

## 対称配置可能な相対位置関係について

藤吉 邦洋<sup>†</sup> 児玉 親亮<sup>†</sup> 甲田 真一<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 東京農工大学 工学部 電気電子工学科 〒184-8588 東京都小金井市中町 2-24-16

E-mail: [fujiyosi@cc.tuat.ac.jp](mailto:fujiyosi@cc.tuat.ac.jp)

あらまし アナログ IC のレイアウト設計においては、指定されたセル対を線対称に配置配線するという『対称配置制約』を守ることが要求される。Balasa らは、矩形配置の表現方法である *sequence-pair* の示唆する相対位置制約と一つの対称軸に対する対称配置制約を守った配置が存在することの十分条件として “*symmetric-feasible sequence-pair*” を提案し、更にこれは対称配置制約を守ったどんな配置でも表現可能であると証明した。我々は *symmetric-feasible sequence-pair* では表現不可能な配置が存在することを示すことにより、これは間違いであることを既に指摘していたが、その制約に基づいた配置が存在することの必要十分条件は不明のままであった。本稿では、その必要十分条件について証明する。

キーワード 対称配置制約, *sequence-pair*, *symmetric-feasible*, アナログ IC

## Necessary and Sufficient Conditions for Symmetry Placements

Kunihiro FUJIYOSHI<sup>†</sup>, Chikaaki KODAMA<sup>†</sup>, and Shinichi KODA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Department of Electrical and Electronic Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology  
2-24-16 Nakacho, Koganei, Tokyo 184-8588 Japan

E-mail: [fujiyosi@cc.tuat.ac.jp](mailto:fujiyosi@cc.tuat.ac.jp)

**Abstract** It is often required that some modules are placed symmetrically to horizontal or vertical axis in high performance analog circuits design. Balasa et al. proposed a sufficient condition called *symmetric-feasible sequence-pair* for existing placements satisfying the symmetry constraints and topological constraints imposed by the *sequence-pair*. In this paper, we present necessary and sufficient conditions for existing placements satisfying the constraints and give a proof.

**Key words** symmetry constraint, *sequence-pair*, *symmetric-feasible*, analog IC

### 1. ま え が き

高性能アナログ IC のレイアウト設計では、しばしば指定されたいくつかのセル対を線対称に配置配線する必要がある [3]。その理由は、セルやそれと接続する配線のレイアウト、及びそれによって生ずる寄生素子の整合を取ることで、オフセット電圧が高くなることや電源電圧変動比 (PSRR) の低下を避けるためである [1]。また、熱に敏感なセル対においては熱の影響により生ずる不要な発振を避けるためにも、発熱の大きいセルに対して対称配置することで熱の影響のバランスを取るべきである [3]。この様に、指定されたセル対を線対称に配置しなければならぬという制約を“対称配置制約”と呼ぶ。

これまでアナログ IC 設計では人手による設計が主流であったが、近年では矩形配置表現と Simulated Annealing 法とを組み合わせた自動配置手法に対し、対称配置制約を課して準最適な配置を得る手法が提案されてきた。

Balasa らは、セル配置をセル名の順列の対で表現するという *sequence-pair* が示唆する相対位置制約と与えられた対称配置制約を共に満たす配置が存在することの十分条件を示し、この条件を満たした *sequence-pair* を “*symmetric-feasible*” *sequence-pair* と定義した。そして、対称配置制約を満たしたどんな配置も必ず、*symmetric-feasible sequence-pair* によって表現できることを示し、*symmetric-feasible sequence-pair* のみを Simulated Annealing 法を用いて探索することにより、制約を満たす準最適なセル配置解を効率よく得る手法を提案した [3]。しかし、対称配置制約を満たした配置の中には、*symmetric-feasible sequence-pair* では表現できないものが存在することが示された [4], [5]。これにより、対称配置制約を満たしたどんな配置でも表現可能である *sequence-pair* の条件が求められていた。

そこで我々は、一つの対称軸に対する対称配置制約と *sequence-pair* が示唆する相対位置制約を共に満たす配置が存在することの必要十分条件を示し [6]、 “*symmetric-real-feasible*

sequence-pair”と名付けたが、その証明は未公表のままであった。本稿では、その証明を与える。

## 2. Symmetric-Feasible Sequence-Pair

### 2.1 Sequence-pair

sequence-pair [2] では  $n$  個の矩形の相対位置関係を、矩形名の順列  $\Gamma_+$  と  $\Gamma_-$  の対により、 $(\Gamma_+; \Gamma_-)$  の形で表す。当然、 $n$  個の矩形の配置について  $(n!)^2$  通りの表現がある。ここで、 $\Gamma_+(i)$  は  $\Gamma_+$  中で第  $i$  番目の矩形を指し、 $\Gamma_+^{-1}(a)$  は  $\Gamma_+$  中で矩形  $a$  が左から何番目かを指す。 $\Gamma_-$  についても同様である。

sequence-pair では矩形対の相対位置関係を、以下に示す「上下左右制約」として表す。 $\Gamma_+$  と  $\Gamma_-$  で共に  $a$  が  $b$  の前にあるとき、つまり  $\Gamma_+^{-1}(a) < \Gamma_+^{-1}(b)$  かつ  $\Gamma_-^{-1}(a) < \Gamma_-^{-1}(b)$  であるとき、矩形  $a$  は矩形  $b$  の左に位置する。また  $\Gamma_+$  では  $a$  が  $b$  の前にあり  $\Gamma_-$  では  $a$  が  $b$  の後ろにあるとき、すなわち  $\Gamma_+^{-1}(a) < \Gamma_+^{-1}(b)$  かつ  $\Gamma_-^{-1}(a) > \Gamma_-^{-1}(b)$  であるとき、矩形  $a$  は矩形  $b$  の上に位置する。例えば、sequence-pair  $(b_l b_r c_a e d a_r; a_l c b_l b_r d a_r)$  は図 1 のような相対位置関係を表す

sequence-pair が示唆する上下左右制約を守って各々の矩形をできるだけ左下詰めにしたパッキングは、水平/垂直制約グラフを用いた以下の手順により、矩形数を  $n$  とすると  $O(n^2)$  時間にて求めることができる。水平制約グラフは各矩形に点に対応して、sequence-pair により左右制約関係にある全ての矩形対について、左側の矩形に対応する点から右側の矩形に対応する点に有向枝を張り、大ソース点と大シンク点を付加したものである。なお、枝の重みはその枝の両端点に対応する 2 つの矩形の横幅の和の半分とする<sup>(注1)</sup>。このグラフにおける大ソース点から各点までの最長パス長を、対応する矩形の中心の  $x$  座標とすると左詰めとなる。また、垂直制約グラフは枝が上下制約関係により張られ、その枝の双方の点に対応する矩形の高さの和の半分为重みとする以外は水平のと同じである。

### 2.2 対称配置制約

対称配置制約は複数のセル対からなる『対称集合』により表され、その中の各セル対を、共通の垂直または水平な軸に対して線対称になるように配置せよという制約である。対称集合には、それぞれ一つで対称に配置せよという『自己対称セル』が含まれる場合もある。これはすなわち、対称軸の座標にその中心を合わせなければならないセルである。対称集合は一つとは限らず、各々の対称集合毎に 1 本の垂直または水平な軸に対して対称に、その集合のセル対を配置する。

垂直な対称軸に対して対称に配置するセル対の左のセルを『左セル』、右のセルを『右セル』と呼び、それぞれ  $a_l, a_r$  の様に添字をつけて表す。自己対称セルは  $a_s$  の様に添字  $s$  をつけて表す。対称集合は対称に配置するセル対を括弧でまとめ、 $\{(a_l, a_r), b_s\}$  のように表記する。そして、対称集合を列挙することで対称配置制約を表現する。

なお、本稿では簡単のために垂直な対称軸についての対称配

置制約だけを考えるが、sequence-pair は水平方向と垂直方向で何ら違いがないため、水平な対称軸についても容易に拡張できる。

### 2.3 Symmetric-feasible sequence-pair とその欠点

[3] では、垂直の対称軸に対する対称集合について、以下の式 (1) の条件を満たした sequence-pair を symmetric-feasible sequence-pair と定義している。

$$\Gamma_+^{-1}(x) < \Gamma_+^{-1}(y) \Leftrightarrow \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(y)) < \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(x)) \quad (1)$$

ここで  $\text{sym}(a)$  は、セル  $a$  と対称に配置すべきセルを表している。

そして [3] では、「一つの垂直軸に対しての対称配置制約を守った配置は、必ず symmetric-feasible sequence-pair で表現できる」と、また、「一つの垂直軸に対しての対称配置制約と symmetric-feasible sequence-pair の示唆する制約に基づいた最適な配置を、多項式時間にて得ることが出来る」<sup>(注2)</sup>と主張し、証明していた。

対称軸が垂直線である場合、式 (1) は

$$\Gamma_+^{-1}(x_l) < \Gamma_+^{-1}(y_l) \Leftrightarrow \Gamma_-^{-1}(y_r) < \Gamma_-^{-1}(x_r) \quad (2)$$

となり、その意味するところを詳しく見ると、

$$\left( \begin{array}{c} \Gamma_+^{-1}(x_l) < \Gamma_+^{-1}(y_l) \\ \text{and} \\ \Gamma_-^{-1}(x_l) > \Gamma_-^{-1}(y_l) \end{array} \right) \Leftrightarrow \left( \begin{array}{c} \Gamma_+^{-1}(x_r) < \Gamma_+^{-1}(y_r) \\ \text{and} \\ \Gamma_-^{-1}(x_r) > \Gamma_-^{-1}(y_r) \end{array} \right) \quad (3)$$

$$\left( \begin{array}{c} \Gamma_+^{-1}(x_l) < \Gamma_+^{-1}(y_l) \\ \text{and} \\ \Gamma_-^{-1}(x_l) < \Gamma_-^{-1}(y_l) \end{array} \right) \Leftrightarrow \left( \begin{array}{c} \Gamma_+^{-1}(x_r) > \Gamma_+^{-1}(y_r) \\ \text{and} \\ \Gamma_-^{-1}(x_r) > \Gamma_-^{-1}(y_r) \end{array} \right) \quad (4)$$

であり、式 (3) は「左セルの対が上下関係なら、対応する右セルの対も同じ上下関係」であることを意味し、式 (4) は「左セルの対が左右関係なら、対応する右セルの対は逆の左右関係」であることを意味する。

一見すると、この条件を満たした sequence-pair によって必ず、対称配置制約を満たした配置が表現できる様に思える。しかし、図 1 に示した配置は、対称配置制約  $\{(a_l, a_r), (b_l, b_r)\}$  を満たしているが、対応する唯一の sequence-pair  $(b_l b_r c_a e d a_r; a_l c b_l b_r d a_r)$  は symmetric-feasible でない。つまり、「一つの垂直軸に対しての対称配置制約を守った配置は、必ず symmetric-feasible sequence-pair で表現できる」という主張は間違っていた。[3] では SA 法による探索の際に symmetric-feasible sequence-pair だけを探索しているため、この手法は最適解を見落とす可能性がある [4], [5]。

## 3. Symmetric-Real-Feasible Sequence-Pair

### 3.1 Symmetric-real-feasible sequence-pair の定義

【定義】垂直軸についての単一の対称グループに対して、以下の 3 つの式を満たした sequence-pair を “symmetric-real-feasible” sequence-pair と定義する。

(注1): 多くの論文では矩形の基準点を左下角として、枝の重みは出点に対応する矩形の横幅 (高さ) としている。

(注2): この命題についても不必要に広がった配置が得られてしまうことがあることを [4], [5] では示している。

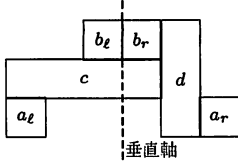


図1 対称配置制約  $\{(a_l, a_r), (b_l, b_r)\}$  を満たしているが、対応する唯一の sequence-pair  $(b_l b_r c a_l d a_r; a_l c b_l b_r d a_r)$  が symmetric-feasible ではない配置

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{l} \Gamma_+^{-1}(x) < \Gamma_+^{-1}(y) \\ \text{and} \\ \Gamma_-^{-1}(x) < \Gamma_-^{-1}(y) \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{l} \Gamma_+^{-1}(\text{sym}(x)) \not< \Gamma_+^{-1}(\text{sym}(y)) \\ \text{or} \\ \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(x)) \not< \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(y)) \end{array} \right) \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left( \begin{array}{l} \Gamma_+^{-1}(x) < \Gamma_+^{-1}(y) \\ \text{and} \\ \Gamma_-^{-1}(x) > \Gamma_-^{-1}(y) \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{l} \Gamma_+^{-1}(\text{sym}(x)) \not< \Gamma_+^{-1}(\text{sym}(y)) \\ \text{or} \\ \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(x)) \not< \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(y)) \end{array} \right) \quad (6) \end{aligned}$$

$$\Gamma_+^{-1}(x) < \Gamma_+^{-1}(\text{sym}(x)) \Leftrightarrow \Gamma_-^{-1}(x) < \Gamma_-^{-1}(\text{sym}(x)) \quad (7)$$

なお、式 (5) は左セルが左右関係のときに右セルが同一の関係でなければよいことを表し、式 (6) は左セルが上下関係のときに右セルが上下逆の関係でなければよいことを表す。そして式 (7) は、セル対は必ず左右関係でなければならないことを表している。

水平軸についての単一の対称グループに対しても同様に、symmetric-real-feasible sequence-pair が定義できる。 ■

### 3.2 定理と証明

構造的な証明をするため、対称配置制約と sequence-pair の示唆する制約を守った配置を得る手順：制約遵守配置を以下に与える。

手順：制約遵守配置：

**Step 1. y 座標の決定：** 2.1 で述べた手法により、与えられた symmetric-real-feasible sequence-pair から垂直制約グラフ  $G_{v0}$  を得る。そして、対称セル対毎に左セルに対応する点と右セルに対応する点を合併併合し、大ソース点を付加したグラフ  $G_v$  を得る。得られたグラフ  $G_v$  は無閉路なので、DAG 用の最長パスアルゴリズムを用いてこのグラフ上で大ソース点からの各点への最長パス長を求め、これに対応するセルの下辺 y 座標とする。

**Step 2. x 座標の決定：** sequence-pair 中のセル要素、すなわちグラフ上での点を、以下の3つの集合に分類する。

左点集合：左セルに対応する点の集合と、そのいずれかへ向かう枝を発する点の集合の和集合。

右点集合：右セルに対応する点の集合と、そのいずれから来た枝が入る点の集合の和集合。

中点集合：左点集合と右点集合のどちらにも属さない点の集合。

そして、中点集合に属す点のセル要素だけからなる sequence-pair から、水平制約グラフを得ることにより左詰めの x 座標を求め、その全体の幅を  $X_1$  とする。求めた左詰めの x 座標を一律に  $X_1/2$  だけ減ずることにより、x 座標が  $-X_1/2$  以上で  $X_1/2$  以下の範囲だけにこれらのセルを配置する。

左点集合に属す点のセル要素だけからなる sequence-pair から水平制約グラフ  $G_{h1}$  を得る。右点集合に属す点のセル要素だけからなる sequence-pair から水平制約グラフ  $G_{h2}$  を得る。 $G_{h2}$  の枝向きを全て逆にした  $\overline{G_{h2}}$  を作ってから、 $G_{h1}$  と  $\overline{G_{h2}}$  で対称セルの対に対応する点対を合併併合し、大ソース点を付加したグラフ  $G_h$  を得る。得られたグラフ  $G_h$  には閉路がないので、DAG 用の最長パスアルゴリズムを用いて  $G_h$  上で大ソース点からの最長パス長を求め、左点集合に属す点に対応するセルの座標は最長パス長が  $x$  なら  $-X_1/2 - x$  とし、右点集合に属す点に対応するセルの座標は最長パス長が  $x$  なら  $X_1/2 + x$  とする。 ■

すると、以下の主定理が得られる。

**【定理 1】** 単一の対称集合だけの対称配置制約と与えられた sequence-pair の制約の両方を満たした配置が存在することの必要十分条件は、その sequence-pair が symmetric-real-feasible なことである。

(証明) 両方の制約を満たした配置を表す sequence-pair が symmetric-real-feasible なことは明らかであろう。そこで以降では、垂直軸についての単一の対称グループだけの対称配置制約と symmetric-real-feasible な sequence-pair の制約に基づいた配置が存在することを構造的に示す。

上述の『制約遵守配置』の手順によって、もし配置が得られたとしたなら、それは両方の制約を満たしていることは容易に分かるであろう（幅が最小になるとは限らないことに注意されたい）。では、『制約遵守配置』の途中で行き詰まってしまったとすれば、それは

(1) **Step 1** において垂直制約グラフに閉路が存在した場合、(2) **Step 2** において、右セルに対応する点から左セルに対応する点へのパスが存在して全く分類できなかった場合、(3) **Step 2** において、水平制約グラフに閉路が存在した場合、だけである。

まず (1) の場合について考えると、以下の補題により、そのようなことはないことが示される。

**【補題 1】** 制約遵守配置の手順に symmetric-real-feasible sequence-pair を入力した **Step 1** において得られる垂直制約グラフには閉路が存在しない。

(証明) まず、symmetric-real-feasible sequence-pair の定義における式 (7) から、自己閉路が存在しないことは明らかであろう。

垂直制約グラフ  $G_v$  から対称セルに対応した点だけにより誘導される誘導部分グラフ  $G_v^I$  を考える。対称セルに対応する点  $a, b$  と対称セルではないセルに対応する点  $p$  について、垂直制約グラフ  $G_v$  上で枝  $(a, p)$  と枝  $(p, b)$  が存在していたのなら、必ず  $G_v^I$  には枝  $(a, b)$  が存在する。これは、大元の垂直制約グラフ  $G_{v0}$  において枝  $(a_l, p)$  もしくは枝  $(a_r, p)$  が存在し、また枝  $(p, b_l)$  もしくは枝  $(p, b_r)$  が存在し、これにより推移枝  $(a_l, b_l)$  もしくは  $(a_l, b_r)$  もしくは  $(a_r, b_l)$  もしくは  $(a_r, b_r)$  が存在することから容易に分かるであろう。グラフ  $G_v$  上に閉路があればこれは明らかに対称セルに対応する点を含むことから、 $G_v$  上で閉路があれば、 $G_v^I$  にも閉路が存在する。そこで、

symmetric-real-feasible sequence-pair を入力したにも関わらず長さが 2 以上の開路が生じてしまったと仮定すると、対称セルに対応した点だけにより定まる誘導部分グラフ  $G_v^l$  にも開路が存在する。

すると、後述の補題 3 から、ある対称セルの対  $a, b$  に対して、 $a_l$  と  $b_l$  の上下関係と  $a_r$  と  $b_r$  の上下関係が逆になっているか、 $a_l$  と  $b_l$  の左右関係と  $a_r$  と  $b_r$  の左右関係が同一になっていることになる。これは symmetric-real-feasible sequence-pair の定義式 (5) もしくは (6) から、有り得ない。故に、グラフ上に開路は存在しない。  
**(補題 1 証明終)**

次に (2) の場合について、右セルに対応する点から左セルに対応する点へのパスが存在したのなら、それは symmetric-real-feasible sequence-pair の定義式 (7) に反してしまうので有り得ない。

最後に (3) の場合について考えると、以下の補題により、そのようなことはないことが示される。

**【補題 2】** 制約遵守配置の手順に symmetric-real-feasible sequence-pair を入力した Step 2 において得られる水平制約グラフには開路が存在しない。

(証明) Step 2 から、グラフに自己開路が存在しないことは明らかであろう。また、対称セルに対応する点以外は、左点集合と右点集合のいずれか片方にしか存在しないので、このグラフから対称セルに対応した点だけを取り出して得られる誘導部分グラフ  $G_h^l$  を考えると、もしも元のグラフ上に開路があれば  $G_h^l$  にも開路が存在する。

すると、後述の補題 3 から、ある対称セルの対  $a, b$  に対して、 $a_l$  と  $b_l$  の上下関係と  $a_r$  と  $b_r$  の上下関係が逆になっているか、 $a_l$  と  $b_l$  の左右関係と  $a_r$  と  $b_r$  の左右関係が同一になっていることになる。これは symmetric-real-feasible sequence-pair の定義式 (5) もしくは (6) から、有り得ない。故に、グラフ上に開路は存在しない。  
**(補題 2 証明終)**

以上から、制約遵守配置の手順に symmetric-real-feasible sequence-pair を入力すれば必ず、対称配置制約と sequence-pair の制約の両方を満たした配置が得られる。**(定理 1 証明終)**

**【補題 3】** 同じ矩形集合の位置関係を表す 2 つの sequence-pair  $S_1$  と  $S_2$  があるとき、 $S_1$  から得られる垂直制約グラフ  $G_{v1}(V_v, E_{v1})$  と  $S_2$  から得られる垂直制約グラフ  $G_{v2}(V_v, E_{v2})$  の枝集合を合わせて有向グラフ  $G_v(V_v, E_{v1} \cup E_{v2})$  を得る。また、 $S_1$  から得られる水平制約グラフ  $G_{h1}(V_h, E_{h1})$  と  $S_2$  から得られる水平制約グラフ  $G_{h2}(V_h, E_{h2})$  について、後者の枝を逆向きにしてから枝集合を合わせて有向グラフ  $G_h(V_h, E_{h1} \cup \overline{E_{h2}})$  を得る。

$G_v$  もしくは  $G_h$  に有向開路が存在するなら、ある要素対  $a, b$  に対して、sequence-pair  $S_1$  による上下関係と  $S_2$  による上下関係が逆になっているか、 $S_1$  による左右関係と  $S_2$  による左右関係が同一になっている。

(証明) もし  $G_v$  に有向開路が存在するなら、後述の補題 4 から、 $G_v$  もしくは  $G_h$  上に枝数 2 の開路が存在している。そ

して、その開路を構成する 2 つの点の sequence-pair により制約される関係を見ると明らかに、逆の上下関係か、同一の左右関係になっている  
**(補題 3 証明終)**

**【補題 4】** 同じ矩形集合の位置関係を表す 2 つの sequence-pair  $S_1$  と  $S_2$  があるとき、 $S_1$  から得られる垂直制約グラフ  $G_{v1}(V_v, E_{v1})$  と  $S_2$  から得られる垂直制約グラフ  $G_{v2}(V_v, E_{v2})$  の枝集合を合わせて有向グラフ  $G_v(V_v, E_{v1} \cup E_{v2})$  を得る。また、 $S_1$  から得られる水平制約グラフ  $G_{h1}(V_h, E_{h1})$  と  $S_2$  から得られる水平制約グラフ  $G_{h2}(V_h, E_{h2})$  について、後者の枝を逆向きにしてから枝集合を合わせて有向グラフ  $G_h(V_h, E_{h1} \cup \overline{E_{h2}})$  を得る。もし  $G_v$  もしくは  $G_h$  に有向開路が存在するなら、そのどちらかには枝数が 2 の開路が存在する。

(証明) 元が推移的な有向グラフなので  $G_v$  と  $G_h$  に自己開路が存在しないことは明らかである。以下では命題を背理法にて示すため、枝数が 3 以上の有向開路だけが生じたと仮定し、その中で最も枝数の少ない開路の一つを  $C$  と呼ぶことにし、垂直制約グラフ  $G_v(V_v, E_{v1} \cup E_{v2})$  にあったと仮定する。すると、 $G_{v1}(V_v, E_{v1})$  と  $G_{v2}(V_v, E_{v2})$  は共に推移的であることから明らかに、 $C$  は  $G_{v1}$  の枝と  $G_{v2}$  の枝が交互に並んだ偶数長の開路である。

$C$  に含まれる点の中で、sequence-pair  $S_1$  の  $\Gamma$  で最も前にある点に注目し、これを  $b$  とし、 $C$  上で  $b$  の直前の点を  $a$ 、 $C$  上で  $b$  の直後の点を  $c$ 、その直後の点を  $d$  とする (図 2(c) 参照)。開路長は 3 以上の偶数、つまり 4 以上なので、 $a, b, c, d$  はそれぞれ別の点である。垂直制約グラフの枝は sequence-pair の  $\Gamma$  において前側にある点から後ろ側にある点へだけ生じるので、枝  $(a, b)$  は  $E_{v1}$  の要素になり得ない。従って、枝  $(b, c)$  は  $E_{v1}$  の要素であり (図 2(a) 参照)、枝  $(a, b)$  と  $(c, d)$  は  $E_{v2}$  の要素である (図 2(b) 参照)。

$G_v(V_v, E_{v1} \cup E_{v2})$  における  $C$  上の点の間を結ぶ枝について見ると、 $C$  を構成する枝以外にももしも枝が存在すると、これは  $C$  が枝数が最も少ない開路であるという条件に反する。従って、 $G_v$  では  $C$  上の点の間を結ぶ枝は  $C$  を構成する枝以外には存在しない (図 2(c) 参照)。sequence-pair の制約グラフでは任意の点対間について必ず、水平か垂直のどちらかで制約枝が存在するので、その他の点対には、水平制約グラフ  $G_h$  上で枝が存在するはずである。

$S_1$  から得られた水平制約グラフ  $G_{h1}(V_h, E_{h1})$  について考える。点  $a$  と  $b$  の間には、 $G_{v1}$  には枝がなかったので、 $G_{h1}$  上に枝が存在するはずで、 $S_1$  の  $\Gamma$  で最も前にある点が  $b$  なので枝向きが定まり、 $G_{h1}$  上に枝  $(b, a)$  が存在する。同様に点  $b$  と  $d$  に注目すると  $G_{h1}$  上に枝  $(b, d)$  が存在することが分かる。点  $a$  と  $c$  に注目すると、同様に  $G_{h1}$  上に枝が存在するはずで、向きについてはもしも  $(a, c)$  だと、枝  $(b, a)$  が存在することから推移枝  $(b, c)$  も  $G_{h1}$  上に存在することになってしまい、 $G_{v1}$  に枝  $(b, c)$  が存在することと矛盾してしまうので、枝  $(c, a)$  が  $G_{h1}$  上に存在する (図 2(d) 参照)。

$S_2$  から得られる水平制約グラフ  $G_{h2}(V_h, E_{h2})$  について考える。点  $b$  と  $d$  の間には  $G_{v2}$  には枝がなかったので  $G_{h2}$  に枝が

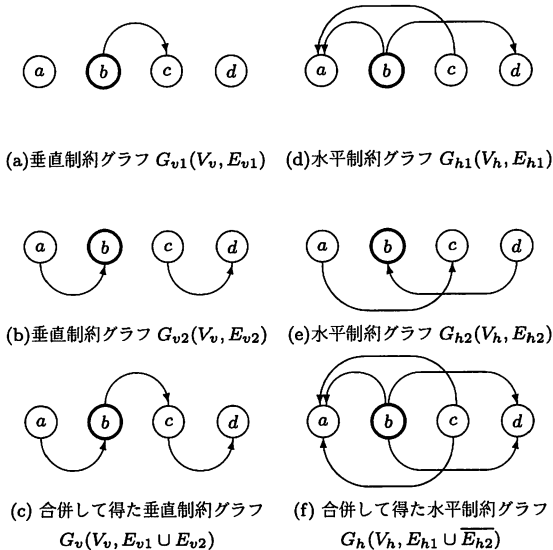


図 2 同じ集合を要素とした sequence-pair  $S_1$  と  $S_2$  から得られたそれぞれの垂直制約グラフ  $G_{v1}$  と  $G_{v2}$  を合併して得た垂直制約グラフ  $G_v$  に長さ 3 以上の閉路があったと仮定しての背理法での証明手順

存在するが、 $G_{h1}$  上に枝  $(b, d)$  が存在するので、もしもその枝向きが  $(b, d)$  だと、 $G_h(V_h, E_{h1} \cup \overline{E_{h2}})$  においては点  $b$  と  $d$  の間に枝数が 2 の閉路が出来てしまい仮定に矛盾するので、枝  $(d, b)$  である。全く同様に点  $a$  と  $c$  については枝  $(a, c)$  が  $G_{h2}$  に存在する (図 2(e) 参照)。

さて点  $b$  と  $c$  に注目すると、 $G_{v2}$  には枝がなかったので  $G_{h2}$  に枝が存在するはずである。そこで枝向きを考えると、もし  $(b, c)$  だと枝  $(d, b)$  との推移枝  $(d, c)$  が存在することになり、もし  $(c, b)$  だと枝  $(a, c)$  との推移枝  $(a, b)$  が存在することになり、これらは共に、 $G_{v2}$  に枝  $(a, b)$  と  $(c, d)$  が存在するという仮定と矛盾する (図 2(f) 参照)。 (補題 4 証明終)

#### 4. ま と め

本稿では、symmetric-real-feasible sequence-pair について、これが一つの対称集合による対称配置制約を満たした配置が存在することの必要十分条件であることを示した。

今後の課題としては、複数の対称集合による対称配置制約を満たした配置が存在することの必要十分条件を求めることが挙げられる。

#### 文 献

- [1] J. Cohn, D. Garrod, R. Rutenbar and L. Carley: "Analog device-level layout automation", Kluwer Academic Pub., 1994.
- [2] H. Murata, K. Fujiyoshi, S. Nakatake, and Y. Kajitani: "Rectangle-packing-based module placement," IEEE IC-CAD, pp.472-479, 1995.
- [3] F. Balasa and K. Lampaert: "Symmetry within the sequence-pair representation in the context of placement for analog design," IEEE Trans. CAD, vol.19, no.7, pp.721-731, 2000.
- [4] 甲田 真一, 藤吉 邦洋, 児玉 親亮: "アナログ IC 設計における対

- 称配置制約を考慮した配置手法," 第 18 回 回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp.229-234, 2005.
- [5] 甲田 真一, 藤吉 邦洋, 児玉 親亮: "アナログ IC 設計における対称配置制約を考慮した配置手法," 信学論 (A), vol.J89-A, no.6, pp.581-584, 2006.
- [6] S. Koda, C. Kodama, and K. Fujiyoshi: "Linear Programming-Based Cell Placement with Symmetry Constraints for Analog IC Layout," IEEE Trans. CAD, vol.26, no.4, pp.659-668, 2007.