

## 電源配線における多次元最適化問題の一手法

草野 健次<sup>†</sup> 寺尾 誠<sup>‡</sup> 石嶋 宏亘<sup>†</sup> 川上 善之<sup>†</sup> 福井 正博<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>立命館大学大学院理工学研究科 <sup>‡</sup>立命館大学理工学部

〒525-0058 滋賀県草津市野路東 1-1-1

E-mail: {re004021, re008036, re001021, gr015061, mfukui}@se.ritsumeai.ac.jp

あらまし VLSI の微細化技術の発展により、悪影響となる物理現象が顕著になっており、システムの安定動作が重要になっている。電源配線問題は多次元最適化問題として定式化され、目的関数の設定方法や最適化のスケジューリングが困難である。我々は、これらの問題に対して有効な方法を提案する。また、その有効性について実験結果によって議論する。

キーワード 電源グリッド, 多次元同時最適化, IR ドロップ, エレクトロマイグレーション

### A Multi Objective Optimization Algorithm for Power and Ground Routing

Kenji KUSANO<sup>†</sup> Makoto TERAOKA<sup>‡</sup> Hironobu ISHIJIMA<sup>†</sup>

Yoshiyuki KAWAKAMI<sup>†</sup> and Masahiro FUKUI<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Science and Engineering, <sup>‡</sup> College of Science and Engineering, Ritsumeikan University

Noji-higashi 1-1-1, Kusatsu, Shiga 525-0058, Japan

E-mail: {re004021, re008036, re001021, gr015061, mfukui}@se.ritsumeai.ac.jp

**Abstract** To the advent of super deep submicron age, power and ground routing becomes very important for the stable operation of the system. The problem is formulated as a multi-dimensional optimization problem, and the optimization scheduling is difficult. We propose an effective method, and discuss with the experimental results.

**Keyword** Power and ground routing, multi objective optimization, IR-drop, electro-migration

#### 1. はじめに

近年、半導体微細化技術の発展と共に、情報家電やデジタル機など大規模システムを集積回路上で実現可能となり、電子システムの急速な発展を支えている。

一方、微細化により顕在化する IR ドロップやエレクトロマイグレーション（以下 EM という）など、従来は無視できた物理現象による電源系の不安定動作や信頼性低下が顕在化しており、それらを考慮した設計最適化技術が強く求められるようになってきている。

大規模な LSI 回路を高速かつ安定的に動作させるためには電源配線設計が重要である。各機能ブロックが駆動するための最低電圧以上を電源配線により供給すること、回路面積増によるコスト増を抑えることが求められる。同時に過剰電流による断線などを引き起こさないような信頼性上の対策も重要である。

電源配線の最適化に関する項目として、IR ドロップ、EM、インダクタノイズ、配線混雑度等がある。

いずれの項目も、目的関数として定義し最適化する必要があるが、どれか一つを扱えば良いというものではないので、多次元最適化問題といわれる。

多次元最適化問題は、一般的には EA (Evolutionary Algorithm) や GA (Genetic Algorithm) などの、多点探索法によって解決されるものであるが、単純に多点探索法を用いた場合に、探索空間が巨大化し、実行時間で最適解を見出すことが困難となる。特に、電源配線の最適化においては、回路の動作を常に監視する必要があるため、時間がかかる回路シミュレーションを最適化の手順の中にも含める必要がある。そのため、我々は、できるだけ効率の良い 1 点探索による方法で、多次元最適化問題を扱う方法にアプローチする。

本研究は、3 つの目的関数を同時に最適化し、LSI の電源配線系の動作安全度を向上させる方法を提案する。例えば、配線幅を広くすると、IR ドロップと EM は改善されるが、配線混雑度は悪くなる。配線幅を狭

くするとその逆になる。つまり、これら3つの要素は、トレードオフの関係にある。

従来提案されている手法は、IR ドロップ、EM、配線混雑度のいずれか一つを目的関数として扱うが、他は制約関数（不等式の条件を満足すればよい）とするものである[2-6]。しかしながら、製造ばらつきが増えてきている状況において、EMやIR ドロップを制約条件だけで扱うことは危険が伴う。言い換えると、より安全性の高い状態に持っていくことが重要である。

本文では、新たにリスクという概念を定義し、物理現象を考慮した上で、電源グリッドの電源配線幅や容量を変更し、多次元最適化のためにとった方法と、その評価について報告する。

## 2. 問題定義

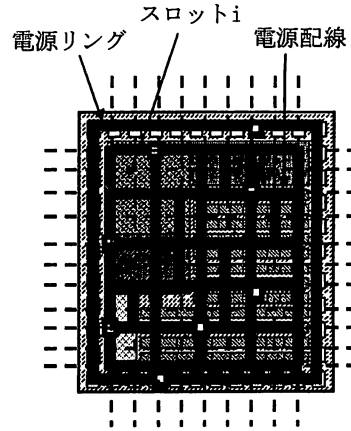
### 2.1. 電源グリッドモデル

本手法では図1におけるレイアウト図、および電源配線の回路モデルを使用する。メッシュ構造の各格子を構成する部分をスロットと呼ぶ。

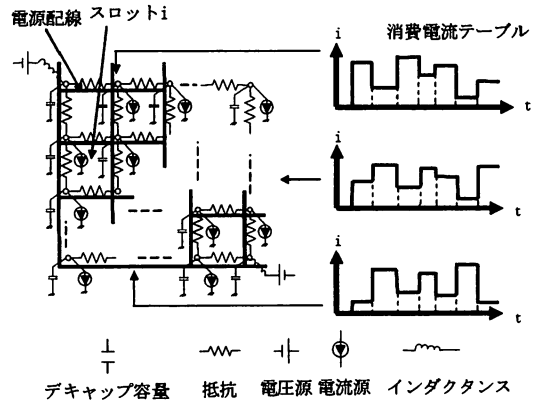
配線構造は、垂直と水平の2層構造になっており、交点はコンタクトで繋がっている。電源配線とグランド配線間にはデキャップリング（以下、デキャップという）容量が挿入されており、動的なIRドロップとインダクタノイズを緩和する働きがある。本文では、面積とのトレードオフが生じるメタル容量を想定してモデル化した。

チップの周りには、電源リングと呼ばれるI/O用の電源・グランド配線をひき、電源リングから電源配線を介して、各機能ブロックに電力を供給する。電源リングは、電源グリッド配線より十分に太いため、電源電圧と同等の供給ができる。各機能ブロックへは、電源リングより安定な電圧が供給され、ほぼ電圧が安定していると考え、電源リングは最適化対象外とする。

各スロットの4辺は、レイアウトモデルにおけるそれぞれの配線幅に応じた抵抗値を持つものとする。各ノードに接続されている容量は、デキャップ容量と配線容量の和である。各機能ブロックの動的な消費電流は、時間変化する電流源を用いて表すことにする。駆動する機能ブロックが、時間によって異なるため、いくつかのある程度まとまった機能ブロックで、異なった消費電流を取るものとする。動的に消費電流を表現することで、静的なものよりも高精度に解析することが出来る。電源配線の動作を安定化させる指標として、IRドロップ、EM、配線混雑度に関する制約を設ける。



(a) レイアウト



(b) 回路モデル

図1 レイアウトと回路モデル

**IRドロップ制約:** 電源供給ネットワークで、すべてのノード電圧  $V$  に対して、各機能ブロックが駆動するための最低電圧  $V_{min}$  を制約とする。

$$V > V_{min}$$

**EM制約:** EMを生じさせないために、最大電流密度  $\sigma_{max}$  を制約とする。枝電流を  $I$ 、配線幅を  $w$  とおくと、電流密度  $\sigma$  は、 $\sigma = I/w$  となる。

$$\sigma < \sigma_{max}$$

**配線密度制約:** スロットにこれ以上配線することできない状態の制約を設ける。各スロットに割り当てられた配線密度  $w$  の上限を  $w_{max}$  とする。

$$w < w_{max}$$

### 3. 多次元最適化問題に対する解法

多次元最適化問題に対するアプローチとして、以下の観点で臨んだ。

- ①物理量の異なる複数の目的関数を、同じディメンジョンにそろえる為に、リスク関数を定義する。
- ②複数の目的関数が同時最適化されるように、目的関数の結合方法を工夫する。

最適化のための手段は、複数の目的関数を結合した1個の評価関数の改善を目的とする最大傾斜法とSA法を用いる。初期値を与え、電源配線幅又はコンデンサの面積(配線容量+デキャップ容量)を増減させ、リスクの改善度を比較する。改善度が高いノードの評価値を求め、値が変化しなくなるまで繰り返し逐次改善を行う。

提案する電源配線幅最適化アルゴリズムを図2に示す。最適化は、水平・垂直の配線幅を増減することによって、選択された各スロットの改善が、全体の改善にどれだけ影響するかによって評価を行う。つまり、各スロットの改善と電源グリッドの全体の改善の両方を考慮する。IRドロップ評価は頂点の電圧を観察し、EMの評価はスロット辺に対応する配線に流れる電流密度を観察する。

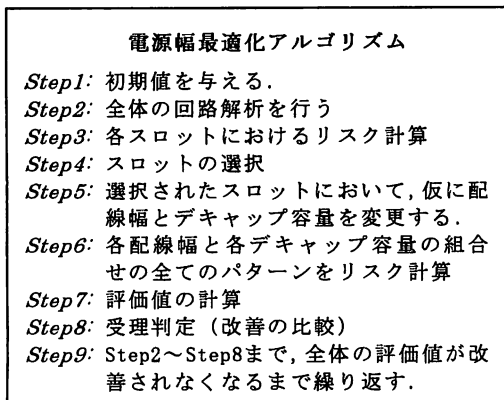
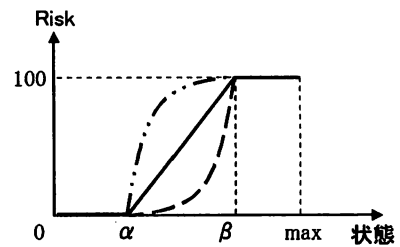


図2 最適化アルゴリズム

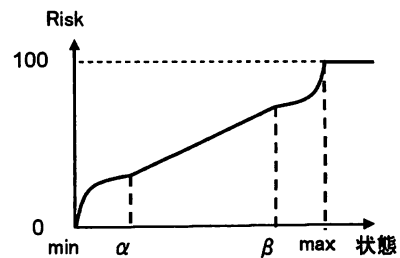
最適化の収束条件は、評価関数  $F$  が改善されなくなるまでである。初めに初期値を与え、電源グリッドの回路解析を行う。続いて、回路解析結果に基づいて各スロットのリスクを計算し、安全度  $Safe(A)$  を求める。選択された各スロット全てについて、仮に配線幅と容量を増減させて変更し、リスク計算を行う。選択されたスロットと今の状態を比較し、最も改善の良いスロットを選択する。全体としての安全度が、改善されなくなるまで最適化を行う。

### 3.1. リスク関数

IRドロップ、EM、配線混雑度といったディメンジョンの異なる物理量を0~100を表すリスクという値にそれぞれマッピングしたものをリスク関数と定義する。単位系をリスクで揃えることで、同一の尺度として1つの目的関数に表現できる。リスク値は、ある物理状態に対するそのリスク関数で表現した現在の状態を表す値と定義する。



(a) 単独関数



(b) 組合せ関数

図3 様々なリスク関数

例を図3に示す。横軸は物理量であり、設計制約を考慮に入れて、 $\alpha$ と $\beta$ といった2つのポイントを定める。 $\alpha$ 以下は安全とし、 $\beta$ 以上は危険とする。縦軸は、0(=安全)~100(=危険)とリスクの度合いを示す。配線幅や容量を最適化していくことで、各物理量を左にシフトしていくこと、つまり設計制約を満たし、より安全な方向に進むことを期待する。より安全にするため、リスク関数の各領域(ex.  $\alpha \sim \beta$ ,  $\beta \sim \max$ )における勾配を工夫する。勾配を工夫することによって、重み付けも考慮することも可能となる。例えば、 $\alpha$ 以下なら安全なので、リスク値を小さくし、制約付近または満たしていない状態には、リスク値を高くなるように重み付けの関数を考慮すれば、このようなリスク関数が適しているかもしれない。

図3(a)に示すような1次、2次、1/2次からなる3種類の勾配を考える。それに加え、図3(b)示すような関数の組合せも考えることにより、計4種類のリスク関数で、比較実験を行う。

## A. IR ドロップリスク

各ブロックを動作させるために、各頂点において各ブロックが必要とする電圧以上の電圧を供給しなければならない。電源電圧を  $V_{dd}$  とし、各頂点電圧を  $V$  とすると次式のように表す。横軸を電圧源に対する IR ドロップの割合  $P_{ir}$  とする。IR ドロップが制約値以上になると、回路は動作しなくなる。

$$P_{ir} = \frac{V_{dd} - V}{V_{dd}} \times 100 \quad (1)$$

## B. EM リスク

電流密度が増加すると、EM の危険性が増加する。横軸の状態を  $\sigma$  とし、リスクが 100 となる最大電流密度  $\sigma_{max} = I_{max}/W_{min}$  とする。リスクが増加し始める電流密度  $\sigma_p = \sigma_{max} \times \alpha$  と定義する。 $W_{min}$  は、電源配線幅の最小値であり、 $I_{max}$  は、初めの回路解析において全ての枝に流れる最大電流値を用いる。

## C. 未結線リスク

各スロットは、電源配線、信号線、デキャップで使用されるため、それらの占める面積の総和がスロットの面積に比較し、その割合が増えると未結線を生じる危険性が増加する。各スロットにおいて、配線可能な領域が存在するかどうか、また、面積やコストのマージンを取り過ぎないためにも、各スロットの面積に基づき、配線可能かどうか判断する尺度が必要である。電源配線に占める面積を  $S_p$ 、信号線の占める面積を  $S_w$ 、デキャップの占める面積を  $S_d$  とする。横軸の状態を各スロット面積  $S$  としたとき、それらに対して占める割合  $P_s$  とする。

$$P_s = \frac{S_p + S_w + S_d}{S} \times 100 \quad (2)$$

また、デキャップと配線容量は同層にあるものとする。信号線の密度は、一般的に中央ほど密集度が高い。

## 3.2. 安全度と評価関数

リスク値が 100% になれば、実現不可能である。そこで、100 (最も安全) から各リスク値を差し引いたものを安全度  $Safe(A)$  と定義する。安全度の定義によって、改善されるスロットが変更されるので、同時最適化を行うため、安全度の結合方法を考える。それらの結合方法には、積・和・二乗平均の 3 種類が挙げられ、それらを次式に示す。

(a) 積

$$Safe(A) = \frac{(100 - R_{ir})(100 - R_{em})(100 - R_w)}{100^3} \times 100 \quad (3)$$

(b) 和

$$Safe(A) = \frac{(100 - R_{ir}) + (100 - R_{em}) + (100 - R_w)}{3} \quad (4)$$

(c) 二乗平均

$$Safe(A) = \frac{(100 - R_{ir})^2 + (100 - R_{em})^2 + (100 - R_w)^2}{300} \quad (5)$$

安全度の結合方法を変更することにより、最適化を行う際、改善されるスロットにおける配線幅や容量の優先度が変わる。うまく安全度の結合方法を考慮しなければ、最適解に到達することができない可能性がある。また、3つの物理現象にトレードオフがあるため、同時最適化を考慮することが必要とされる。同時に最適化を行うには、各リスク安全度が独立ではなく、相互に関係があるように安全度を設定しなければならない。より最適解を得るため、これら3つの安全度で、比較実験を行うことにする。

全体の評価関数  $F$  は、各スロットの安全度の和として、次のように定義する。

$$F = \sum_A Safe(A) \quad (6)$$

評価関数  $F$  は、電源グリッド全体が改善されているかどうかを判断する尺度となる。

## 3.3. スロットの選択

本来は、電源グリッドの全てのスロットにおいて、配線幅や容量を増減させる操作を、考えられる全ての組合せを評価し、評価値を最も改善したものを適応することが好ましいが、計算時間を短縮するために、評価値の一番低いスロットと、ランダムに4つのスロット、合わせて5つのスロットを選択する。ランダムに選択するのは、全体の評価値で判断しているので、経路に依存して、改善される場合があるかどうかを検討するためである。

## 4. 実験及び評価

リスク関数に基づく安全度関数、及び図2のアルゴリズムの有効性を示すために、電源グリッドに初期値を与えて実験を行った。使用したワークステーションは CPU Pentium®4, 3.40GHz, メモリが 4GB である。プログラムは C 言語でコーディングし、コンパイラは、Visual Studio.NET を用いた。

電源グリッドは 10x10 メッシュで、配線幅とデキャップ容量は 3 段階とする。使用した制約値は、IR ドロップは 0.1[V], EM は、初期の回路解析の最大電流密度、配線混雑度は、スロットの面積を設定した。

表1 各物理量の最大値と平均値 (一部)

次数	結合	$\alpha-\beta$			配線混雑度				IRドロップ				EM			
					最大値		平均		最大値		平均		最大値		平均	
					初期	最終	初期	最終	初期	最終	初期	最終	初期	最終	初期	最終
1次	二乗平均	0-10	0-max	0-50	89.9	94.8	51.6	51.3	0.17	0.09	0.06	0.03	2336	1179	250	112
2次	和	4-6	0-max	20-50	69.2	63.9	18.3	16.7	0.17	0.09	0.06	0.03	2336	1173	250	128
1/2次	二乗平均	2-8	0.2max- 0.8max	20-50	91.2	94.2	48.1	46.6	0.17	0.17	0.06	0.04	2336	3695	250	250
組合せ	積	4-6	0.4max- 0.6max	10-50	44.9	43.9	25.8	25.0	0.17	0.09	0.06	0.03	2336	1573	250	153

それぞれのリスクにおける $\alpha$ と $\beta$ の値を変更して1次, 2次, 1/2次, 組合せの4種類のリスク関数, 安全度関数における積, 和, 二乗平均の3つの結合方法を, 全通りについて測定した。全ての場合で, 比較することで, 最適性と信頼性の向上を図る。電源グリッドを最適化するために, 目的関数を最適に選択することは重要である。表1には, リスク関数と安全度関数の全通り行った一部の実験結果を示す。各物理量の最大値と平均値で, 比較を行った。これは, 同一の尺度上で比較することで, リスク関数を決めることができる。1/2次は最も改善されなかったリスク関数, 2次は最も改善されたリスク関数を示す。

設計制約を満たす評価関数を採用することで, 実現可能な解となるが, より信頼性向上のため, 危険度の分布を観察することで, 最適な目的関数を抽出する。1次, 2次のリスク関数を用いた場合の最終結果の物理量の分布を比較したものを表2と表3に示す。これら2つ表は, 物理量の最大値の改善度を比較し, 改善の最も良い評価関数と改善されなかった評価関数における危険度の分布である。それぞれの物理量に対し, 制約値を最大値として6区間に分けた分布である。最良関数は, リスク関数の2次で, 安全度関数は和である。一方, 最悪関数は, 1/2次で, 二乗平均である。表2と表3を比較すると, 最良関数では, 制約値付近の物理量が改善され, 危険度の分布が全体的に左にシフトしている様子が分かる。1/2次元を選択したものより, 2次元を選択した場合のほうがより最適解にいたる収束性がよく, 最終解がよかった。最適解に至るまでのループ回数が, 1/2次元で455回, 2次元で420回, 処理時間は, 1/2次元で15.92秒, 2次元で12.11秒だった。他にも1次や組合せも同様に行ったが, それら1/2次と2次の中間を取るものになった。1/2次は, 最終解に収束するのに時間がかかり, 物理量を改善されることがないリスク関数だと推測する。

図4は2次で, 各リスク度は,  $\alpha-\beta$ 値がそれぞれ, IRは4-6, EM, 0.0- $\sigma_{max}$ , 配線混雑度, 20-50, 安全度の結合は和の条件で, 評価関数の改善に伴って,

表2 状態における危険度の分布 (最良関数)

		0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100
Rw	改善前	244	88	0	68	0	0
	改善後	244	88	0	68	0	0
IR	改善前	122	33	38	68	53	86
	改善後	150	126	41	78	5	0
EM	改善前	573	71	54	6	8	8
	改善後	633	64	23	0	0	0

表3 状態における危険度の分布 (最悪関数)

		0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100
Rw	改善前	76	0	168	88	68	0
	改善後	76	128	40	88	68	0
IR	改善前	122	33	38	68	53	86
	改善後	143	90	36	74	12	45
EM	改善前	573	71	54	6	8	8
	改善後	609	62	17	11	9	12

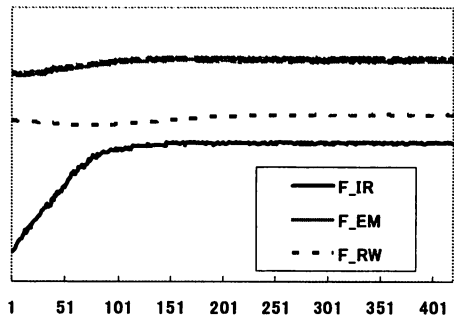


図4 各々の物理量の改善

それぞれのリスク関数値の改善のカーブを示す。それぞれの目的関数が同時に考慮され, 最適化に向かっていくことが伺える。また, 最適化の初めのループ回数では, IRドロップとEMは改善されるが, 配線混雑度は悪くなるといった面積トレードオフが生じていることも観測することが出来る。

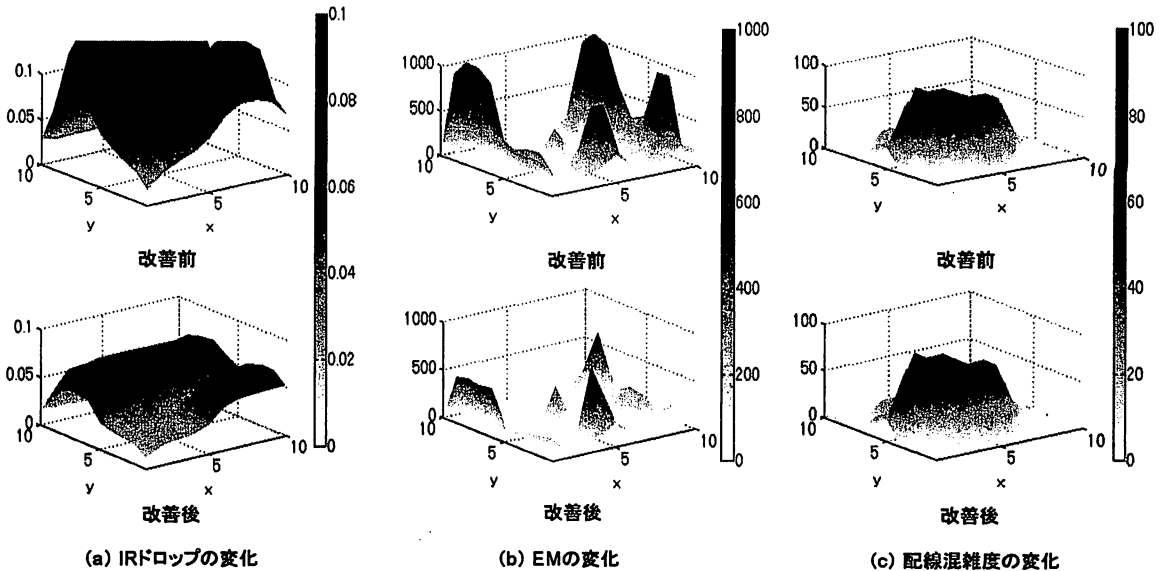


図5 電源グリッドにおける各物理量の変化

図5に、改善前と改善後の電源グリッドにおける各物理量の変化を示す。各スロットにおいて、最適化されている様子が分かる。全ての物理量は改善されており、制約値を満たしているだけでなく、さらに安全な方向に最適化が進んでいる。これより、多次元最適化問題を解決するスケジューリングが行われていると観測することができる。

## 5. 結論

本稿では、IR ドロップ、EM、配線混雑度を、新たに導入したリスクの概念を用い、同時に考慮する多次元最適化手法を提案した。多次元最適化問題に対し、1点探索を用いて最適化するアプローチについて、評価関数を工夫すれば期待通りの最適化が行われることを確認した。今後は、多点探索のEA法、GA法との比較も行い、本手法の有効性を確認する。また、解の質を落とさずに、より大規模な問題に適応し、より最適性と信頼性を向上させる方法について研究を進める。

## 謝辞

立命館大学理工学部の寺井秀一教授、吉川雅弥講師には、有益な議論に対し、同大学院理工学研究科の原田大輝氏には様々な協力に対して感謝する。この研究の一部は、文部科学省ハイテクリサーチセンター整備事業プロジェクト“インテリジェント・シリコン・ソサエティにおける研究”による。

## 文献

- [1] H. Ishijima, T. Harada, K. Kusano, M. Fukui, M. Yoshikawa, and H. Terai, "A power grid optimization algorithm with consideration of dynamic circuit operations," in *Proc. Synthesis and System Integration of Mixed Technologies* April 2006.
- [2] J. Singh Sarchin S. Sapatnekar "A fast algorithm for power grid design" in *Proc. ISPD'05*, pp.70-77, April 2006.
- [3] K. Wang, M. Marek-Sadowska, "On-chip power-supply network optimization using multigrid-based technique," *IEEE Trans. on CAD*, March 2005
- [4] H. Chen, C.-K., A. B. Kahng, Makoto Mori and Qinke Wang, "Optimal Planning for mesh-based power distribution" in *Proc. ASPDAC* pp.444-449, 2004.
- [5] K. Banerjee, A. Mehrotra, "Coupled analysis of electromigration reliability and performance in ULSI signal nets" in *Proc. IEEE International Conference on Computer-Aided Design*, pp.158-164, 2001.
- [6] T-Y Wang, C. CP Chen, "Optimization of the power/ground network wire-sizing and spacing based on sequential network simplex algorithm," *IEEE Computer*, 2002.
- [7] H. Su, K. H. Gala, S. S. Sapatnekar, "Fast analysis and optimization of power/ground networks" *IEEE Circuits & Systems*, pp.477-482, 2000.
- [8] Jaskirat Singh, Sachin S. Sapatnekar, "Congestion-Aware Topology Optimization of Structured Power/Ground Networks" in *Proc. IEEE Transaction on Computer Aided Design of Integrated Circuits and System*, pp.205-210, May 2005
- [9] 寺尾, 草野, 石嶋, 川上, 福井, "電源配線における多次元最適化問題の評価と解析" 情報関西支部大会, 2006.10