6R-09

属性の出現確率と出現順序に着目した社会的影響分析

鈴木 麻由里 †　Nakazaki Flores Luis Alberto Chikao †　山岸 祐己 †　祝田 実 ‡
斉藤 和巳 §
† 静岡理工科大学 情報学部 ‡ 祝田石油株式会社 § 神奈川大学 理学部

1 はじめに

店舗の顧客や感染症の患者といった，時系列的にランダムに発生するデータの分析方法として，カテゴリの出現確率と出現順序に基づいた可視化手法を提案する．提案する二手法は，時系列カテゴリカルデータを扱うことに特化したパラメータフリーな手法であり，複数カテゴリの出現確率分布の変動と出現順序の偏りを定量的に評価することも可能である．評価実験では，サービスステーションの顧客来店情報を用いて，提案手法が社会現象の影響を検出できるか検証する．また，実験において，提案手法は高速計算機を使わずとも実用的な計算時間で動作することも示す．

2 提案手法

2.1 多項分布レジームスイッチング

時系列データを $\mathcal{D} = \{(s_1, t_1), \cdots, (s_N, t_N)\}$ とする．ここで，s_n と t_n は，J カテゴリの状態と n 番目の観測時刻をそれぞれ表す．$|\mathcal{D}| = N$ を観測数とすると，$t_1 \leq \cdots \leq t_n \leq \cdots \leq t_N$ となる．n はタイムステップとし，$\mathcal{N} = \{1, 2, \cdots, N\}$ をタイムステップ集合とする．また，k 番目のレジームの開始時刻を $T_k \in \mathcal{N}$，$\mathcal{T}_K = \{T_0, \cdots, T_k, \cdots, T_{K+1}\}$ をスイッチングタイムステップ集合とし，便宜上 $T_0 = 1$，$T_{K+1} = N+1$ とする．すなわち，$T_1, \cdots, T_K$ は推定される個々のスイッチングタイムステップであり，$T_k < T_{k+1}$ を満たすとする．そして，$\mathcal{N}_k$ を k 番目のレジーム内のタイムステップ集合とし，各 $k \in \{0, \cdots, K\}$ に対して $\mathcal{N}_k = \{n \in \mathcal{N}; T_k \leq n < T_{K+1}\}$ のように定義する．なお，$\mathcal{N} = \mathcal{N}_0 \cup \cdots \cup \mathcal{N}_K$ である．

いま，各レジームの状態分布が J カテゴリの多項分布に従うと仮定する，$\boldsymbol{p}_k$ を k 番目のレジームにおける多項分布の確率ベクトルとし，$\mathcal{P}_K$ はそれら確率ベクトルの集合，つまり $\mathcal{P}_K = \{\boldsymbol{p}_0, \cdots, \boldsymbol{p}_K\}$ とすると，$\mathcal{T}_K$ が与えられたときの対数尤度関数は以下のように定義できる．

$$L(\mathcal{D}; \mathcal{P}_K, \mathcal{T}_K) = \sum_{k=0}^{K} \sum_{n \in \mathcal{N}_k} \sum_{j=1}^{J} s_{n,j} \log p_{k,j}. \tag{1}$$

ここで，$s_{n,j}$ は $s_n \in \{1, \cdots, J\}$ を

$$s_{n,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } s_n = j; \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{2}$$

のように変換したダミー変数である．各レジーム $k = 0, \cdots, K$ と各状態 $j = 1, \cdots, J$ に対する式 (1) の最尤推定量は $\hat{p}_{k,j} = \sum_{n \in \mathcal{N}_k} s_{n,j} / |\mathcal{N}_k|$ のように与えられる．これらの推定量を式 (1) に代入すると以下の式が導ける．

$$L(\mathcal{D}; \hat{\mathcal{P}}_K, \mathcal{T}_K) = \sum_{k=0}^{K} \sum_{n \in \mathcal{N}_k} \sum_{j=1}^{J} s_{n,j} \log \hat{p}_{k,j}. \tag{3}$$

したがって，スイッチングタイムステップの検出問題は，式 (3) を最大化する $\mathcal{T}_K$ の探索問題に帰着できる．

しかし，式 (3) だけでは $\mathcal{T}_K$ の導入によってどれだけ尤度が改善したかという直接的な評価をすることができない．この問題において，レジームスイッチングを考慮しないときの尤度からの改善度合いを評価することは重要であるため，尤度比最大化問題として目的関数を構築し直す．もし，レジームスイッチングのような変化が存在しない，すなわち $\mathcal{T}_0 = \emptyset$ と仮定すると，式 (3) は

$$L(\mathcal{D}; \hat{\mathcal{P}}_0, \mathcal{T}_0) = \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{j=1}^{J} s_{n,j} \log \hat{p}_{0,j}, \tag{4}$$

となる．ここで，$\hat{p}_{0,j} = \sum_{n \in \mathcal{N}} s_{n,j} / N$ である．よって，K 個のスイッチングを持つ場合と，スイッチングを持たない場合の対数尤度比は

$$LR(\mathcal{T}_K) = L(\mathcal{D}; \hat{\mathcal{P}}_K, \mathcal{T}_K) - L(\mathcal{D}; \hat{\mathcal{P}}_0, \mathcal{T}_0). \tag{5}$$

のように与えられる．最終的に，この問題は上記の $LR(\mathcal{T}_K)$ を最大化する $\mathcal{T}_K$ の探索問題に帰着できる．なお，式 (5) の最大化については既存研究のアルゴリズム [1] を採用し，最小記述長（Minimum Description Length）原理に基づいて終了させることでパラメータフリーな手法とする．

Social Impact Analysis Focusing on the Probability and Order of Appearance of Attributes
†Mayuri SUZUKI　†Luis Alberto Chikao NAKAZAKI FLORES
†Yuki YAMAGISHI　‡Minoru HODA　§Kazumi SAITO
†Shizuoka Institute of Science and Technology
‡Hoda Oil Inc.
§Kanagawa University

2.2 多群順位統計量

前述の問題設定同様，タイムステップ集合と，それらが有するカテゴリ集合をそれぞれ $\mathcal{N}$ と $\mathcal{J}$ とする．このとき，タイムステップ n がカテゴリ j を有する場合は 1，それ以外の場合は 0 となっている J 行 N 列の行列を Q ($q_{j,n} \in \{0,1\}$) とすると，タイムステップ n までのカテゴリ j の出現数は $I_{j,n} = \sum_{i=1}^{n} q_{j,i}$ のように表せる．ここでの目的は，タイムステップとカテゴリの集合が与えられたとき，出現順位の値が大きい（新しい），または逆に小さい（古い）タイムステップが有意に多く含まれるカテゴリを定量的に評価する指標の構築である．

Mann-Whitney の二群順位統計量 [2] を多群に拡張し，カテゴリの出現順位に適用する方法について述べる．いま，カテゴリ j に着目すれば，このカテゴリに属するタイムステップ集合 $\{n \in \mathcal{N} : q_{j,n} = 1\}$ と，このカテゴリに属さないタイムステップ集合 $\{n \in \mathcal{N} : q_{j,n} = 0\}$ の二群に分割することができる．よって，Mann-Whitney の二群順位統計量に従い，次式により，タイムステップ n までのカテゴリ j に対し z-score $z_{j,n}$ を求めることができる．

$$z_{j,n} = \frac{u_{j,n} - \mu_{j,n}}{\sigma_{j,n}}. \tag{6}$$

ここで，統計量 $u_{j,n}$, 出現順位の平均 $\mu_{j,n}$，および，その分散 $\sigma^2_{j,n}$ は次のように計算される．

$$u_{j,n} = \sum_{i=1}^{n} n q_{j,i} - \frac{I_{j,n}(I_{j,n}+1)}{2}, \tag{7}$$

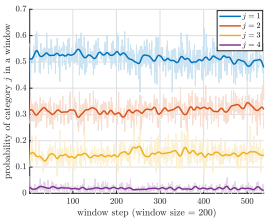
$$\mu_{j,n} = \frac{I_{j,n}(n - I_{j,n})}{2}, \tag{8}$$

$$\sigma^2_{j,n} = \frac{I_{j,n}(n - I_{j,n})(n+1)}{12}. \tag{9}$$

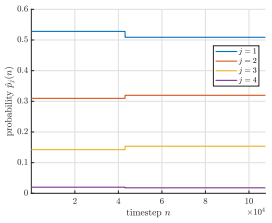
以上より，式 (6) で求まる z-score $z_{j,n}$ により，オブジェクト k までの各カテゴリ j が，出現順位の値が大きい（新しい），または逆に小さい（古い）オブジェクトを有意に多く含むかを定量的に評価することができる．すなわち，この $z_{j,n}$ が正の方向に大きければ大きいほど，タイムステップ n の直近での出現が有意に多いということであり，カテゴリ j の勢力が伸びていることになる．逆に，$z_{j,n}$ が負の方向に大きいということは，過去に比べて勢力が衰えていることになる．また，式 (6) で求まる z-score $z_{j,n}$ の計算量は全てのオブジェクトと全てのカテゴリについて算出した場合でも $O(NJ)$ と高速であり，オンライン処理においても新たに追加されたオブジェクトごとに $O(J)$ の計算量しかかからない．この多群順位統計量は，基本的には 2 クラス分類器の SVM (Support Vector Machine) [3] を多クラス分類器に拡張するときに利用される one-against-all と類似した考え方となる．

3 評価実験とまとめ

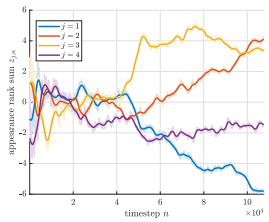
新東名高速道路浜松浜北 IC 付近にあるサービスステーションの顧客来店情報（2020 年 5 月から同年 11 月) の会員種別（$J = 4$）対して評価実験（図 1）を行った．MATLAB R2020b において，Intel(R) Core(TM) i7-10710U CPU @ 1.10GHz を用いて 10 回の平均計算時間を計測した結果，MATLAB に実装されている findchangepts [4] が 40.22 秒（検出位置 $n = 45459$）だったのに対し，多項分布レジームスイッチングは 0.98 秒（検出位置 $n = 43097$）と，提案手法が十分高速であることがわかった．また，多群順位統計量は，平均計算時間が 0.0075 秒と十分高速であるとともに，他の二手法同様，$n \approx 44000$ あたりから大きく値が変化していることが見て取れた．



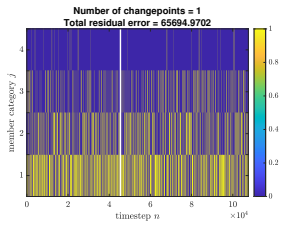
(a) ウィンドウサイズ 200 の出現確率



(b) 多項分布レジームスイッチングの結果



(c) 多群順位統計量による変換値



(d) MATLAB R2020b findchangepts の結果

図 1: 評価実験結果

参考文献

[1] Yuki Yamagishi and Kazumi Saito. Visualizing switching regimes based on multinomial distribution in buzz marketing sites. In *Foundations of Intelligent Systems - 23rd International Symposium, ISMIS 2017*, Vol. 10352 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 385–395. Springer, 2017.

[2] H. B. Mann and D. R. Whitney. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Ann. Math. Statist.*, Vol. 18, No. 1, pp. 50–60, 03 1947.

[3] Vladimir N. Vapnik. *The Nature of Statistical Learning Theory*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1995.

[4] Rebecca Killick, Paul Fearnhead, and I.A. Eckley. Optimal detection of changepoints with a linear computational cost. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 107, pp. 1590–1598, 12 2012.