

混雑度に応じた通行料課金方式におけるノイズへの頑健性

吉田 侃弘†

藤田 桂英‡

†東京農工大学 工学部 情報工学科

‡東京農工大学大学院 工学研究院 先端情報科学部門

1 はじめに

道路混雑の改善策として、ロードプライシングが注目を集めている。近年、通信機能を有する自動車やスマートフォン等の通信技術の進歩・普及により、従来よりも機動的な通行料を広範囲へ導入することが技術的に可能になりつつある。特に、限界費用料金と呼ばれる通行料の計算方法は、システム性能をシステム最適へ導くことが理論的に保証されている。しかし、一般に限界費用料金を正確に計算することは困難であり、ノイズを持つ不正確な限界費用料金がシステム性能に与える影響は未だ明らかでない点が多い。

本研究では、リンク固有の定数係数によるノイズを持つ限界費用料金を通行料として導入した場合を対象に、通行料非導入時よりシステム性能が悪化しないためのノイズの理論的条件を示す。さらに、シミュレーション実験によってシステム性能への影響を考察する。

2 準備

交通ネットワークの表現 交通ネットワークを、ノード集合 V とリンク集合 E による有向グラフ $G(V, E)$ で表す。各リンク $e \in E$ には、そのリンクの旅行時間と通行料が設定されている。

旅行時間に関して、本研究ではBPR関数 $t_e(f_e) = T_e + \alpha_e f_e^\beta$ を仮定する。 $T_e, \alpha_e \geq 0$ はいずれもリンク固有の定数である。 f_e はリンク e のフローである。 β はネットワーク全体で一定のパラメータであり、通常 $\beta = 4$ が用いられる。各ノード対 $(s, t) \in V^2$ には、 s から t へのフローを表す需要関数 $R(s, t) \geq 0$ が設定されている。通行料に関して、その計算方式として有名なものに限界費用料金 (MCT: marginal cost toll) $\tau_e^{MCT} = f_e \cdot dt_e/df_e$ がある。

利用者均衡・システム最適 交通ネットワークの利用者の経路選択行動と道路混雑との結果として生じる状態として、Wardrop (1952) の提唱した利用者均衡 (UE: User Equilibrium) を仮定する。その際、交通ネットワー

クのすべての利用者に対して、旅行時間と通行料の和で表される自身のコストが最小となるような経路選択行動を常にとることと、利用可能な経路について完全な情報を得ていることを仮定する。

通行料 τ の導入時の利用者均衡における総旅行時間は $T(\tau) = \sum_{e \in E} \bar{f}_e t_e(\bar{f}_e)$ である。ただし、 $\bar{f}_e = \bar{f}_e(\tau)$ は、通行料 τ の導入時の利用者均衡におけるリンク e のフローである。総旅行時間が最小となる状態をシステム最適 (SO: System Optimum) という。限界費用料金 τ^{MCT} を導入した際の利用者均衡はシステム最適に一致することが知られている。したがって、総旅行時間最小化の目的において、限界費用料金は最適な料金といえる。

ある通行料 τ の導入時の総旅行時間 $T(\tau)$ をシステム最適での総旅行時間 T^* で除した値を、PoA (Price of Anarchy) $\rho(\tau) = T(\tau)/T^* \geq 1$ と定義し、本研究ではPoAでシステム性能を測る。

3 不正確な限界費用料金と PoA 安全圏

本研究では、交通ネットワーク上のすべてのリンクに導入される通行料が、リンク固有の定数係数によって表現されるノイズを持つ限界費用通行料である状況を考える。

不正確な限界費用料金 不正確な限界費用料金を $\tilde{\tau}_e^{MCT} = r_e \tau_e^{MCT}$ で定義する。ただし、 r_e はリンク固有の定数であり、限界費用料金のノイズを表す。以下では、(a) $0 \leq r_e \leq 1 (\forall e \in E)$ の場合と (b) $r_e \geq 1 (\forall e \in E)$ の場合を検討する。

PoA 安全圏 不正確な限界費用料金を導入した場合のPoAが³、通行料非導入時のPoAより悪化し得ないために、ノイズが満たすべき条件を、本研究ではPoA安全圏 (Price of Anarchy Safty Zone) と定義する。通行料非導入時のPoAである $\rho(\mathbf{0}) \in \left[1, [1 - \beta(1 + \beta)^{-\frac{1+\beta}{\beta}}]^{-1}\right]$ [1] は、実測やシミュレーションによって決定されると仮定する。

不正確な限界費用料金の導入下における利用者均衡と等価な変分不等式問題 $\sum_{e \in E} (t_e(\bar{f}_e) + \tilde{\tau}_e^{MCT})(f_e - \bar{f}_e) \geq 0 (\forall f)$ を用いてPoAの上界を評価する [2] ことで、以下のPoA安全圏を得る。

A Noise Robustness of Congestion Pricing

†Department of Computer and Information Sciences, Faculty of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology

‡Division of Advanced Information Technology and Computer Science, Institute of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology

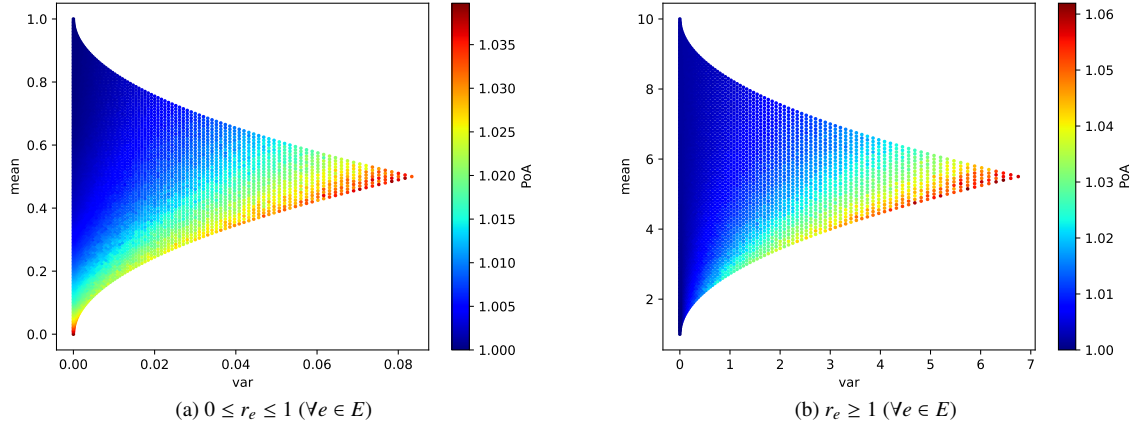


図 1: Sioux Falls ネットワークの PoA と、限界費用料金のノイズ r_e を決定する一様分布の平均・分散の関係。

(a) $0 \leq r_e \leq 1 (\forall e \in E)$ の場合 $r^* = \min_{e \in E} r_e$ として、

$$\rho(\mathbf{0}) \geq \frac{1}{1 - \beta \left[\left(\frac{1 + \beta r^*}{1 + \beta} \right)^{\frac{1 + \beta}{\beta}} - r^* \right]} \quad (1)$$

ただし、近似的には、 $1 - \frac{(1 + \beta)^{\frac{1 + \beta}{\beta}} - \beta}{\beta} (\rho(\mathbf{0}) - 1) \leq r^* \leq 1$ 。

(b) $r_e \geq 1 (\forall e \in E)$ の場合 $r^* = \max_{e \in E} r_e$ として、

$$\rho(\mathbf{0}) \geq \left(\frac{1 + \beta r^*}{1 + \beta} \right)^{1 + \beta} \left(\frac{1}{r^*} \right)^\beta \quad (2)$$

ただし、近似的には、 $1 \leq r^* \leq \left(\frac{1 + \beta}{\beta} \right)^{1 + \beta} (\rho(\mathbf{0}) - 1) + 1$ 。

4 実験

実験設定 理論的に導いた PoA 安全圏の確認および不正確な限界費用料金がシステム性能に及ぼす影響の考察のため、Sioux Falls ネットワークを用いてシミュレーション実験を行う。Sioux Falls ネットワークは、24 個のノードと 76 本のリンクで構成され、交通ネットワーク解析のベンチマークとしてしばしば用いられるネットワークである。各リンクのノイズ r_e は一様分布に従う乱数によって決定する。一様分布の区間は (a) $[0.0, 1.0]$ 内あるいは (b) $[1.0, 10.0]$ 内とし、区間の端点を (a) では 0.01 刻みで、(b) では 0.1 刻みで変化させ、各区間 20 回ずつ実験する。利用者均衡配分の計算には Algorithm B [3] を用い、収束条件は relative gap が 1×10^{-8} 以下とする。

Sioux Falls ネットワークの通行料非導入時の PoA は $\rho(\mathbf{0}) = 1.0397$ であり、この値から求める PoA 安全圏は、(a) の場合、式 (1) より $0.70073 \leq \min_{e \in E} r_e \leq 1$ 、(b) の場合、式 (2) より $1 \leq \max_{e \in E} r_e \leq 1.3807$ である。

実験結果 理論的に導いた PoA 安全圏を満たすノイズに対し、(a) $\max \rho(\tau) = 1.0012 < \rho(\mathbf{0})$ 、(b) $\max \rho(\tau) =$

$1.0007 < \rho(\mathbf{0})$ となり、通行料非導入時の PoA を超えないことを確認した。

ノイズ r_e を決定する一様分布の平均・分散とシミュレーション実験で得た PoA の 20 回の平均との関係を図 1 に示す。 r_e の分散に関して、(a)、(b) いずれの場合も小さいほど PoA が良い傾向がある。この結果は、限界費用料金の近似計算手法 Δ -tolling [4] のパラメタ β をネットワーク全体で一定とする根拠となる。他方、 r_e の平均に関して、(a)、(b) いずれの場合も大きいほど PoA が良い傾向がある。この結果は、ネットワーク全体で一定のノイズ $r_e = r (\forall e \in E)$ の場合の傾向 [5] と異なる。

5 まとめ

本論文では、リンク固有の定数係数によるノイズを持つ限界費用料金を通行料として導入した交通ネットワークにおいて、通行料非導入時よりシステム性能が悪化し得ないためのノイズの条件を PoA 安全圏と定義し、それを理論的に示した。さらに、シミュレーション実験により、理論の裏付けおよび限界費用料金の持つノイズの平均・分散とシステム性能の関係を考察した。

参考文献

- [1] Tim Roughgarden. The price of anarchy is independent of the network topology. *Journal of Computer and System Sciences*, 67(2):341–364, 2003.
- [2] Hai Yang, Wei Xu, and Benjamin Heydecker. Bounding the efficiency of road pricing. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46(1):90–108, 2010.
- [3] Robert B. Dial. A path-based user-equilibrium traffic assignment algorithm that obviates path storage and enumeration. *Transportation Research Part B: Methodological*, 40(10):917–936, 2006.
- [4] Guni Sharon, Josiah P. Hanna, Tarun Rambha, Michael W. Levin, Michael Albert, Stephen D. Boyles, and Peter Stone. Real-time adaptive tolling scheme for optimized social welfare in traffic networks. In *Proceedings of AAMAS '17*, pages 828–836, 2017.
- [5] Guni Sharon, Stephen D. Boyles, Shani Alkoby, and Peter Stone. Marginal cost pricing with a fixed error factor in traffic networks. In *Proceedings of AAMAS '19*, pages 1539–1546, 2019.