $\overline{pq}$  に対して、

$$\text{Cap}(\overline{pq}) \geq \text{Flow}(\overline{pq}) \quad (1)$$

が成立すれば、配線可能である。

しかしながら、Critical Cut の数は対象物の数  $N$  に対して  $O(N^2)$  であるから、すべての Critical Cut を調べるのは計算量としては大きい。

我々は、配線領域を三角形分割し、それぞれの三角形の辺の配線フローの上限を見積もることで、与えられたネットリストをすべて結線したとしても配線フローが容量を越えることがない Critical Cut を配線可能性検証の対象から外す方法について報告した [8]。以下にその方法を簡単に述べる。

### 2.1 検証に不要な Critical Cut の同定

端子を点とみなして、禁止領域の境界を制約枝として、配線領域を Constrained Delauney Triangulation [1, 5] により三角形に分割する。分割された三角形の各辺は Critical Cut に対応しているので、Cut  $\overline{pq}$  の配線フローの上限を  $\text{Maxflow}(\overline{pq})$  と記述することにする。すべての三角形の辺の配線フローの上限 (Maxflow) を次の手順により求める。

#### (1) 初期値の設定

- 三角形の辺  $\overline{bc}$  が制約枝の場合 (図 1 の左)、または  $\text{Cap}(\overline{bc})$  がもっとも細い配線 1 本分の配線フ

ローにも満たない場合、この辺を横切る配線は存在しないので、  
 $\text{Maxflow}(\overline{bc}) = 0$

- 三角形の辺 $\overline{bc}$ が制約枝で、頂点 $a$ から対辺 $\overline{bc}$ 上への垂線 $ah$ が存在する場合(図1の右)、 $\overline{ah}$ はCritical Cutであり配線フローはその容量によって押さえられるので、  
 $\text{Maxflow}(\overline{ab}) = \text{Cap}(\overline{ah})$   
 $\text{Maxflow}(\overline{ac}) = \text{Cap}(\overline{ah})$
- それ以外の辺 $bc$ の場合は、その容量を上限として、  
 $\text{Maxflow}(\overline{bc}) = \text{Cap}(\overline{bc})$

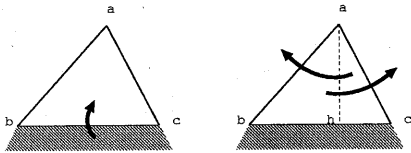


図1: Maxflowの初期化

### (2) 三角形内でのMaxflowの更新

三角形 $abc$ の辺 $\overline{bc}$ の配線フローは、他の2辺 $\overline{ab}, \overline{ac}$ からの配線フローの和を超えることはないので、(頂点 $a$ が端子の場合は、 $w_a$ はその端子からの配線の幅、それ以外の場合は0とする)

$$\text{Maxflow}(\overline{bc}) > \text{Maxflow}(\overline{ab}) + \text{Maxflow}(\overline{ac}) + w_a$$

が成り立つ場合には、

$$\text{Maxflow}(\overline{bc}) = \text{Maxflow}(\overline{ab}) + \text{Maxflow}(\overline{ac}) + w_a$$

と更新する。Maxflowを更新すべき辺がなくなるまで、この手順を繰り返し、すべての辺の配線フローの上限を得る。

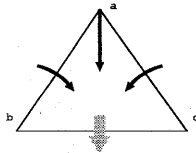


図2: Maxflowの更新

### (3) Critical Cutの同定

Critical Cutの同定と同時にそれ自身の配線フローの上限も計算するために、平面走査を用いず、三角形の各頂点から視野角を更新しながら周囲の三角形を深さ優先順にたどって、Critical Cutの同定を行う。三角形をたどっていく途中で、図3のような状態にあるとする。始点の頂点 $o$ から三角形 $abc$ までたどり着いたところで、これからCritical Cut $\overline{oa}$ が配線可能性検証にとって必要かどうかの判定をする。頂点 $a$ より手前の頂点 $b$ 、頂点 $c$ に関してはその配線フローの上限も計算済みであるとする、三角形 $oab$ と三角形 $oac$ でMaxflowの更新の場合と同様に考えれば、 $\text{Maxflow}(\overline{oa})$ は、

- $\text{Cap}(\overline{oa})$
- $\text{Maxflow}(\overline{ob}) + \text{Maxflow}(\overline{ba}) + w_b$
- $\text{Maxflow}(\overline{oc}) + \text{Maxflow}(\overline{ca}) + w_c$

の最小値をとることで推定できる。その結果、もし $\text{Cap}(\overline{oa}) \geq \text{Maxflow}(\overline{oa})$ であれば、どのような配線に対してもCut $\overline{oa}$ はその配線フローが容量を越えることはありえないのだから、配線可能性検証には不要なCritical Cutであることが判明する。

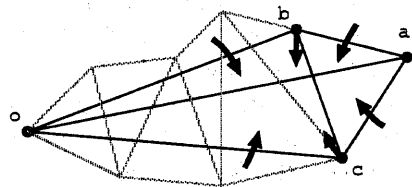


図3: Critical Cutの同定

Critical Cut同定の処理は、三角形 $abc$ と辺 $\overline{ab}$ 、辺 $\overline{ac}$ で隣接する外側の三角形へ視野角の更新を行いながら深さ優先順にたどって同じ処理を繰り返すことにより実現される。視野角がなくなるか、禁止領域の境界へたどり着いたときに停止する。また、上記の配線フローの上限の計算方法では、始点を $a$ とした場合の $\text{Maxflow}(\overline{oa})$ のほう小さくなる場合もありうる、両方向からの計算を用いたほうがより検証に必要なCritical Cutの数は減らすことができる。

このCritical Cut同定のアルゴリズムを実装した自動配線システムは、配線可能性の検証を経路探索時に同時に行う[3, 9]ので、配線探索の前処理として

内部的に Critical Cut をデータとして生成し配線中は保持している。そのために、検証に必要な Critical Cut を減らすことは、必要とするメモリー量を減らすことになり有意義であった。しかし、一般の配線可能性検証では、Critical Cut をデータとして保持している必要はないので、計算量という観点からはまだ効率的ではなかった。次節では、アルゴリズムがたどるべき三角形の数を減らす Shadowing の手法について述べる。

### 3 Shadowing による高速化

配線可能性検証のために Critical Cut を同定するわけであるが、直感的にみてもかなり離れた端子間の Critical Cut のほとんどは配線可能性の検証には必要なさそうである。実際、多角形配線規則の場合には、2点間の最短経路は一意には決まらないという性質から、見通しのきく端子間であっても Critical Cut として扱う必要のないものが多く存在する。これを利用して、ある三角形の頂点からの平面走査の対象となる頂点の数を減らす手法 [6] は Shadowing と呼ばれている。例えば、90度配線では単位円が正方形であるから、図4に示したように始点  $o$  に対して斜線部分に存在する頂点はすべて頂点  $a$  の陰に隠れているので、Critical Cut の対象として考慮する必要がない。なぜならば、図に太線で示したように始点  $o$  から斜線部内の頂点  $b$  への最短経路のうち頂点  $a$  を通るものが存在するので、配線可能性という観点からは、Cut  $oa$  と Cut  $ab$  を検証すれば十分であり、Cut  $ob$  を改めて検証する必要がなくなるからである。

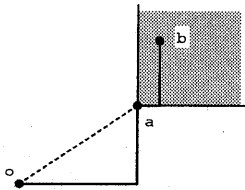


図4: 90度配線での Shadowing

Shadowing により Critical Cut の端点となる対象物は始点の周りに局所化されるので、効率的に Critical Cut の同定を行うことが可能となる。しかし、本来の Shadowing は、配線規則で使用されている距

離の性質を使ったものであって、我々の対象とするユークリッド距離では陰に対応する部分が直線となるのでほとんど効果がない。そのために、前節で述べた Critical Cut 同定の手続きは、始点からの視野角がなくなるか、禁止領域などの対象物の境界に達するまで続けることになり、基板のサイズが大きくなるとかなり重たい処理となってしまう。

我々は、Critical Cut の配線可能性検証に対する必要性を判断するために配線フローの上限を計算しながら、Critical Cut の同定を行った。この上限値を利用すれば、もし上限値が Critical Cut の容量に満たない場合にはユークリッド距離の場合でも Shadowing によりある領域に存在する頂点を探索から除外することが可能である。始点  $o$  の座標を  $(0,0)$ 、対象の端子  $a$  の座標を  $(1,0)$  として、Cut  $oa$  の容量に対する配線フローの上限の割合  $(\text{Maxflow}(\overline{oa})/\text{Cap}(\overline{oa}))$  を  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) とする。他のある点  $t(x,y)$  を考えたときに、Cut  $at$  の配線フローに関わりなく Cut  $ot$  の容量が配線フローの上限を上回る条件は、

$$\text{Cap}(\overline{ot}) \leq \text{Maxflow}(\overline{oa}) + \text{Cap}(\overline{ab}) \quad (2)$$

すなわち、

$$\sqrt{x^2 + y^2} \leq \alpha + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} \quad (3)$$

であり、これを整理して、 $\alpha = \cos \theta$  とおくと、

$$y^2 - \tan^2 \theta \cdot (x - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{1}{4} \sin^2 \theta \quad (4)$$

これは、点  $(\frac{1}{2}, 0)$  を通る傾き  $\pm \tan \theta$  の直線を漸近線とする双曲線の内側である。図5に0.9以上のいくつかの  $\alpha$  に対する双曲線を示す。双曲線の様子から分かるように、配線フローの上限が容量を少しだけ下回っただけでも、かなりの範囲を対象外として除外できることが分かる。

ちなみに、90度配線、45度配線での除外範囲と比較すると、90度の場合は  $\tan \theta = 1$  より  $\alpha = 0.71$ 、45度の場合は  $\tan \theta = \sqrt{2} - 1$  より  $\alpha = 0.92$  の場合と大体対応すると考えられる。

除外される範囲は、双曲線を境界としているので、前節の Critical Cut 同定の手続きに厳密に組み込むのは難しい。そこで、図6の状態から辺  $ab$ 、辺  $ac$  で隣接する外側の三角形へ処理を進めるときに、Cut  $ob$ 、Cut  $oc$  に対する陰の領域に頂点  $a$  が含まれるかどうかを式(2)により検査する。もし、頂点  $a$  が Cut  $ob$  の陰に含まれる場合には、境界が双曲線であることを考えると、辺  $ab$  を通して始点  $o$  から見通すこと

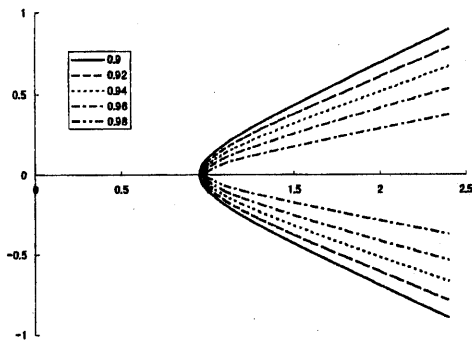


図 5:  $\alpha$ による Shadowing の範囲

のできる頂点はすべて陰に含まれることになるので、Critical Cut の同定手続きをここで打ち切ることができる。

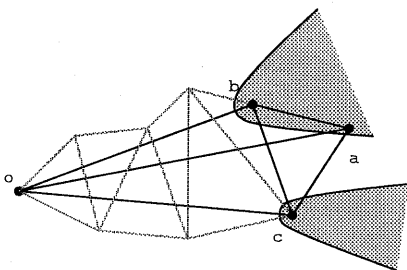


図 6: ユークリッド距離での Shadowing

## 4 評価

ユークリッド距離での Shadowing 手法は、AIX4.1 上で動く自動配線システムに C++ で実装されている。いくつかの実用的なプリント基板で本手法の効果を測定した。測定に使用した基板は、中規模の両面実装基板の片面を 2 種類 (A,B)、PGA パッケージの基板 (C)、およびルータ配線能力テスト用の小規模基板 (D) の 4 種類である。三角形分割による頂点の数は、順番に、417、818、388、226 であった。

4 種類の基板に対して、三角形の各辺の配線フローの上限を推定した場合と、その推定を行わなかった場合を測定した。結果を図 7 と図 8 に示す。それぞれの基板はその規模にばらつきがあるので、shadowing

手法を用いなかった場合を 1 としてその割合で結果を示した。図 7 は、三角形の各頂点から Critical Cut の同定のためにたどった三角形の数の総和を測定したものである。また、図 8 は、Critical Cut の同定に要した処理時間である。Shadowing 手法を用いた場合、各頂点からたどらなければならない三角形の数は、基板がある程度の大きさを超えると Shadowing により処理が打ち切られるので、その規模にはあまり依存しないと期待される。実際に規模の一番大きい基板 B でその効果が一番大きいという結果が得られた。

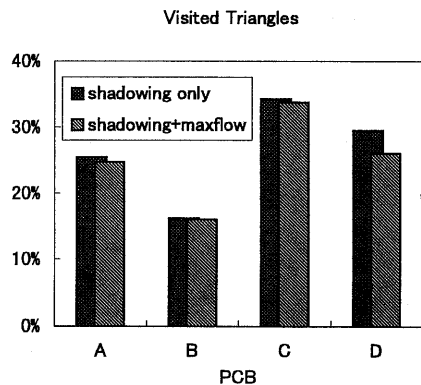


図 7: アルゴリズムのたどる三角形の数

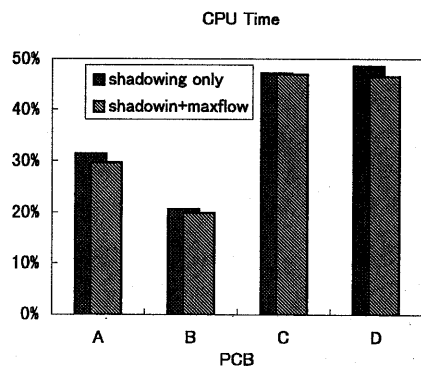


図 8: CPU time

しかし、この結果から三角形の各辺の配線フロー上限の推定を行っても Shadowing にはあまり効果が出ないことがわかった。テストした基板のうち 3 種類 (A,B,C) は、禁止領域がまったくない基板なの

で、配線フローの上限は基板周辺で小さくなるだけである。一方、基板 D は、禁止領域が基板内部に多く存在するので配線フローの上限を推定することの効果は他の基板に比べてやや大きい。

このことから、Shadowing が効果をもたらすのは、図 3 の状況で頂点 *b*、頂点 *c* に対応する端子の大きさに対して配線幅がやや小さいことによって、配線フローの上限が Critical Cut の容量を下回ることが大きな要因であると予想できる。そこで、基板 B の配線幅をオリジナルの 2.5 から少し変化させて Critical Cut 同定のアルゴリズムがたどる三角形の総数と処理時間を測定した。その結果を図 9 に示す。この結果から、配線幅と端子の大きさの差が Shadowing 手法の効果左右する大きな要因であることがわかる。

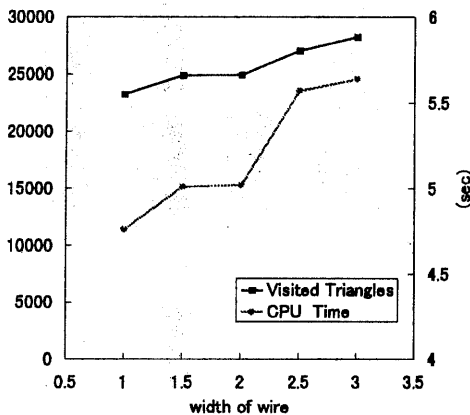


図 9: 配線幅と処理時間

## 5 まとめ

本稿では、ユークリッド距離での配線可能性検証を高速化するために、新しい Shadowing 手法について提案し、その効果を実際の基板での実験により確かめた。陰の境界が双曲線であることから、陰に含まれる端子を厳密に除外しているわけではないので、このあたりにまだ改良の余地があると考えている。

現状ではユークリッド距離を配線規則として採用しているルータはほとんどないが、LIS パッケージのように端子の格子間を高密度に配線するにはユークリッド距離を用いたほうが有利である。多角形配線規則におけるアルゴリズムに比べて高速化が難し

いというのが採用されない大きな原因の 1 つでもあるが、本稿で提案した手法等を組み合わせることにより、ある程度実用的に問題のないレベルのルータを実現できている。

## 参考文献

- [1] L. P. Chew. Constrained delaunay triangulations. *Algorithmica*, (4):97-108, 1989.
- [2] W. W.-M. Dai, R. Kong, and M. Sato. Routability of a rubber-band sketch. In *Proceedings of the 28th ACM/IEEE Design Automation Conference*, pp. 45-48, 1991.
- [3] T. Hama and H. Etoh. Topological routing path search algorithm with incremental routability test. In *Proceedings of Asia and South Pacific Design Automation Conference*, pp. 645-648, 1997.
- [4] C. E. Leiserson and F. M. Maley. Algorithms for routing and testing routability of planar VLSI layouts. In *Proceedings of the 17th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, pp. 69-78. ACM, 1985.
- [5] Y. Lu and W. Dai. A numerical stable algorithm for constructing constrained delaunay triangulation and application to multichip module layout. In *Proceedings of 1991 International Conference on Circuits and Systems*, pp. 644-647, June 1991.
- [6] F. M. Maley. *Single-Layer Wire Routing and Compaction*. MIT Press, 1990.
- [7] 田中, 佐藤, 大附. スケッチレイアウトシステムにおける配線可能性検証. 信学技報 VLD 94-101, pp. 33-40, 1995.
- [8] 濱, 江藤. 経路探索高速化のためのクリティカルカット削減方法. 第 52 回全国大会講演論文集 (分冊 6), pp. 37-38. 情報処理学会, 1996.
- [9] 濱, 江藤. 配線容量を満たした配線経路探索方法. 情報処理学会研究報告 DA, 96(51):1-7, 1996.