

## ダミー変数を用いた非線形適応等化器

長瀬 隆久<sup>†</sup> 古川 利博<sup>‡</sup> 古屋 清<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 中央大学大学院 理工学研究科 〒113-0001 東京都文京区白山 1-13-27

<sup>‡</sup> 東京理科大学 経営工学科 〒162-0825 東京都新宿区神楽坂 1-3

E-mail: <sup>†</sup> takasan7@zd6.so-net.ne.jp,

あらまし 本研究ではデジタル通信路の等化にダミー変数を用いるのことを考えている。ダミー変数を用いた非線形等化器はいくつかのケースにおいて RBF (Radial Basis Function) 等化器よりも良好であるという結果が得られた。またさらに、等化器にポートフォリオ理論を応用することを試み、これによりダミー変数を用いた等化器をよりロバストにすることを可能にしている。

キーワード ダミー変数, RBF (Radial Basis Function), ポートフォリオ理論, 等化器

## Nonlinear Adaptive Equalizer Using Dummy Variables

Takahisa NAGASE<sup>†</sup> Toshihiro FURUKAWA<sup>‡</sup> and Kiyoshi FURUYA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Faculty of Science and Engineering, Chuo University 1-3-27 Hakusan, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0001 Japan

<sup>‡</sup> Faculty of Engineering Tokyo University of Science 1-3 Kagurazaka, Shinjyuku-ku, Tokyo, 162-0825 Japan

E-mail: <sup>†</sup> takasan7@zd6.so-net.ne.jp

**Abstract** This paper investigates the application of dummy variables to digital communication channel equalization. It is shown that the nonlinear adaptive equalizer using dummy variables is better than the RBF (Radial Basis Function) equalizer in some cases. Moreover, we propose the equalizer with the portfolio theory. This makes the equalizer using dummy variables more robust.

**Keyword** Dummy Variables, RBF (Radial Basis Function), Portfolio Theory, Equalizer

### 1. まえがき

近年、携帯電話の普及によりデジタル通信は急速に発展し、ユビキタス時代の到来が近づく中、高速で信頼性の高いデジタル通信の実現がさらに必要不可欠なものとしてされている。信頼性の高い通信を実現するためには、熱雑音、インパルス性雑音、変復調処理等による非線形歪みの影響を首尾よく除去することが重要な課題である。また、移動体通信においては、送信波は直接受信機に到達する他に、周囲の建造物などで反射して多数の経路を経て受信器に到達する。このような現象はマルチパスフェージングと呼ばれ、遅延時間の異なる信号が干渉を起し伝送符号誤りの原因となる。そこで、これらの雑音や歪みを除去する技術として適応等化器が用いられている。

適応等化器とは、通信の受信器側でフィルタを使用し、正しい送信符号を推定する技術である。通常の適応等化器においてはトランスバーサル型の線形フィルタが使用されており、LMS (Least Mean Squares) や RLS (Recursive Least Squares) などの適応アルゴリズムを用いて係数が調整されている。

ところが伝送路の非線形歪みが無視できない場合、線形フィルタでは著しい性能の低下が生じることが知られている。そういった状況化では、線形フィルタの代わりに DFE (Decision Feedback Equalizer), MLSE (Maximum Likelihood Sequence Estimation), ニューラルネットワーク, RBF (Radial Basis Function) などが用いられている。

DEF は比較的簡単な非線形構造を持ち DSP (Digital Signal Processor) による実現が容易であるが、デジタル通信衛星、デジタル移動通信で問題となる伝送路での非線形歪みに対して、十分に性能を発揮できない場合がある。

MLSE は Viterbi アルゴリズムを用い精度良く伝送路のインパルス応答を推定できるが、非常に煩雑な演算処理を行わなければならないという問題がある。

ニューラルネットワークや RBF はどちらかと言うとヒューリスティックにシステム同定する手法であるが、RBFの方が局所解に陥る可能性が少なく、また特に最適なパラメータが推定された場合、後に述べる最適なベイジアン等化器と等価であることが知られており、RBF 等化器はそのような意味で望ましい性質を持

っている。

本研究では、これらに加えて新たに「ダミー変数を用いた適応等化器」を提案し、前述のような意味でRBF適応等化器をベンチマークとしてその精度及び収束性を検証する。

## 2. 最適なベイジアン等化器とRBF適応等化器

最適なベイジアン等化器は送信信号の推定値（等化器の出力値）を  $x'(t)$ 、受信信号  $y(t)$  とすると以下のように表示されることが知られている。

$$x'(t) = \text{sgn}(f_B(y(t))) = +1 (f_B(y(t)) \geq 0), \\ -1 (f_B(y(t)) < 0) \quad (1)$$

$$f_B(y(t)) = \sum \exp(-|y(t) - y_i^+|^2 / 2\sigma^2) \\ - \sum \exp(-|y(t) - y_i^-|^2 / 2\sigma^2) \quad (2)$$

また、RBF適応等化器とは

$$f_{\text{RBF}}(y(t)) = \sum \lambda_i(t) \exp(-|y(t) - C_i|^2 / 2\sigma^2) \quad (3)$$

でありベイジアン等化器と同じ形式を持つ。適応アルゴリズムによって修正されたパラメータが最適な値であれば、最適なベイジアン等化器と等価になる。

本研究では、このRBF適応等化器をベンチマークとし、提案法の有効性を検証する。

## 3. ダミー変数を用いた適応等化器

### 3.1. ダミー変数

社会科学系の数量分析（計量経済学やマーケティング・データ解析など）では、しばしば質的変数というものを扱う。質的変数とは例えば、アンケート調査の際に回答者の性別などを記入する機会が多いが、この性別は量的変数ではなく質的変数である。これを分析の際に  $D = \langle \text{男性} : 1, \text{女性} : 0 \rangle$  といった具合に2値をとる変数として重回帰式などに説明変数として加える場合がある。また、回答者に年齢を記入してもらえばそれは量的変数として扱えるが、年代（20代、30代、・・・）を選択肢で選んでもらった場合は、これらは質的変数として  $D1 = \langle 20代 : 1, \text{それ以外} : 0 \rangle$ 、 $D2 = \langle 30代 : 1, \text{それ以外} : 0 \rangle$ 、・・・のようにして分析を行う。

今、なんらかの従属変数、説明変数を各々  $Y, X_n$  とし説明変数にダミー変数を加えると例えば以下のような重回帰式になる。

$$Y = \alpha_1 X_1 + \dots + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 \quad (4)$$

$$D_1 = \begin{cases} 1 : \text{男性} \\ 0 : \text{女性} \end{cases} \quad D_2 = \begin{cases} 1 : \text{年齢20歳未満} \\ 0 : \text{その他} \end{cases}$$

$$D_3 = \begin{cases} 1 : \text{年齢20歳以上50歳未満} \\ 0 : \text{その他} \end{cases}$$

ここで  $D_n$  がダミー変数であるが、そのパラメータ  $\beta_n$  は  $\alpha_n$  と同様に通常の最小2乗法から求められる。このモデルの意味する所は、分析する状況を「場合分け」し各々の状況により異なるダミー変数を用いることによって、「定数項」を調整していることになる。

### 3.2. ダミー変数を用いたフィルターと等化器

デジタル信号処理で用いられるフィルタもオフラインで見れば、構造は重回帰式であるから、ダミー変数をいれることも可能である。ここでは、適応フィルタにダミー変数を用い、パラメータの更新は適応アルゴリズムで行うことを考える。

例えば今、あるシステムの入力信号を  $X(x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots)$  とし、出力信号を  $Y(y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$  とする。通常のFIRフィルタを考えれば、

$$y_t = \sum \alpha_n x_{t-n} \quad (5)$$

であり、これは重回帰式でもある。

ここで、入力信号の大雑把な幅が例えば、 $\pm 2$  であるとして以下のようなダミー変数を考える。

$$D_1 = \begin{cases} 1 : x_t < -2 \\ 0 : \text{上記以外} \end{cases} \\ D_2 = \begin{cases} 1 : -2 \leq x_t < -1.8 \\ 0 : \text{上記以外} \end{cases} \\ \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$D_{21} = \begin{cases} 1 : 1.8 \leq x_t < 2 \\ 0 : \text{上記以外} \end{cases}$$

$$D_{22} = \begin{cases} 1 : 2 \leq x_t \\ 0 : \text{上記以外} \end{cases}$$

そして、(5)をダミー変数に置き換え、

$$y_t = \sum \gamma_n D_n \quad (7)$$

とする。ここではこのダミー変数を用いたフィルターを仮に「ダミーフィルター」と呼ぶことにする。

本研究ではこれを適応等化器に応用することを考える。つまり (7)にスライサーを加え、

$$y'_t = \text{sgn}(\sum \gamma_n D_n) \quad (8)$$

のような等化器を考え、 $\gamma_n$ については適応アルゴリズムである NLMS 法などで推定を行う。

### 3.3. ダミーフィルターの性質

このダミーフィルターは非常に単純な構造ながら、非線形システム同定にも対応できる。このことは意外かもしれないが、先のダミー変数の重回帰式(5)は実は RBF の粗い近似が可能である (図 1, 2)。

RBF のガウシアン基底は図 1 のように連続的な値を出力するが、ダミー変数の場合はちょうどそれを積分の概念を初歩的なテキストで解説するように、小さな長方形で分割したようなものであり、ダミー変数の出力 1 がパラメータで調節される。ガウシアンを取ってダミー変数で表現すれば図 2 のようになり、非線形システム同定であれば何らかの非線形な形状になる。このようにダミーフィルターは RBF の様な非線形フィルターの性質を持つことがわかる。また、このダミー変数を用いた非線形システム同定は既に「カオス時系列予測」に応用されている。<sup>1)</sup>

このケースでは入力信号を 1 次元で考えているが、これは RBF と同様 2 次元、3 次元に拡張することも可能である。しかし、2 次元に拡張するとパラメ

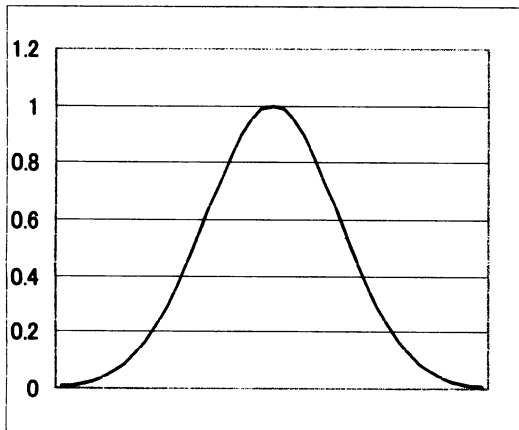


図 1 RBF のガウシアン関数

ータの数が 1 次元の場合の 2 乗個、3 次元の場合は 3 乗個必要なのであまり現実的ではない。そこで、本研究では 1 次元のダミーフィルターを用いる。1 次元であっても図 2 に示すとうりガウシアン関数よりもきめ細かい推定が可能であり、それがどこまで通用するかを検証する。

## 4. RBF 適応等化器との比較検証

### 4.1. 非線形伝送路モデル

今、送信信号 ( $\pm 1$ ) を  $x(t)$ 、受信信号を  $y(t)$  とする。非線形伝送路の線形成分  $z(t)$  のみを考えれば、

$$z(t) = \sum \alpha_i \cdot x(t) \quad (9)$$

となる。非線形伝送路の出力である受信信号  $y(t)$  は、典型的には<sup>2)</sup>

$$y(t) = z(t) + \beta_2 z(t)^2 + \beta_3 z(t)^3 + \beta_4 z(t)^4 + e(t) \quad (10)$$

と表される。 $e(t)$  は AWGN(Additive White Gaussian Noise) である。本研究では、このような伝送路を想定する。

### 4.2. 「ダミー等化器」と「RBF 等化器」の設定

等化器では受信信号ベクトル  $Y(t) = [y(t), y(t-1), y(t-2), \dots]$  を用いて送信信号  $x(t-d)$  の推定値  $x'(t-d)$  が求められる。ここで  $d$  は、等化器における遅延次数であるが、本研究ではすべて  $d=0$  で推定を行う。

「ダミー変数を用いた適応等化器 (以下、ダミー等化器と略す)」では、第 3 章の説明通り 1 次元の受信信号の最大値から最小値の間を等間隔に約 20 分割しダミー変数を割り振ったフィルターを用いた。

本研究では「RBF 適応等化器 (以下、RBF 等化器と

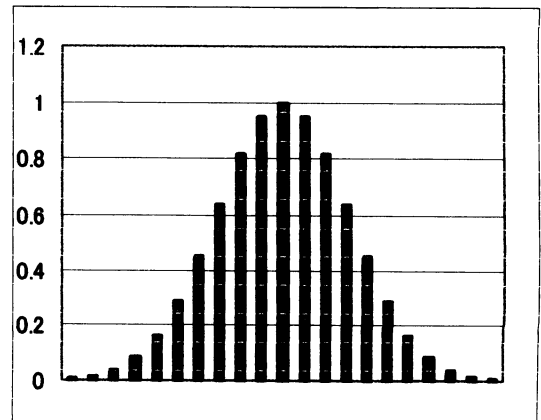


図 2 ダミー変数による非線形近似

略す)のセンタの個数は50と定め、RBF(50)として図に表記した。またセンタの位置は、受信信号の最大値から最小値をとる一様乱数を用い、センタの幅はSNに応じて適正な値を選んだ。受信信号については、ダミー等化器とは異なりベクトルの次元を2とした。

本研究ではこれらの「ダミー等化器」と「RBF等化器」を比較検証するが適応アルゴリズムは双方ともNLMS法を用いている。

### 4.3. ダミー変数を用いた適応等化器の精度

ここでは、まず以下の4つの伝送路(図3~6)について検証する。

$$H(z) = 1.0 + 0.5z^{-1}, \quad \beta_2 = \beta_4 = 0, \quad \beta_3 = -0.9 \quad (11)$$

$$H(z) = 1.0 + 0.8z^{-1} + 0.5z^{-2}, \quad \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0 \quad (12)$$

$$H(z) = 1.0 + 0.7z^{-1}, \quad \beta_2 = 1, \quad \beta_3 = 0.7, \quad \beta_4 = 0.5 \quad (13)$$

$$H(z) = 1.0 + 1.5z^{-1} + 1.0z^{-2}, \quad \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0 \quad (14)$$

図3~6はすべて遅延 $d=0$ のケースであり、これらに2つの等化器を用いる。次のページの図7, 8が伝送路(11)(図3)における各々SN=15dB, 5dBの状況下での「ダミー等化器」と「RBF等化器」の収束過程である。SNが大きいケースでは「ダミー等化器」の方が良好な収束特性を示しており、SNが小さいケースでは双方とも同等であることが示されている。ここでは、

その他の図を割愛するが伝送路(12)(図4)においても、ほとんど同様の結果であった。

また以下ではSNが小さい場合、どちらの等化器もほとんどかわらず図8と同様であったので、SN=15dBのみ図を示す。

非線形性が強い伝送路(13)(図5)における同様な検証が図9であるが、これはさらに「ダミー等化器」の方が精度が良い。

最後に伝送路(14)であるが、これは非線形性はないのだが図6を見ればわかるとおり、かなり複雑である。

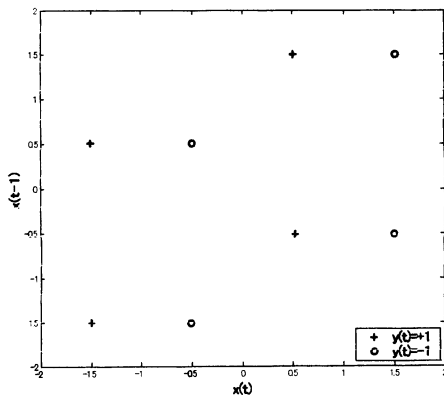


図3  $H(z) = 1.0 + 0.5z^{-1}$   
 $\beta_2 = \beta_4 = 0, \quad \beta_3 = -0.9$

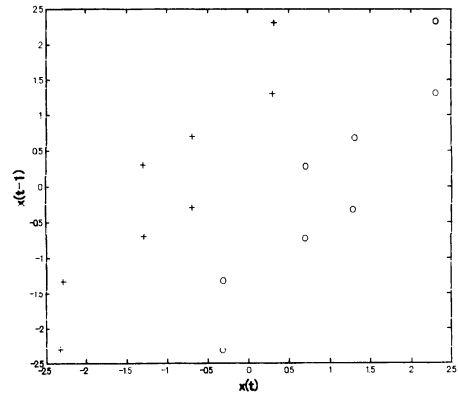


図4  $H(z) = 1.0 + 0.8z^{-1} + 0.5z^{-2}$   
 $\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

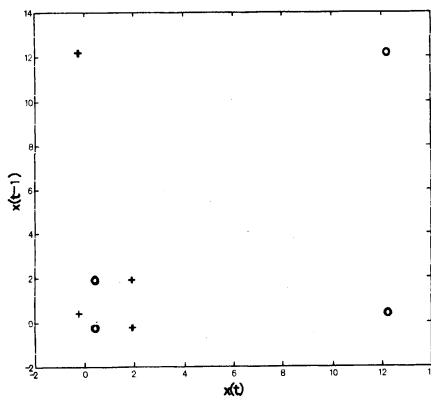


図5  $H(z) = 1.0 + 0.7z^{-1}$   
 $\beta_2 = 1, \quad \beta_3 = 0.7, \quad \beta_4 = 0.5$

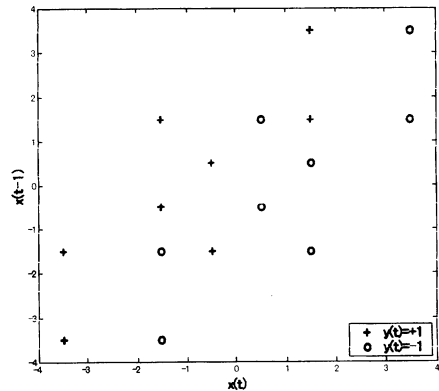


図6  $H(z) = 1.0 + 1.5z^{-1} + 1.0z^{-2}$   
 $\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

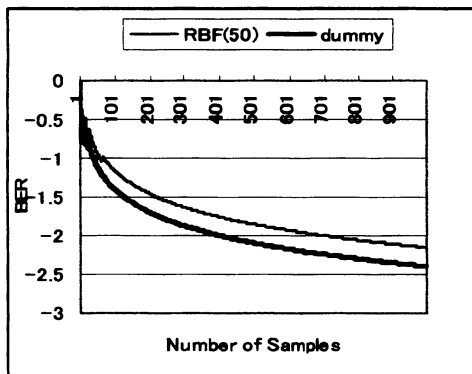


図7 SN = 15 dB

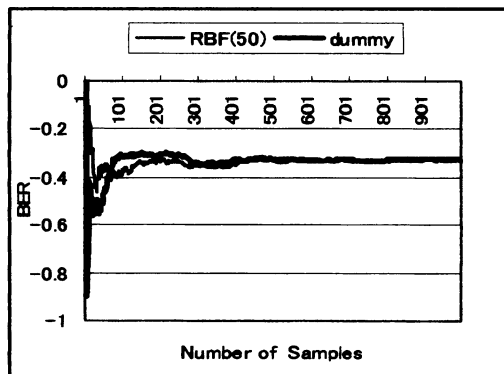


図8 SN = 5 dB

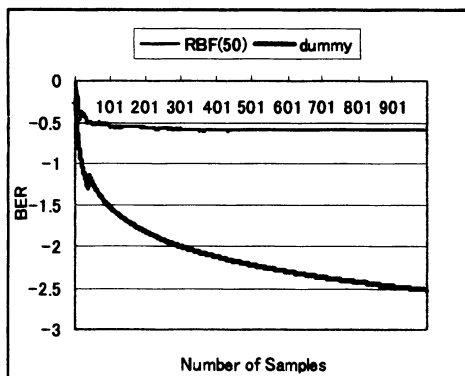


図9 複雑な伝送路（非線形）

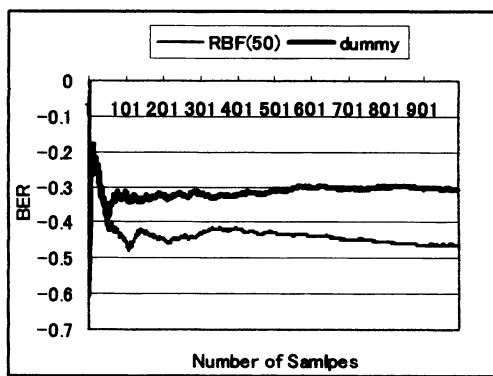


図10 複雑な伝送路（線形）

これに対する同様な検証が図10であるが今度は逆に「ダミー等化器」の方が精度がふるわない。

このように「ダミー等化器」は非線形性の強い伝送路において「RBF等化器」以上の収束特性を期待できる一方で、複雑な伝送路では対応できないケースが存在する。

## 5. ポートフォリオ理論を用いた精度の補完

### 5.1. ポートフォリオ理論を用いた時系列予測

前述のような場合において解決策としてポートフォリオ理論を用いた等化器のスイッチングを提案する。

ポートフォリオ理論とは資産運用や金融工学などでは基本的かつ重要な1つの柱を為している。これは株式投資の際に1銘柄に全額注ぎ込むよりも、2銘柄にk対1-kの割合で分散投資したほうが、1銘柄よりもリスクを小さくできるkが存在するというものである。ポートフォリオ理論は3つ以上の銘柄にも適用可能であり、またこれは時系列予測にも応用されている。<sup>3)</sup>

今、時系列  $X_t$  を予測することを考える。ある2つの予測法からはじき出された値を  $J_t$ ,  $K_t$  とし、その予

測誤差を  $EJ_t$ ,  $EK_t$  とし、 $X_t$  を  $J_t$ ,  $K_t$  の加重平均で予測することを考えれば、その予測値 ( $F_t$ ) と予測誤差 ( $Et$ ) は以下のように表すことができる。

$$F_t = k \cdot J_t + (1 - k) \cdot K_t \quad (15)$$

$$Et = X_t - F_t = k EJ_t + (1 - k) \cdot EK_t \quad (16)$$

平均がゼロの仮定のもとでは、分散と平均2乗誤差は同じであり、 $Et$  の分散は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} \text{Var}[Et] = & k^2 \text{Var}[EJ] + (1 - k)^2 \text{Var}[EK] \\ & + 2k(1 - k) \text{Cov}[EJ, EK] \end{aligned} \quad (17)$$

(17)をkで微分した導関数がゼロ（極小）になるようなkの値を求めれば、

$$\begin{aligned} k = & \frac{\text{Var}[EJ] - \text{Cov}[EJ, EK]}{\text{Var}[EJ] + \text{Var}[EK] - 2 \text{Cov}[EJ, EK]} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。

また、株式投資に用いられるポートフォリオでは誤差の2乗和を最小化するのではなく、効用関数を最大化させるという条件の下でkを求めるので若干導出される式が異なるが本質的には同じ行程である。JtとKtが無相関の場合は(18)の式は以下ようになる。

$$k = \text{Var}[EJ] / \text{Var}[EJ] + \text{Var}[EK] \quad (19)$$

しかし、通常 Var[EJ]や Var[EK]は既知ではないのでそれほど簡単ではないが、近似としてパラメータkが時間により変動すると考え、以下のように

$$k_{t+1} = \Sigma(EJ_t)^2 / \Sigma[(EJ_t)^2 + (EK_t)^2] \quad (20)$$

任意の個数（本研究では30個とする）の誤差項からkを推定する手法が用いられている。

ただし、本研究は等化器における分析なので2値の判別器の場合、精度が良いと誤差が0となる可能性がある。そこで、(20)の分母が0にならないよう0.01という微小な値を分母に加えて用いるものとしている。

## 5.2. ポートフォリオ理論を用いたダミー等化器

上記の手法はそのまま素直にフィルタに応用できる。そこで本研究では、「ダミー等化器」と「RBF等化器」のポートフォリオを組むことによって、お互いの欠陥を補完したダミー等化器を提案する。

適用は非常に容易で、前述の2つの予測法から算出された値 Jt, Kt を2つの等化器からの判定出力(±1)と考えればよい。それらの2つの加重平均をポートフォリオ等化器と考えれば、やはり同様に

$$F_t = k \cdot J_t + (1 - k) \cdot K_t \quad (21)$$

$$k_{t+1} = \Sigma(EJ_t)^2 / \Sigma[(EJ_t)^2 + (EK_t)^2] \quad (22)$$

として、kをダミー等化器とRBF等化器の出力による送信信号(±1)の判定誤差から求める。図11が伝送路(13)、図12が伝送路(14)における「ダミー等化器」、「RBF等化器」、「ポートフォリオ等化器」である(各々SN=15dB)。ここで注目に値するのは「ポートフォリオ等化器」はどちらの状況化においても収束特性が良好(2つの等化器のうち、優れた方とほぼ同じ)でロバストであるということである。「ダミー等化器」や「RBF等化器」はどちらかの局面でしか有効ではない。

本研究では、このようにポートフォリオ理論による結合により、ダミー等化器の欠陥を補うことができた。そこでのkは2つのフィルタのスイッチング・パラメータとして機能していると言える。これはまた、パラ

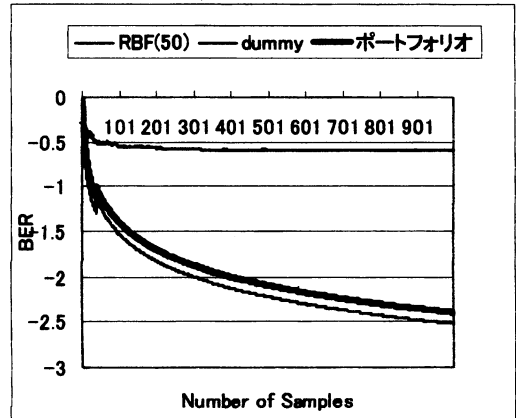


図11 伝送路(13)に対するポートフォリオ

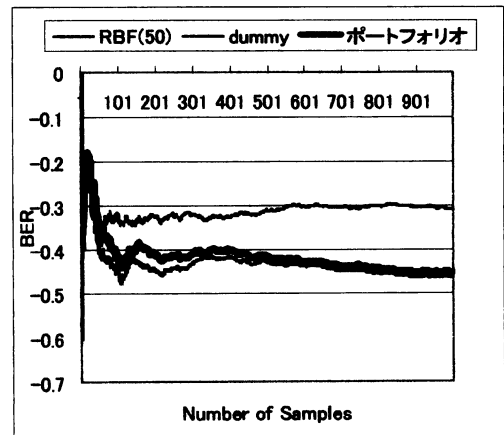


図12 伝送路(14)に対するポートフォリオ

メータkを逐次的に修正する適応アルゴリズムの1種であるとも言える。

このようにダミー等化器は単純なケースで特にSNが大きい場合RBF等化器を上回り、収束特性、精度が劣化する状況化においてもRBF等化器とポートフォリオを組むことでロバストな運用が可能であることがわかる。

## 参考文献

- [1] 長瀬隆久, "ARモデルにダミー変数を加えたカオス時系列予測法", 情報処理学会論文誌, Vol.43, No.10, pp.3247-3250, Oct. 2002
- [2] 三宅基治, 大石邦夫, 山口昌一郎, "RBF展開に有効な非線形関数を使用した高速なプリセット形自動等化器とその評価", 信学論(A), Vol. J80-A, No. 11, pp.1888-1901, Nov. 1997
- [3] C.W.J グレンジャー (宜名, 馬場訳), 経営・経済予測入門, pp.206-214, 有斐閣, 1994