

テクニカルノート

Langtonの自己増殖ループの機能的可視化

蛭川 繁^{1,a)}

受付日 2021年6月14日, 採録日 2021年8月6日

概要: Langton の自己増殖ループにおける増殖活動の度合いを可視化するために、いくつかのセルをまとめた区画ごとのパワースペクトルを求めた。測定期間を通して状態が‘0’の場合は全成分がゼロのパワースペクトルとなり、状態がまったく変化しない場合はパワースペクトルは直流成分だけからなる。それらの単純なパワースペクトルを除くと最も活発に増殖が行われる区画はべき乗則を示し、それよりも活動の度合いが低い区画はべき乗則のまわりに振動するパワースペクトルを示し、活動の度合いがきわめて低い区画はローレンツ型を示した。それぞれのパワースペクトルを異なるパターンで図示することで自己増殖過程における活動の度合いを可視化することができた。

キーワード: Langton の自己増殖ループ, スペクトル解析, 可視化, セルオートマトン

Functional Visualization of Langton’s Self-Reproducing Loop

SHIGERU NINAGAWA^{1,a)}

Received: June 14, 2021, Accepted: August 6, 2021

Abstract: To visualize the activity of self-reproduction in Langton’s self-reproducing loop, we calculate the power spectra of sectors that contain some cells. The sectors that keep state ‘0’ during the observation period exhibit power spectrum that has only zero components and the sectors that do not change during the observation period have only direct current component. Apart from these trivial cases, the most active sectors exhibit power law and moderately active sectors have broken power law spectrum that deviates from power law while the least active sectors exhibit Lorentzian-type power spectrum. Showing the type of power spectra of each sector by different patterns can visualize the activity of Langton’s self-reproducing loop.

Keywords: Langton’s self-reproducing loop, spectral analysis, visualization, cellular automaton

1. はじめに

セルオートマトンにおいてセルの状態遷移から求めたパワースペクトルの形に基づいて各領域の活性度を表す機能的可視化の方法が提案され、ライフゲーム上のチューリング機械 [1] や万能レジスタマシン [2] などセルオートマトンでの計算過程において最も活発に更新される領域が特定されている。本研究では Langton の自己増殖ループ [3] において、パターンの増殖が活発に起きている領域を検知することを目的として、これらを可視化することを試みる。

2. 可視化の方法

Langton の自己増殖ループは、2次元5近傍8状態セルオートマトンの一種であり、各状態は‘0’から‘7’の数字で表現される。図1はあるステップにおける自己増殖ループの様相を示している。網掛けの部分が信号が巡回するループで、状態‘0’の背景において、状態‘2’のさやで囲まれたループの中を状態‘7’、‘0’、‘1’、‘4’の信号が反時計回りに巡回することでさやが成長し、自己増殖ループが増えてゆく。

時刻 t における座標 (x, y) のセルの状態を $s_{x,y}(t) \in \{0, 1, \dots, 7\}$ とし、 T ステップにわたる状態遷移に対して次式の離散フーリエ変換を行う。

$$\hat{s}_{x,y}(f) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} s_{x,y}(t) \exp\left(-i \frac{2\pi t f}{T}\right). \quad (1)$$

¹ 金沢工業大学
Kanazawa Institute of Technology, Hakusan, Ishikawa 924-0838, Japan

^{a)} ninagawa@neptune.kanazawa-it.ac.jp

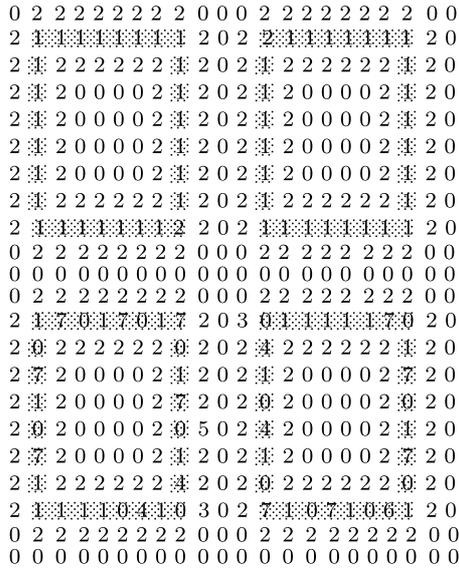


図 1 1つの区画での信号部（網掛け部分）と非信号部

Fig. 1 Signal part (cells with shading) and non-signal part in a sector.

これからパワースペクトルを次式で求める.

$$S(f) = \frac{1}{N} \sum_{x,y} |\hat{s}_{x,y}(f)|^2, \quad (2)$$

ここで総和は考えている N 個のセルについてとる.

さらに $f = 1 \sim f_u$ の周波数領域において次式のように最小二乗法を用いてパワースペクトルの指数 β を求める.

$$\ln(S) \approx \alpha + \beta \ln(f), \quad (3)$$

さらに残差平方和 σ^2 を次式によって求める.

$$\sigma^2 = \frac{1}{f_b} \sum_{f=1}^{f_b} (\ln(S) - \alpha - \beta \ln(f))^2. \quad (4)$$

本研究では $f_u = 10$ とした. これは自己増殖ループの内部を周回する信号が 28 ステップで 1 周することにより, $f = 18 (\approx 512/28)$ に鋭いピークを持つパワースペクトルが頻繁に発生することから最小二乗法による近似の妨げになることを避けるためである.

今回は縦 \times 横 = 638×660 のセル平面において 4,096 ステップにわたって状態遷移を行った. 図 1 から分かるように, ループは縦横ともにセル 11 個の大きさを持つ. そこで縦横それぞれが 22 個のセルからなる正方形の領域を '区画' とよぶことにすると各区画はループを 4 つ含む. パワースペクトルは区画ごとに求めることとし, セル平面を 870 個の区画に分けた. また全測定期間を $T = 512$ ステップごとに分け第 I 期 ($t = 0 \sim 511$), 第 II 期 ($t = 512 \sim 1,023$), ..., 第 VIII 期 ($t = 3,584 \sim 4,095$) とよぶことにする. 各区画で各期ごとにパワースペクトルを求めるので, その数は全部で 6,960 個となる. 本研究では全成分がゼロのパワースペクトルを null 型とよび, 直流成分 ($f = 0$) のみゼロ以外のパワーを持つものを DC 型とよぶことにする.

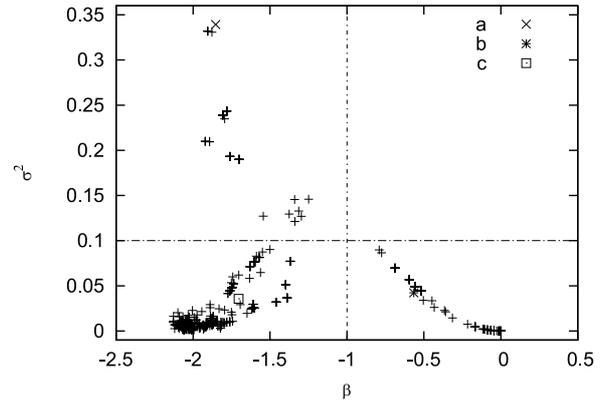


図 2 793 個のパワースペクトルの指数 β (横軸) と残差平方和 σ^2 (縦軸)

Fig. 2 Scattergram of the exponent β (horizontal axis) and the residual sum of squares σ^2 (vertical axis) of 793 power spectra.

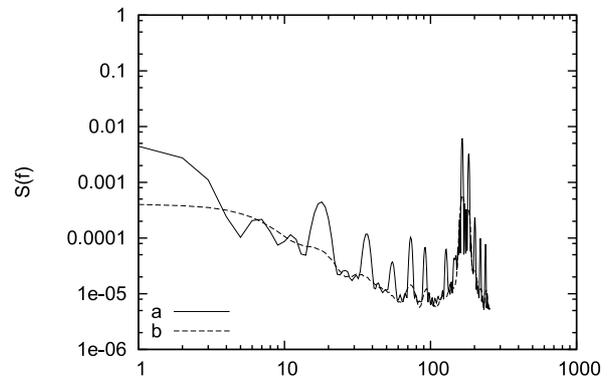


図 3 図 2 中の a (実線) および b (破線) のパワースペクトル
Fig. 3 Power spectra of a (solid line) and b (broken line) in Fig. 2.

これらのパワースペクトルは T ステップの測定期間中に全セルが 0 だった場合, および状態がまったく変化しなかった場合にそれぞれ発生する. 6,960 個のパワースペクトルのうち, null 型, DC 型以外のものは 793 個あり, それらの β と σ^2 の分布を図 2 に示す. これをみると分布はギリシャ文字の λ に似ていることが分かる.

図中の λ の文字の上の部分は σ^2 が大きな値をとることからパワースペクトルがべき乗則からずれていることを意味する. その典型的な例として, 図中の a と記した $\beta = -1.85, \sigma^2 = 0.34$ のパワースペクトルが図 3 の a である. このようなパワースペクトルを本研究では '壊れたべき乗' 型とよぶことにする.

いっぽう, λ の文字の右下の部分は β が大きな値をとることから, パワースペクトルが水平に近くなることが分かる. 図中の b と記した $\beta = -0.57, \sigma^2 = 0.042$ のパワースペクトルが図 3 の b である. このようなパワースペクトルをローレンツ型とよぶ.

それに対して λ の文字の左下の部分はパワースペクトルがべき乗則に従うことを意味する. 図中の c と記したパ

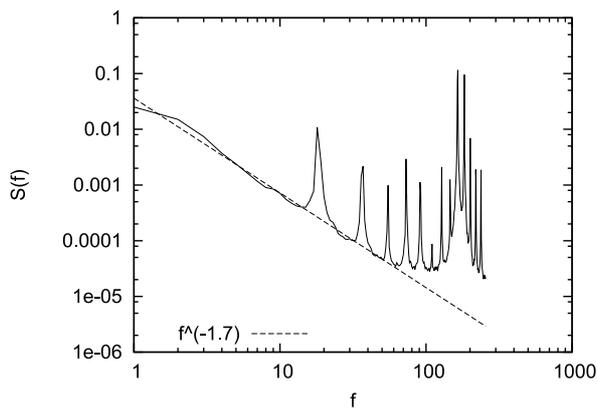


図 4 図 2 中の c のパワースペクトル
 Fig. 4 Power spectrum of c in Fig. 2.

表 1 パワースペクトルの分類
 Table 1 Classification of power spectra.

	$\beta \leq -1$	$\beta > -1$
$\sigma^2 > 0.1$	壊れたべき乗型	—
$\sigma^2 \leq 0.1$	べき乗型	ローレンツ型

ワースペクトルを図 4 に示す. 図中の点線は $f = 1 \sim 10$ の周波数帯において, 式 (3) を用いて求めた近似曲線であり, $\beta = -1.70$, $\sigma^2 = 0.036$ となった.

本研究ではローレンツ型, べき乗型, 壊れたべき乗型を表 1 に示した β , σ^2 の値によって定義するものとする. それぞれのパワーポイントが観測された区画の振舞いを見ると次のような特徴がみられた. まず, 測定期間の最初もしくは比較的早い時期からループが成長する区画ではべき乗型がみられた. 壊れたべき乗型は測定期間の途中からループの成長が始まる場合や最初からすでにループができており測定途中で成長が終了する場合に観測される. それに対してローレンツ型は測定期間のかなり早い時期でループの成長が終了するか測定時期のかなり遅い時期からループの成長が始まる場合, もしくはループの成長はすでに終了しているが隣接するループから空き場所を求めて一時的にループが伸びてくることのあるがそのような場合に観測された. このことからべき乗型を示す区画は最も活発に活動しており, 壊れたべき乗型はやや活発, ローレンツ型はかなり不活発な振舞いをしていることが分かった.

このように自己増殖ループのパワースペクトルの型が増殖の活性の度合いを表していると考えられることから各期, 各区画のパワースペクトルを異なるパターンで表現することで, 区画ごとの振舞いの違いを可視化することができる. 図 5 の左列は上から $t = 511, 1,023, 1,535, 2,047, 2,559$ での様相を示し, 右列は上から第 I~V 期の区画ごとのパワースペクトルを示す. ただし, null 型は空白, DC 型は薄灰色, ローレンツ型は灰色のマス目, べき乗型は黒いマス目, 壊れたべき乗型は黒丸で表示している. 同様に図 6 の左列は上から $t = 3,071, 3,583$ での様相を示し, 右

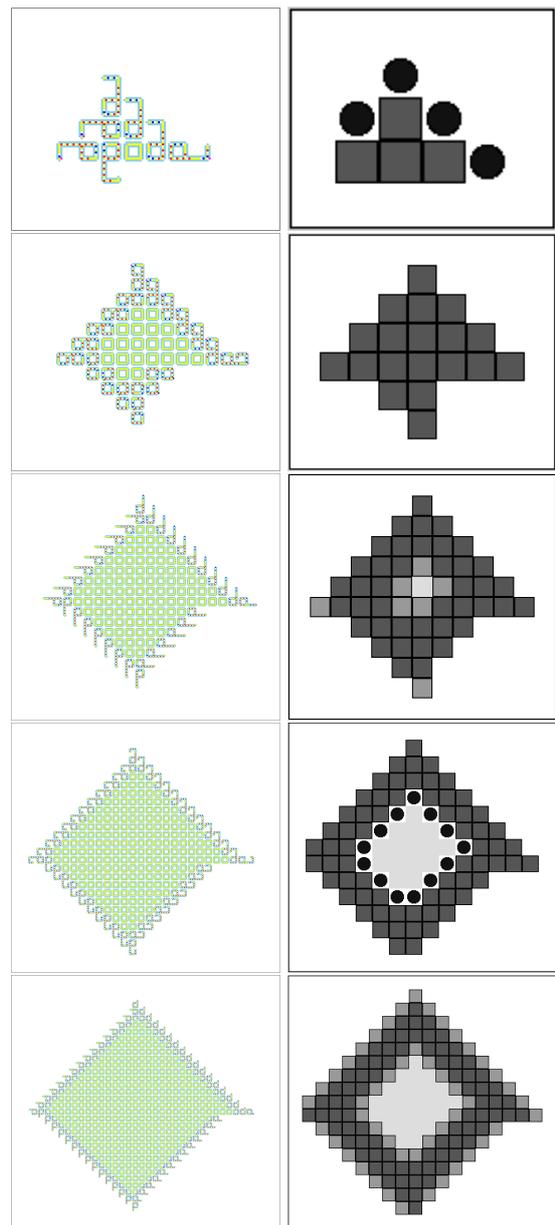


図 5 左列: 様相 (上から $t = 511, 1,023, 1,535, 2,047, 2,559$). 右列: 区画ごとのパワースペクトル (上から第 I~V 期). null 型は空白, DC 型は薄灰色, ローレンツ型は黒枠付きの灰色, べき乗型は黒枠付きの濃灰色, 壊れたべき乗型は黒丸で表示している

Fig. 5 Left: configuration at $t = 511, 1,023, 1,535, 2,047, 2,559$ from top to bottom. Right: Power spectra of each sector during term I~VI from top to bottom. The sector with null-type, DC-type, Lorentzian, power-law, and broken power-law are represented by blank, light gray square, black-bordered gray square, black-bordered dark gray square, and black circle.

列は第 VI 期 (上), 第 VII 期 (下) の区画ごとのパワースペクトルを示す. さらに図 7 上図は $t = 3,840$ での様相, 下図は第 VIII 期の区画ごとのパワースペクトルを示す.

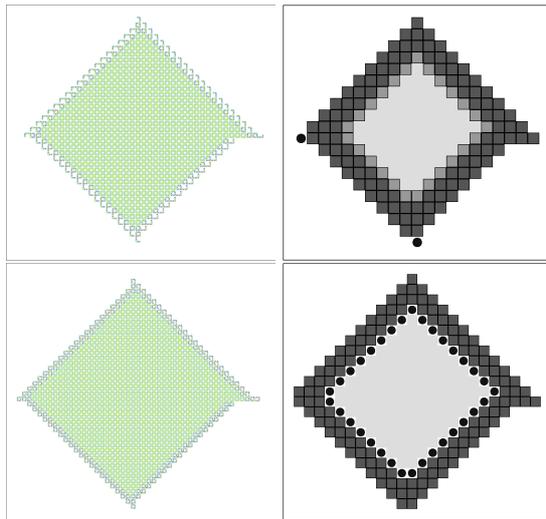


図 6 左列： $t = 3,071, 3,583$ での様相。右列：第 VI, VII 期での区画ごとのパワースペクトル。記号は図 5 と同じ

Fig. 6 Left: configuration at $t = 3,071$ (upper), $3,583$ (lower). Right: Power spectra of each sector during term VI (upper) and term VII (lower).

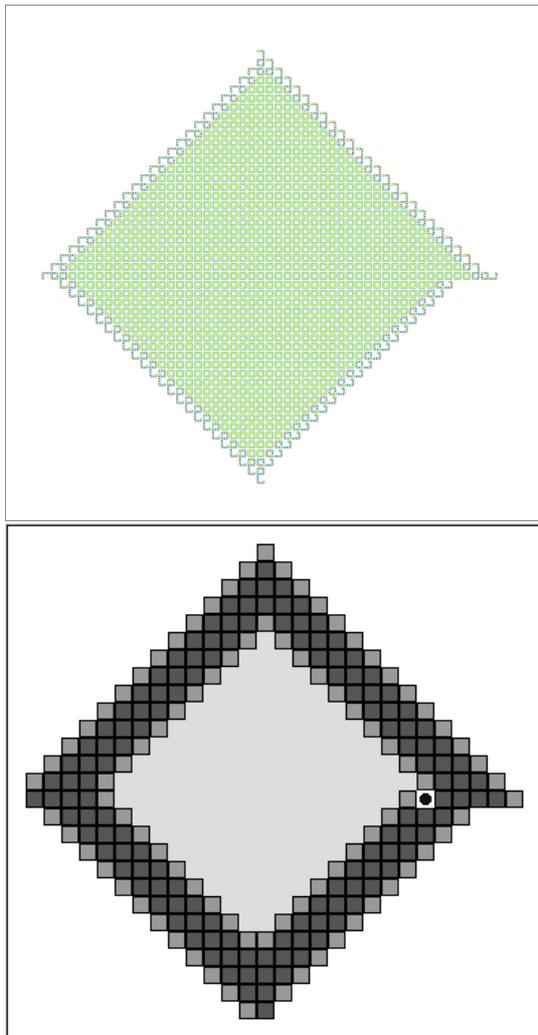


図 7 上： $t = 3,840$ での様相。下：第 VIII 期での区画ごとのパワースペクトル。記号は図 5 と同じ

Fig. 7 Top: configuration at $t = 3,840$. Bottom: Power spectra of each sector during term VIII.

3. おわりに

本研究では Langton の自己増殖ループにおいてパワースペクトルの形に応じて各区画の活動度合いを可視化することができた。今後は Langton ループに構造解消機能をもちこんだループ [4] や片側にしかさやを持たないループ [5], およびさやを持たないループ [6] についても調べる予定である。

参考文献

- [1] Ninagawa, S.: Specific Properties of the Computation Process by a Turing Machine on the Game of Life, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.E102-A, pp.415–422 (2019).
- [2] Ninagawa, S.: Visualization of the Computation Process of a Universal Register Machine, *Journal of Cellular Automata*, Vol.15, No.5-6, pp.359–376 (2021).
- [3] Langton, C.G.: Self-reproduction in Cellular Automata, *Physica D*, Vol.10, pp.135–144 (1984).
- [4] Sayama, H.: Introduction of Structural Dissolution into Langton’s Self-Reproducing Loop, *Artificial Life VI*, pp.114–122, The MIT Press (1998).
- [5] Byl, J.: Self-Reproduction in Small Cellular Automata, *Physica D*, Vol.34, pp.295–299 (1989).
- [6] Reggia, J.A., Armentrout, S.L., Chou, H. and Peng, Y.: Simple Systems That Exhibit Self-Directed Replication, *Science*, Vol.259, pp.1282–1287 (1993).



蜷川 繁 (正会員)

1964 年生。1998 年富山大学大学院工学研究科博士後期課程修了。博士(工学)。同年明星大学情報学部研究助手。1999 年より金沢工業大学講師。2010 年同大学教授。自然計算の研究に従事。電子情報通信学会, 人工知能学会

各会員。