Not Quantum but Classical Supremacy

太田昌孝 [1]

概要：量子ゲートによる実用的規模の量子計算では量子誤り訂正が必須だが，量子誤り訂正では重ね合わされた項が同じ誤りを被るという間違った仮定をしており，３項以上の重ね合わせでは破綻する．断熱量子計算はアナログ系を無限の正確さで用意する必要があり，やはり破綻している．一方，ムーアの法則の限界は量子論が与えるため，デナード則により純古典コンピュータは超越性を達成できる．残念なことに，現実世界は量子的である．

キーワード：量子超越性，ムーアの法則，デナード則

Not Quantum but Classical Supremacy

MASATAKA OHTA[†1]

Abstract: Though quantum error correction is essentially necessary for quantum computing of practical scale with quantum gates, as quantum error correction wrongly assumes that all the superpositioned terms suffer from an identical error, it is not applicable when 3 or more terms are superpositioned and is hopeless. Adiabatic quantum computing is also hopeless, because analog systems must be prepared with infinite precision. On the other hand, as Moore's law is limited by quantum theory, with Dennard scaling, purely classical computers can archive the supremacy. Unfortunately, the real world is quantum.

Keywords: Quantum Supremacy, Moore’s law, Dennard scaling

1. はじめに

最近，量子超越性という言葉がよく聞かれる．最先端の技術で量子回路を組めば，これまで指数的な時間がかかっていた計算が多項式時間で解けるといったものだ.しかし，量子力学の常識で考えると，滑らかな古典論の世界に比べて量子論の世界は粗く，不確定性による雑音は情報を破壊する．古典超越性ならまだしも量子超越性などありえないことは明らかである．

本稿では，量子超越性を生んだ誤解を指摘する．量子論の表記は使うが，量子状態を表す縦ベクトル$\vec{v}$を$|v\rangle$と表記する程度である．

２節では量子ゲート方式量子計算に量子誤り訂正を適用する場合の破綻を示し，３節では断熱量子計算の破綻を示す．４節では古典コンピュータの超越性を示す．５節は結論である．

2. 量子誤り訂正の破綻

量子ゲート方式による量子超越性は，N 個の引数をもつ論理関数fに対して：

$$U_f(\,|q_1q_2\dots q_N0\rangle) = |q_1q_2\dots q_Nf(q_1,q_2,\dots,q_N)\rangle$$

を計算する線形量子回路を線形量子ゲートの組み合わせで構成すれば,

$$U_f\left(\sum_{q_1,q_2,\dots,q_N\in\{0,1\}} c_{q_1q_2\dots q_N}|q_1q_2\dots q_N0\rangle\right) = \sum_{q_1,q_2,\dots,q_N\in\{0,1\}} c_{q_1q_2\dots q_N}|q_1q_2\dots q_Nf(q_1,q_2,\dots,q_N)\rangle$$

となるので，U_fの一度の評価で指数的に多数の項を重ね合わせた結果が得られることによる.同じことは$|0\rangle$と$|1\rangle$の代わりに適当な古典直交ベクトル，例えば（係数は実数になるが）$\mathrm{V_0}\sin\omega t$と$\mathrm{V_0}\cos\omega t$という電圧を使えば，古典線形電子回路でも可能であり，$(|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$（いわゆる 0 と 1 を同時に表した状態）に相当するのは$\mathrm{V_0}\sin(\omega t+\frac{\pi}{4})$である．

しかし以上の話は線形回路，つまりアナログ系なので，誤差が累積し，複雑な f を精度よく計算するのは一項についても困難である．まして指数的に多数の項が重ねあわされた状態の弁別にははるかに良い精度が必要で，絶望的である．

そこで考えられたのが量子誤り訂正[1]である．量子誤り訂正では，$|0\rangle$と$|1\rangle$を単一量子の状態（垂直偏光と水平偏光の一個の光子等）で表現することでデジタル性を導入し，誤り訂正を行う．この説明で，勘のいい人はデジタル性の導入により線形性がなくなり重ね合わせが破綻することに気付いたかもしれないが，そうでない人のためにもう少し

1 東京工業大学
Tokyo Institute of Technology

解説する．

量子誤り訂正は，古典誤り訂正と同様に，元の状態に一定数の（量子）ビットを付加した冗長符号化結果に雑音が加わったものからシンドロームを計算・観測し（単一量子の場合はこの観測によりシンドローム量子ビットの量子状態が$|0\rangle$と$|1\rangle$に離散化するが，複数量子の場合には観測結果が一般に量子ごとに違うのでうまくいかない），誤りの様態を特定して訂正するものである．

しかし，シンドロームビットは定数個しかない．多数項の重ねあわされた状態では，各項は一般に異なる誤りを生じるので，訂正が可能なのは定数個（１個とは限らない，実際 Shor の雑音モデルでは２個[2]）の項だけである．つまり，量子誤り訂正は，指数的に多数の項が重ねあわされた状態には適用できず，量子超越性は実現できない．

量子誤り訂正の破綻は，重ねあわされた各項が全く同じ誤りを生じる（各項に全く同じ誤り演算子が作用する）という間違った仮定をしている点にあり，これなら定数個のシンドロームビットで全ての項を訂正できる．しかし，Shor のモデル等では“By quantum mechanics, decoherence must be a unitary process that entangles a qubit with the environment.” [1]と，誤りは量子ビットとその周辺環境との相互作用で生じるとされており，項が違えば量子ビット状態も周辺環境状態も異なる（いわゆる量子もつれ）ので，項ごとに発生する誤りも異なる．

なお，ある閾値以上の精度の量子誤り訂正を再帰的に適用すれば二重指数的な誤差の改善が行えるので指数的に多数の項の重ね合わせにも十分な精度が得られるという量子閾値定理[3]もあるが，多数の項の重ね合わせにはそもそも一度も量子誤り訂正は適用できないので，定理は役に立たない．

3.　断熱量子計算の破綻

断熱量子計算は，解くべき問題が何かを最小化しようとするものである時，その問題に応じて最小化する対象がエネルギーとなるハミルトニアン（エネルギー演算子）を持つ系を設定すれば，その系の最低エネルギー状態が解となり，その最低エネルギー状態に迅速に到達できるというものである．日本語での解説としては[4]がよくまとまっている．

断熱量子計算は量子力学の断熱定理に基づくもので，断熱定理とは，系のハミルトニアンの変化が十分ゆっくりであれば，系の状態をエネルギー固有状態で展開した時の係数の絶対値は変わらない（位相だけ変わる）というものである．そこで，最初に自明な基底状態を持つハミルトニアンを持つ系を確率 1 で基底状態に置き，解くべき問題を表すハミルトニアンに徐々に変化させていけば，最後の基底状態が確率 1 で解となる．変化の速度は，最低エネルギーとその直上のエネルギーの差の二乗に比例する程度でよく，エネルギー差が大きければ大きくできる．

そこで，その系を「正確に」実現できれば，量子超越性が達成できることになっている．しかし，系は完全なアナログ系なので，その破綻は明らかである．

すなわち，アナログ系の設定の実現には誤差が生じ，その結果，最低エネルギー状態が真の解とは限らなくなる．それどころか，誤差がある場合，最低エネルギー状態は一般には複数の解候補（真の解が含まれるとは限らないし，含まれていても重ね合わせの係数が大きいとは限らない）の重ね合わせになるので，真の解が得られるとしてもその可能性は確率的となり，その確率がどの程度大きいかもわからない．問題サイズが大きくなればアナログ系の複雑度も増すので，誤差はどんどん累積してゆき，真の解とは似ても似つかない解が得られるであろう．

実は，そのような誤差がない場合でも「最低エネルギー状態に迅速に到達できる」ための前提は，最低エネルギー状態とその次にエネルギーが低い状態のエネルギー差が十分に大きいことである．しかし，解くべき問題が与えられてもその差は一般にはわからないので，差が期待したより小さいと結果は不正確になる．

そもそも，NP 完全問題を含む多くの問題では真の解にいくらでも近い解を多項式時間で計算できる古典近似解法が知られている．そこで，断熱量子計算のように真の解と次善の解との差がある程度大きいという前提があれば，それらの問題は古典的に多項式時間で解ける．

つまり，実装の誤差を考えなくても，断熱量子計算で高速に解けるのはたまたま問題が易しい場合だけであって，指数的に小さなエネルギー範囲に指数的に多数の解候補と真の解が混在するような本当に難しい問題には，断熱量子計算は無力である．

なお，筆者が断熱量子計算について初めて知ったのは D-wave 社の初期の発表によるが，その当時の D-wave 社のウェブページには系を実現するための DA コンバーターのビット数が書いてあったので，即座に破綻に気づくことができた．今はその記述はないようだ．

4.　古典超越性

古典計算機の性能は，CPU が 1 チップ化されて以降最近まで，ムーアの法則[5]に従った指数的な縮小と，それに伴うデナード則[6]による高性能化が進展してきた．しかし，これには，量子的な限界があり，今日ではムーアの法則は終わったと言ってよい．すなわち，原子の大きさより小さい縮小は不可能であるし，デナード則による電荷の減少も電子の電荷以下にはできない．

しかし，量子的な効果を一切考えない純古典理論では，これらの限界はないため，縮小と高性能化が無限に行える．

そこで，指数時間がかかる問題を定数時間で解くには，指数的な縮小を行った古典計算機を作成すればいい. 例えば，ミニマシンで作ったマイクロマシンでナノマシンを作り，さらにピコマシンを作るようにしていけば，指数的縮小にかかる時間は問題にならない.

つまり，古典計算機こそ超越性を持つ.

5. おわりに

量子超越性は幻想であるどころか，超越性を阻害するのは量子論であって古典論でこそ超越性が達成できることを示した.

なお，残念ながら現実世界は量子論に従うようなので，超越性は達成不可能であるようだ.

参考文献

[1] P. W. Shor, “Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory”, Phys. Rev. A, Oct. 1995.
[2] M. Ohta, “Quantum Error Correction Inapplicable to Really Superpositioned States”, https://vixra.org/abs/2105.0075.
[3] D. Aharonov, M. Ben-Or, “Fault Tolerant Quantum Computation with Constant Error”, https://arxiv.org/pdf/quant-ph/9611025.
[4] 西森秀稔,「量子アニーリングの数理」, 物性研究・電子版，Ｎ．３，Ｖ．３，https://repository.kulib.kyoto-u.ac.jp/dspace/bitstream/2433/189516/1/bussei_el_033203.pdf，２０１４．
[5] G. E. Moore, “Cramming more components onto integrated circuits”, Electronics, 1965.
[6] R. H. Dennard, F. Gaensslen, H. Yu, L. Rideout, E, Bassous, and A, LeBlanc, “Design of ion-implanted MOSFET's with very small physical dimensions”, IEEE Journal of Solid State Circuits, SC–9 (5),1974.