

一般調和解析(GHA)による信号の低周波数成分解析

前原 一陽[†] 神田 祥宏[†] 村岡 輝雄[†]

[†] 武蔵工業大学 〒158-8557 東京都世田谷区玉堤 1-28-1

E-mail: [†] g0563074@sc.musashi-tech.ac.jp, [†] t-muraoka@bea.hi-ho.ne.jp

あらまし N.Wiener の定書に始まる一般調和解析(GHA)は、今日では被分析信号に正弦波テンプレートマッチングを行い非調和解析を行う形で実用化が達成されつつある。GHA は長い間数学の理論として位置付けられて工学的応用の試みはなかったが、1994年に平田氏により計算量を低減した効率的な GHA アルゴリズムが発表され、更に1998年に平田自身によりその高速化案が示されて現在に至っている。しかし、このアルゴリズムでは分析フレーム長によって実質的な最低周波数が決められるとの問題があり、その周波数以下の周波数成分に対しては精度が急速に悪化する。そこで平田によって提案された新規なテンプレート対を用いたところ、被分析信号が単一正弦波の場合には上記の最低周波数以下でも正しく分析される事が確認された。しかしながら実際の音楽信号に対しては、低い周波数範囲の周波数成分に対する精度改善は必ずしも達成されなかった。

キーワード 一般調和解析, 原アルゴリズム, 低周波数成分解析, 新提案テンプレート対

Analysis of low frequency component of signal by Generalized Harmonic Analysis

Ichiyoh MAEHARA[†] Yoshihiro KANDA[†] and Teruo MURAOKA[†]

[†] Musashi Institute of Technology 1-28-1 Tamazutsumi, Setagaya-ku, Tokyo, 158-8557 Japan

E-mail: [†] g0563074@sc.musashi-tech.ac.jp, [†] t-muraoka@bea.hi-ho.ne.jp

Abstract Generalized Harmonic Analysis (GHA) that starts from fixed book of N.Wiener is being put to practical use by the sinusoidal wave template matching to the objective signal today. GHA was located for a long time as the theory of mathematics and there was no attempt of a technological application, but in 1994, Dr. Hirata disclosed an efficient GHA algorithm that decreased the computational complexity, in 1998, Hirata proposed its faster method, and it has been arriving now. However, this algorithm has a problem that a substantial, lowest frequency is decided by the length of the analysis frame, so that accuracy deteriorates rapidly for the frequency components below that frequency. Then, when we applied new templates proposed by Hirata, it was confirmed that the objective signal was analyzed correctly also below the above-mentioned lowest frequency. However, the accuracy improvement to the frequency component within the low range of the frequency was not necessarily achieved for an actual music signal.

Keyword Generalized Harmonic Analysis, Original algorithm, Analysis of low frequency component, New proposal template

1. はじめに

音響信号のような非定常信号に対しては、時間・周波数解析は重要な位置を占めている。この様な信号の分析の際には、信号を定常とみなせる短い範囲(分析フレーム)に区切りフーリエ級数解析する短時間フーリエ変換(Short Time Fourier Transform: STFT)が多用され

ている。しかし STFT は調和解析であり、得られる周波数成分の周波数は分析フレームで決まる基本周波数の整数倍になるので被分析信号の真の周波数成分を知ることが困難である。

1958年 N.Wiener が提唱した一般調和解析 (Generalized Harmonic Analysis: GHA) の概念[1]は被分

析信号を非調和関係の正弦波の和である概周期関数で表すため非定常信号の解析に適合する。[2][4] Wiener は解析アルゴリズムを示しておらず離散フーリエ変換(DFT)の様な関数変換が利用出来ないで、実用化されることはなかった。しかし1994年に平田は効率的な正弦波テンプレート(以降テンプレート対)マッチングによる計算量を低減したGHAアルゴリズム(以降原アルゴリズム)を発表し、[2]-[5]1998年平田自身により高速化案が提唱されGHAは実用化に近づいた。[5]

しかし原アルゴリズムで分析フレーム内に当てはめるテンプレート対は原則的に1波長以上であるため、それよりも低い周波数域では周波数成分の分析精度が悪くなるという問題がある。そこで本研究ではテンプレート対の改良によって、従来のアルゴリズムでは分析が困難であった低い周波数成分の高精度な振幅・周波数解析を可能にすることを試みた。

2. 原理

2.1. 原アルゴリズム

原アルゴリズムでは分析フレーム中の被分析信号 $x_0(n)$ を次式のように表現する。

$$x_0(n) = \sum_{k=1}^K \left\{ A_k \sin\left(\frac{2\pi n}{T_k}\right) + B_k \cos\left(\frac{2\pi n}{T_k}\right) \right\} \quad (2-1)$$

ただし、 A_k , B_k , T_k をそれぞれ k 番目の正弦波の \sin 係数, \cos 係数, 周期とする。

いま1番目の周波数成分確定における m 段階探索の周期を $T_1(m)$ で表すと、 \sin テンプレート, \cos テンプレートのテンプレート対は次式で表される。

$$\sin\left(\frac{2\pi n}{T_1(m)}\right) \quad (2-2)$$

$$\cos\left(\frac{2\pi n}{T_1(m)}\right) \quad (2-3)$$

これらテンプレート対と被分析信号 $x_0(n)$ との最小二乗距離を与える係数 $A_1(m)$, $B_1(m)$ は次式に示す短縮した分析区間での被分析信号とテンプレート対との内積計算で得られる。

$$A_1(m) = \frac{2}{rT_1(m)} \sum_{n=0}^{rT_1(m)-1} \left\{ x_0(n) \sin\left(\frac{2\pi n}{T_1(m)}\right) \right\} \quad (2-4)$$

$$B_1(m) = \frac{2}{rT_1(m)} \sum_{n=0}^{rT_1(m)-1} \left\{ x_0(n) \cos\left(\frac{2\pi n}{T_1(m)}\right) \right\} \quad (2-5)$$

ただし、 r は分析フレーム内の各テンプレート対の周期の数で分析フレーム長 N に対して $rT_1(m) \leq N$ を満たす最大の整数である。ここで得られた $T_1(m)$, $A_1(m)$,

$B_1(m)$ を用いて、分析フレーム内の $x_0(n)$ とテンプレート対の間の残差 $e_1(n, m)$ 及び残差エネルギー(二乗誤差) $E_1(m)$ を次式により計算する。

$$e_1(n, m) = x_0(n) - \left\{ A_1(m) \sin\left(\frac{2\pi n}{T_1(m)}\right) + B_1(m) \cos\left(\frac{2\pi n}{T_1(m)}\right) \right\} \quad (2-6)$$

$$E_1(m) = \sum_{n=0}^{N-1} \{ e_1(n, m) \}^2 \quad (2-7)$$

探索開始段階の $m=1$ では、Fig.2-1 のように被分析信号に対して $r=1$ として分析フレーム長 N を1波長とする周期 $T_1(1)$ のテンプレート対を設定し、式(2-4)~(2-7) によって $A_1(1)$, $B_1(1)$, $e_1(n, 1)$, $E_1(1)$ を計算する。次に $m=2$ では、Fig.2-2 のように分析フレームを1サンプル短縮してテンプレート対の周期を変化させ、式(2-4)~(2-7) によって $A_1(2)$, $B_1(2)$, $e_1(n, 2)$, $E_1(2)$ を計算する。ただし、内積計算は短縮した分析区間で行ったのに対し、残差 $e_1(n, m)$ 及び残差エネルギー $E_1(m)$ の計算は式(2-6), (2-7) から分かるとおり、元の分析フレーム長で行っている。

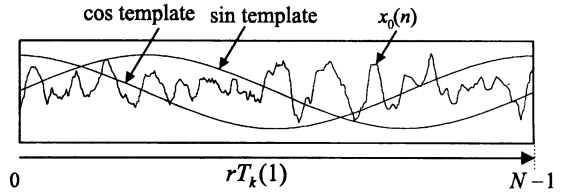


Fig.2-1 探索開始段階の被分析信号とテンプレート対

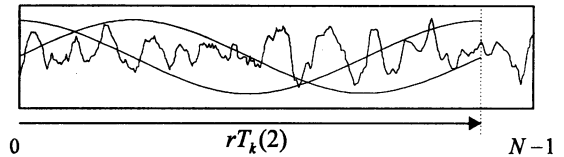


Fig.2-2 2段階探索目の被分析信号とテンプレート対

以降 $m=3, 4, \dots, M$ でも $m=2$ と同様の手順で計算を行い、すべての探索段階について $E_1(m)$ を求めて、その中から最小残差エネルギー(最小二乗誤差) E_1 を見つけ出し、そのときのテンプレート対の係数, 周期を改めて A_1 , B_1 , T_1 として1番目の抽出正弦波を確定する。抽出正弦波は次式で表される。

$$S_1(n) = A_1 \sin\left(\frac{2\pi n}{T_1}\right) + B_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{T_1}\right) \quad (2-8)$$

次に2番目の正弦波を抽出する際、次式のように被分析信号 $x_0(n)$ から1番目の正弦波抽出の際に求めた抽出正弦波 $S_1(n)$ を差し引いて $x_1(n)$ とする。

$$x_1(n) = x_0(n) - S_1(n) \quad (2-9)$$

この残差信号 $x_1(n)$ を 2 番目の抽出正弦波探索における被分析信号として式(2-4)~(2-9)と同様の手続きを適用すると、2 番目の正弦波 $S_2(n)$ と残差信号 $x_2(n)$ が求まる。以下この手続きを K 回繰り返すと K 本の確定正弦波 $S_1(n), S_2(n), S_3(n), \dots, S_K(n)$ が求まり、再合成信号 $\hat{x}_0(n)$ は次式で表現される。

$$x_0(n) \cong \hat{x}_0(n) = \sum_{k=1}^K \left\{ A_k \sin\left(\frac{2\pi n}{T_k}\right) + B_k \cos\left(\frac{2\pi n}{T_k}\right) \right\} \quad (2-10)$$

2.2. 原アルゴリズムの低周波数解析の限界

原アルゴリズムで当てはめることができる最低周波数を持つテンプレート対は Fig.2-1 に示したようにフレームに対して 1 波長の周期を持つテンプレート対、つまり分析フレーム長 N を周期とするテンプレート対である。このことは、分析可能な最低周波数が分析フレーム長に依存することを意味している。例えば分析フレーム長 $N=256$ samples の場合、分析可能な最低周波数は $F_s/N=172.3$ Hz となり、これ以下の周波数成分の解析はできない。したがって、従来の原アルゴリズムでは分析フレーム長が短いほど分析可能な最低周波数が大きく、低周波数成分の解析が困難である。逆に、分析フレームを広げると時間分解能が悪くなる。

2.3. 新提案テンプレート対の導入

原アルゴリズムによって、従来の最低周波数よりも低い周波数を分析するためには、分析フレームに当てはめるテンプレート対を分析フレームに対して 1 波長未満まで拡張する必要がある。しかしそのようなテンプレート対を分析フレーム中に当てはめようとする、Fig.2-3 に示すように sin テンプレートと cos テンプレートとが非直交になるという問題がある。

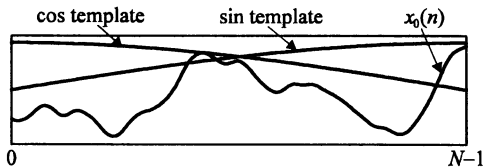


Fig.2-3 非直交なテンプレート対

そこで平田氏の提案[6]にもとづきテンプレート対の式をそれぞれ式(2-2), (2-3)から次式のように変更し、これを新提案テンプレート対とする。

$$\sin\left\{\frac{2\pi(n-\frac{N}{2})}{T_k(m)}\right\} \quad (2-11)$$

$$\cos\left\{\frac{2\pi(n-\frac{N}{2})}{T_k(m)}\right\} \quad (2-12)$$

ただし、 N は元の分析フレーム長である。なお、この場合のテンプレート対の係数を求める式は従来の式(2-4), (2-5)式から次式のように変更する。

$$A_k(m) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \left[x_0(n) \sin\left\{\frac{2\pi(n-\frac{N}{2})}{T_k(m)}\right\} \right]}{\sum_{n=0}^{N-1} \left[\sin\left\{\frac{2\pi(n-\frac{N}{2})}{T_k(m)}\right\} \right]^2} \quad (2-13)$$

$$B_k(m) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \left[x_0(n) \cos\left\{\frac{2\pi(n-\frac{N}{2})}{T_k(m)}\right\} \right]}{\sum_{n=0}^{N-1} \left[\cos\left\{\frac{2\pi(n-\frac{N}{2})}{T_k(m)}\right\} \right]^2} \quad (2-14)$$

Fig.2-4 に式(2-13)の概念図を示す。実線が被分析信号と sin テンプレートの積で得られた信号、破線が sin テンプレートの二乗を表す。図からわかる通り、式(2-13)は、被分析信号と sin テンプレートとの内積を sin テンプレートの二乗で正規化することによって sin 係数 A_k を算出している。式(2-14)の cos 係数 B_k も同様の原理である。

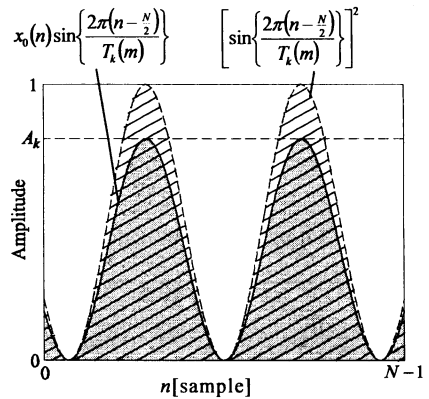


Fig.2-4 sin 係数の計算の概念図

この提案法によって、テンプレート対は 1 波長未満の場合でも必ず直交することになる。被分析信号と新提案テンプレート対の関係は Fig.2-5 のようになる。

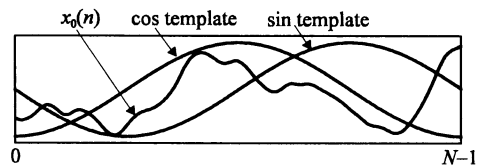


Fig.2-5 新提案テンプレート対

この新提案テンプレート対を用いて分析フレームに当てはめるテンプレート対の波長を分析フレームに対して 1 波長未満まで拡張し、所要の低い周波数を持つテンプレート対を作れるようにする。こうすることによって、原アルゴリズムによる低周波数成分の解析が可能となる。

3. 検証

3.1. 単一正弦波を用いた検証

新提案テンプレート対の有用性を検証するために、テンプレート対を分析フレームに対して1波長未満まで拡張できるようにした原アルゴリズムに従来のテンプレート対、新提案のテンプレート対を当てはめて、低い周波数成分の分析精度を比較した。ここでは各周波数ごとの正弦波抽出精度を検証するため、被分析信号を単一正弦波とした。

3.1.1. 検証の条件

この検証では GHA で使用するパラメータを以下のような条件に設定した。

- 標準化周波数： $F_s=44.1\text{kHz}$
- 分析フレーム長： $N=256\text{samples}$
- 分析可能な最低周波数： $f_{min}=F_s/4N=43.07\text{Hz}$
- 抽出正弦波数：1本

3.1.2. 被分析信号の設定

被分析信号は振幅1、位相差0rad、時間長を分析フレーム1フレーム分($N=256\text{samples}$)の長さとした1本の正弦波とし、分析可能な最低周波数 $F_s/4N$ (43.07Hz) から従来の最低分析周波数 F_s/N (172.27Hz) の範囲で Table 3-1 に示す原アルゴリズムの周波数目盛りに合わせて周波数を変化させた。

Table 3-1 平田のアルゴリズムの周波数目盛り
単位：[Hz]

		分析サンプル数 $N[\text{samples}]$				
		256	255	...	130	129
波数	0.25	43.07	43.24	...	84.81	85.47
	0.5	86.13	86.47	...	169.62	170.93
	1	172.27				

3.1.3. 分析精度の評価法

分析精度は、被分析信号の各周波数に対する抽出正弦波の振幅、位相、周波数の値を調べ、抽出正弦波と被分析信号との誤差を比較することで評価した。

3.1.4. 結果

Fig.3-1 に従来のテンプレート対、Fig.3-2 に新提案テンプレート対を当てはめてフレーム内の波数が1以下の正弦波に対する抽出正弦波の振幅、位相、周波数をしめす。

従来のテンプレート対を当てはめた場合、Fig.3-1(a)より 1/2 波長(86.13Hz)未満の周波数で振幅の誤差は理論値1に対して最大で約0.08生じている。また、(b)より 1/2 波長未満の周波数で位相の誤差は理論値0radに対して最大で約0.32radである。また、(c)より 1/2 波長未満の正弦波より低い周波数の正弦波は抽出していない。これは従来のテンプレート対が1/2 波長未満で非直交となるためである。

これに対し、新提案テンプレート対を当てはめた場合、Fig.3-2(a), (b)より振幅、位相の誤差はほぼ0に等しい。また、(c)より、どの周波数の正弦波も正確に抽出できていることがわかる。

以上から従来のテンプレート対と新提案のテンプレート対を当てはめた場合の分析精度の差は 1/2 波長(86.13Hz)未満の周波数成分で顕著になり、新提案テンプレート対を用いると短い分析フレーム長でも低い周波数成分を高精度に分析することができることがわかった。

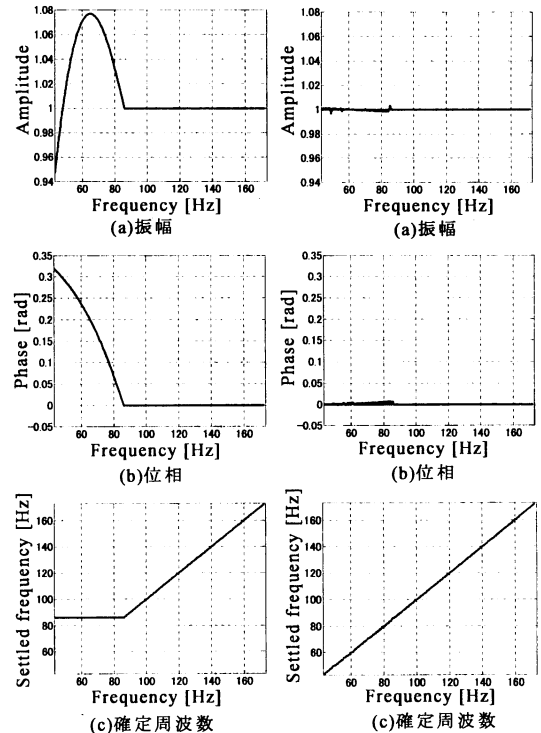


Fig.3-1 従来テンプレート対 Fig.3-2 新提案テンプレート対

3.2. 低周波数を含む音楽信号の分析による検証

新提案テンプレート対を当てはめることによって GHA で従来よりも低い周波数の正弦波を精度よく抽出することが可能となることがわかった。そこで次に実際に非定常な信号に適用できるかを検証するため、低い周波数成分を多く含む音楽信号に対して分析フレームに当てはめるテンプレート対を1波長未満まで拡張した原アルゴリズムで GHA 処理を行い、新提案テンプレート対と従来のテンプレート対を当てはめたときの分析精度を比較した。

3.2.1. 検証の条件と被分析信号

この検証は以下の条件で行った。

- 標準化周波数： $F_s=44.1\text{kHz}$

分析フレーム長： $N=256$ samples

分析可能な最低周波数： $f_{min}=F_s/8N=21.53$ Hz

また、被分析信号はサンサンスの交響曲第三番「オルガン付」第二楽章後半(Macstoso-Allegro)の冒頭部分 6秒間を用いた。この音楽信号は冒頭部分に低音が大きいパイプオルガンの前奏が入るものである。

3.2.2. 分析精度の評価法

・GDLによる評価

被分析信号 $x_0(n)$ と再合成信号 $\hat{x}_0(n)$ との差を歪みとして捉えて、抽出正弦波ごとに式(3-1)に示す一般化した歪み率：Generalized Distortion Levelを算出して評価した。GDL が小さいほど分析精度が良いことを意味する。

$$GDL = 10 \log_{10} \frac{\sum \{x_0(n) - \hat{x}_0(n)\}^2}{\sum \{x_0(n)\}^2} \quad [\text{dB}] \quad (3-1)$$

・フレームごとの抽出正弦波の振幅・周波数の評価

抽出正弦波 5 本として被分析信号に GHA を行い、フレームごとに抽出正弦波の振幅・周波数の値を算出し、従来のテンプレート対を用いた場合と新提案テンプレート対を用いた場合とで比較する。

3.2.3. 結果

結果を Fig.3-3 に示す。Fig.3-3(a)より新提案テンプレート対を用いると従来のテンプレート対を用いる

よりも GDL が悪いことがわかる。しかし、分析可能な最低周波数 $f_{min}=21.53$ Hz と設定したが、Fig.3-3(b)より従来のテンプレート対を用いた場合、86.13Hz以下の周波数成分は分析できていない。これに対し同図(c)より新提案テンプレート対を用いた場合には、確かに $f_{min}(21.53$ Hz)の成分まで正弦波を抽出できている。このことから、新提案テンプレート対を用いると GDL が悪くなるのは低い周波数成分において分析誤差が生じたためと考えられる。その確認のため、原アルゴリズムで分析可能な最低周波数を元に戻し、 $f_{min}=F_s/N=172.3$ Hz として同様の検証を行った。その結果を Fig.3-4 に示す。Fig.3-4(a)を見ると、被分析信号が低い周波数を多く含むにも関わらず $f_{min}=172.3$ Hz としたため GDL の値は $f_{min}=21.53$ Hz の場合よりも全体的に悪くなっているが、新提案テンプレート対を当てはめた場合の方が従来よりも GDL が良いことがわかる。また、Fig.3-4(b), (c)に示すフレームごとの抽出正弦波の振幅・周波数の値を見ると、抽出正弦波の振幅・周波数の値はほぼ同じという結果が得られた。このことから新提案テンプレート対を原アルゴリズムに当てはめて低い周波数成分を含む音楽信号を分析すると分析精度が悪くなる原因が、低い周波数成分の分析誤差によるものであることが確かめられた。

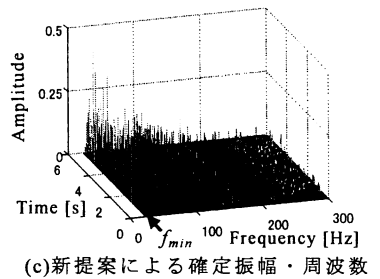
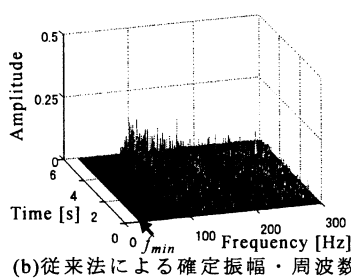
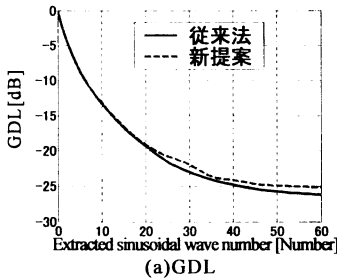


Fig.3-3 $f_{min}=F_s/8N$ のときの分析精度の比較

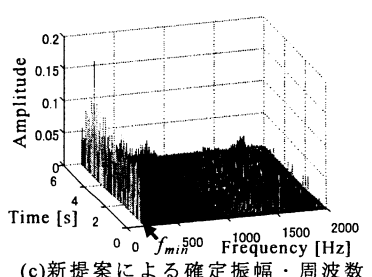
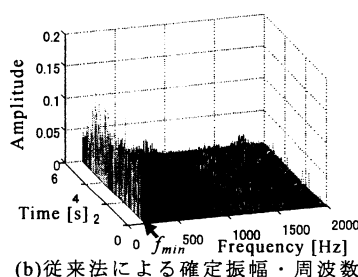
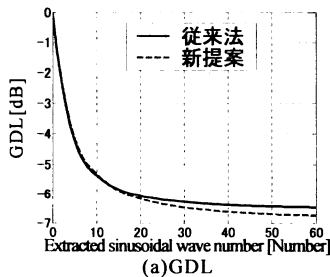


Fig.3-4 $f_{min}=F_s/N$ のときの分析精度の比較

4. 考察

3.2.の音楽信号の分析による検証から、当てはめるテンプレート対を 1/8 波長まで拡張して、新提案テン

プレート対を当てはめ、低い周波数成分を多く含む音楽信号に対して GHA を行うと、逆に従来法よりも分析精度が悪くなるということがわかった。その原因は

分析可能な最低周波数を元に戻したときに得られた結果から、低い周波数成分で分析誤差が生じているためであるということが明らかとなった。そこで低い周波数成分で生じる分析誤差の原因を以下のように考察する。

GHAを用いて低周波数成分の解析を行う際、p.3に示すように、当てはめるテンプレート対を分析フレームに対して1周期に満たない正弦波にまで拡張し、新提案テンプレート対を用いて低い周波数を分析しようと試みた。しかし、分析フレーム長に対して1周期に満たない正弦波(Fig.4-1(a))は1周期を満たしている同じ周波数の正弦波(Fig.4-1(b))よりもその波形情報が欠如するため、時間領域と周波数領域との不確定性の性質からテンプレート対そのものが持つ周波数情報 f_0 は不確かなものとなる。

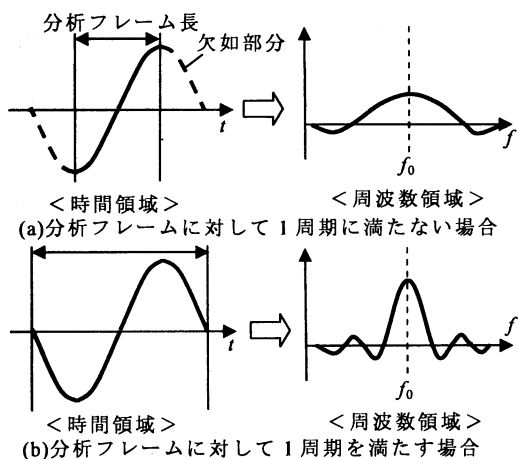


Fig.4-1 正弦波波形欠如の概念図

したがって抽出正弦波の振幅を求めるために被分析信号とテンプレート対とで内積計算を行う際、他の周波数でも振幅値を持つことがあるため、計算結果に誤差が生じることが懸念される。

しかし、p.4に示すように単一正弦波を被分析信号として低周波数成分の解析を行う場合は、単一正弦波に含まれる周波数が1つであるため、1周期に満たないテンプレート対を当てはめても被分析信号との内積計算によって振幅の値が正確に表示される。これに対し、音楽信号の場合はあらゆる周波数を含むため、1周期に満たないテンプレート対と被分析信号との内積計算によって低い周波数成分の振幅値を求めようとすると、テンプレート自体の周波数が不確かであるため、他の周波数成分でも振幅値を持つようになる。そのため抽出正弦波の振幅値に誤差が生じる。このことが原因となって分析誤差へとつながると考えられる。

以上より、音楽信号のようなあらゆる周波数を含む

複雑な信号に対して、1周期に満たない新提案テンプレート対を用いて低周波数成分の解析を行うことは有効な手段ではないと言える。従って低い周波数成分が含まれる音楽信号などの信号に対してGHA処理を行う場合には、分析フレーム中に当てはめるテンプレート対を1周期以上とし、分析フレーム毎に含まれる周波数情報に応じてフレーム幅を広げて解析を行う手法を使うことが望ましいと考えられる。

5. まとめ

本研究では従来の原アルゴリズムでは解析できなかった分析フレーム長によって決められる分析可能な最低周波数未満の低い周波数成分の高精度な解析を新提案テンプレート対を用いることによって可能にしようと試みた。単一正弦波を用いた検証によって、新提案テンプレート対を用いた場合分析フレーム長に対して1/2波長未満の低い周波数の正弦波でも高精度に抽出することができることを確認した。しかし、実際の非定常な信号に対する応用を検証するために、新提案テンプレート対を低い周波数の分析を可能にした原アルゴリズムに当てはめて、低い周波数成分を含む音楽信号を分析すると、逆に低い周波数成分での分析誤差のため分析精度が悪くなった。

今後は低周波数成分を解析するために、分析フレーム毎に含まれる周波数情報に応じてフレーム幅を可変にする手法を用いたGHAアルゴリズムを考案し、その分析精度を評価することが課題となる。

文 献

- [1] N.Wiener, "The Fourier Integral and Certain of its Applications," Dover, 1958
- [2] 牛山聡, 東山三樹夫, 飯塚昌弘, 平田能陸, "一般調和解析による波形分析," 信学技報, EA93-103, pp.39-44, 1994
- [3] 東山三樹夫, 小池恒彦, "高い周波数分析精度の信号分析手法," 日本音響学会誌, 54, 8, pp.568-574, 1998
- [4] 庄司誠一郎, 小池恒彦, 東山三樹夫, "正弦波モデルの波形表現特性," 信学技報, EA98-65, pp.1-6, 1998
- [5] 村岡輝雄, 桐生晋也, "一般化調和解析(GHA)の高速化に関する検討," 信学技報, DSP2003-31, 1-6, 2003
- [6] Y.Hirata, "Non-harmonic Fourier analysis available for detecting very low-frequency components," Journal of Sound and Vibration, 2005 expected
- [7] 村岡輝雄, 西岡義浩, "一般化調和解析における近接二周波数正弦波の分離," 信学技報, DSP2003-100, pp.5-10, 2003
- [8] 村岡輝雄, 松本泰尚, "一般化調和解析における周波数成分の相互干渉," 信学技報, DSP2003-118, pp.57-62, 2003