

# D-Waveの量子アニーリングマシン上における最大クリーク探索の実験的評価

白石 千尋\*      大久保誠也†      若月光夫‡      西野哲朗§  
 電気通信大学\*      静岡県立大学†      電気通信大学‡      電気通信大学§  
 大学院情報理工学研究科      経営情報学部      大学院情報理工学研究科      大学院情報理工学研究科

## 1 はじめに

現実存在する様々な問題は、組み合わせ最適化問題として定式化できる。しかし、問題の規模が大きくなると一般的な計算機では現実的な時間で最適解を求めることが困難になる。量子アニーリングマシンは、組み合わせ最適化問題を一般的な計算機より高性能に計算できる可能性があるとしており、D-Wave Systems[1]が開発したものが現存する。

組み合わせ最適化問題の1つである最大クリーク問題について、量子アニーリングマシン上での解法と古典アルゴリズムとの比較検証を行う。

## 2 量子アニーリングマシン

量子アニーリングマシンは、量子アニーリングによってスピングラス問題の最適解を求める計算機である。

D-Wave Systems[1]が開発した量子アニーリングマシンのグラフ構造は全結合ではないため、問題を埋め込む際に工夫が必要となることがあり、埋め込むのに必要な量子ビットの数が増大することがある。また、製造段階で発生する量子ビットの欠落が存在する。利用可能な実機として、次数15の約5000量子ビットからなるPegasusトポロジに基づくAdvantageや次数20のZephyrトポロジに基づき、現在は約500量子ビットのプロトタイプが利用可能なAdvantage2がある。

## 3 スピングラス問題

スピングラス問題は、イジングモデルという強磁性体や反共磁性体などの磁性体におけるスピンの動作をモデル化した統計力学上のモデルの総エネルギー(ハミルトニアン)を最小化する問題である。 $\pm 1$ の2つの値をとるイジング変数を $s_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 、2つのイジング変数 $s_i, s_j$ の間の相互作用を $J_{ij}$ 、イジング変数 $s_i$ の局所磁場を $h_i$ とすると、ハミルトニアンは

$$H = - \sum_{i < j} J_{ij} s_i s_j - \sum_{i=1}^N h_i s_i \quad (1)$$

で表される[2]。

スピングラス問題はNP困難な問題である。全てのNP完全問題は、特定のNP困難な問題に多項式時間で還元することができる。還元することで、量子アニーリングマシンによる解探索が可能となる。

## 4 最大クリーク問題

クリークとは、グラフ $G = (V, E)$ について、頂点の部分集合 $C \subseteq V$ において $C$ に属する任意の頂点の組の間に辺が存在するもの、つまり完全グラフのことである。最大クリーク問題は、サイズ(部分グラフの頂点数)が最も大きいクリークを求める問題である。

## 5 先行研究

古典アルゴリズムであるMCTdoubleprime[4]は、クリークを深さ優先探索によって小さいものから出発して大きいものを逐次求めていく分枝限定法に基づくアルゴリズムを基本として、クリークの大きさの上界を求めるための頂点の番号付けの前処理と、探索回数を減らすために節点を並べ換える前処理などを施すことで、探索木の分枝数を減少させている。

Experimental Evaluation of Maximum Clique Search on D-Wave Quantum Annealing Machines

\*Chihiro Shiraishi, Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

†Seiya Okubo, School of Management & Information, University of Shizuoka

‡Mitsuo Wakatsuki, Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

§Tetsuro Nishino, Graduate School of Informatics and Engineering, The University of Electro-Communications

量子アニーリングマシンを利用するためのアルゴリズムであるグラフ分割アルゴリズム [3] では、 $k$ -core に基づくグラフ削減とグラフの分割という手法を組み合わせ、D-Wave マシン上に埋め込めないサイズのグラフを分割し、埋め込みを可能にする。グラフ  $G = (V, E)$  の  $k$ -core は、すべての頂点の次数が少なくとも  $k$  であるような  $G$  の最大部分グラフである。 $k$  クリークのすべての頂点の次数は  $k-1$  であるから、グラフ  $G$  でサイズ  $k+1$  以上の最大クリークを見つけることは、 $G$  の  $k$ -core でそのようなクリークを見つけることと等価である。グラフ分割アルゴリズムは、グラフ  $G$  の頂点  $v$  を定め、 $v$  に隣接する頂点からなるグラフ  $G_1$  と  $v$  以外で構成されるグラフ  $G_2$  に分け、それぞれのグラフについて  $k$ -core に基づくグラフ削減と最大クリーク探索を繰り返し行う。

Chapuis ら [3] の研究では、グラフ分割アルゴリズムを用いて最大クリーク問題の最適解探索を行い、古典アルゴリズムで解いたものと比較していたが、比較対象の古典アルゴリズムに MCTdoubleprime といった高速なアルゴリズムがなく、大きいグラフについては精度についての検証がなされていない。

## 6 実験

最大クリーク問題において、D-Wave マシンの最適解探索の精度と速度を MCTdoubleprime と比較・検証をするため、以下のような実験を行った。D-Wave マシン上でランダムグラフの最大クリークを求め、MCTdoubleprime で厳密解を求めることで算出した正答率を図??に示した。ランダムグラフは頂点数  $size$  を 20, 30, ..., 100, 辺の存在率  $rate$  を 0.3, 0.4, ..., 0.9 としそれぞれ組み合わせで 10 種類生成した。黄色は MCTdoubleprime で解いたもの、緑は Advantage で解いたもの、青は Advantage2 によって  $size=80$  まで解いたものである (グラフ分割アルゴリズムを用いたものは赤で示した)。図 1 より、D-Wave マシンによる探索は、グラフサイズが大きくなるほど精度が下がることがわかった。また、図 2 より、どの試行でも MCTdoubleprime の方が速く、グラフ分割アルゴリズムを用いると、実行時間は大きく増加することがわかった。以上の結果から、グラフ分割アルゴリズムを用いると精度が改善することがわかった。また、Advantage2 の方が Advantage より高い精度で最大クリーク問題の最適解探索ができることがわかった。

## 7 おわりに

D-Wave マシンを利用した最大クリーク問題の最適解探索は、MCTdoubleprime と比較すると精度も速度も

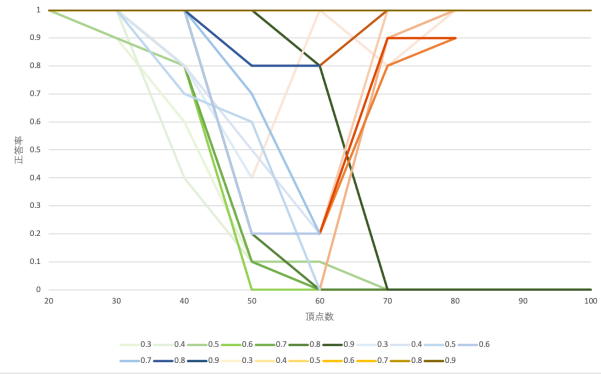


図 1: 最大クリーク問題の正答率

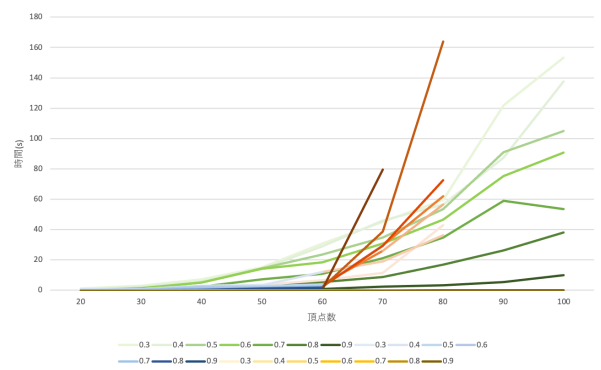


図 2: 最大クリーク問題の探索時間

劣ったが、グラフ分割アルゴリズムを用いると精度は改善することがわかった。また、アルゴリズムの改善によって、精度も速度も改善できる可能性があるため、これが今後の課題となる。

## 参考文献

- [1] D-Wave Systems, <https://www.dwavesys.com>, 参照:2022/07/13
- [2] Andrew Lucas(2014) Ising formulations of many NP problems. *Front. Physics* 2:5. doi: 10.3389/fphy.2014.00005
- [3] Chapuis, G. et al.(2018) Finding Maximum Cliques on the D-Wave Quantum Annealer. *Journal of Signal Processing Systems* 91:363-377
- [4] 柳澤, 富田, 片山, 金原, 戸田, 伊藤, 若月, 西野 (2021) "最大クリーク抽出アルゴリズム MCT のさらなる高速化", 電子情報通信学会コンピュータシミュレーション研究会技術研究報告, COMP2020-35.