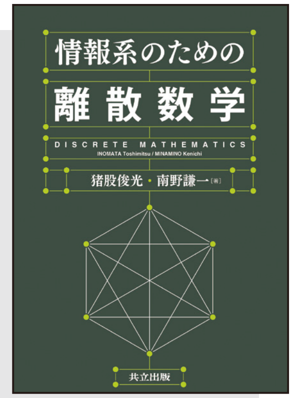
連載 ビブリオ・トーク
－書評－ Jr.

…→ 石井一夫（久留米大学）

情報系のための離散数学



猪股俊光・南野謙一 著

共立出版（2020），2,500 円+税，200p., ISBN：978-4-320-11436-4

離散数学というと何を思い浮かべるであろうか？本書籍の目次の章立てを見ると，データ分析を行う上で必要となるデータの表記法，計数方法，論理的作法，関数，木構造，グラフ理論など，データの処理方法に関係するリテラシーが網羅されている．これらはプログラミングを学ぶ上でのデータ型，条件分岐，関数など，その基盤となるリテラシーを含んでいる．さらに，統計学における確率論や，離散型データの処理，条件付き確率，線形モデルなどの基盤ともなっている．

これらの事項は，本書で離散数学自体を学んでいるときにはその重要性を意識することはないが，いざデータを扱うようになり，統計やプログラミングを駆使するようになると，日常的な概念として必要となってくる．そういう意味で，データとプログラミングを扱うものにとっては，不可欠な基盤となる事項をまとめた書籍になっている．

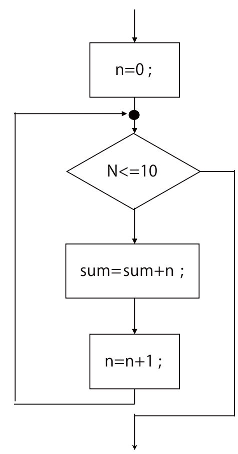
いくつか，例を示そう．

第 1 章は「命題論理」の章として，真偽が定まる式や文である命題について解説されており，「否定」，「かつ」，「または」などの論理式に関する事項がまとめられている．これは，プログラミングで出てくる「条件分岐」や「論理演算」を考える上での基礎となるものである．逆に言えば，離散数学の命題や論理式をコンピュータ上で実装したものが，プログラミングの条件分岐や論理演算であるという見方もできる．

第 2 章は，「集合の基礎」について書かれている．集合の要素や，全体集合，部分集合など集合同士の関係などを論じている．これらはプログラミングでの「データ型」の考え方の基礎になる. Python で登場する配列で扱うリストやタプル，辞書，セットなどの概念やその処置の基礎になるものである．さらには，統計学における確率論で出てくる「標本空間」と「事象」を考える上での基礎にもなる．集合の「共通部分または積集合」は統計の「積事象」に，集合の「合併集合または和集合」は統計の「和事象」に対応する．

第 3 章の「帰納的定義と証明技法」では，数学的帰納法や背理法について述べられている．数学的帰納法は数学における証明技法であるが，私個人的には累積和のアルゴリズムを連想する．たとえば, 1 から 10 までの総和を求める C のコードは以下のように書ける．また，これをフローチャートで視覚的に表現すると下右図のようになる．

```
# include <stdio.h>
main()
{
  Int n, sum ;
  sum = 0 ;
  for (n=0 ; n <= 10 ; n=n+1)
    sum = sum + n ;
}
```



数学的帰納法とは，自然数に関する命題 $P(n)$ がすべての自然数 n に対して成り立っていることを証明するための証明技法であるが, 以下のような 3 ステップからなる.

（1）$n = 0$ のとき，$P(0)$ が成り立つことを示す．

（2）任意の自然数 k に対して，「$P(k) \Rightarrow P(k+1)$」が成り立つことを示す．

（3）以上の議論から任意の自然数 n について $P(n)$ が成り立つことを結論づける．

上記のコードのうち，sum = 0 が（1）に，for ブロックが（2）に対応する．こうしてみるとアルゴリズムは，数学の証明技法を取り込んでいる．

また背理法は，統計でいう検定で用いられる．集団 A と集団 B の平均値が異なることを検定（証明）したい場合，まず，集団 A と集団 B が等しいという仮説（帰

無仮説）を設定しておき，その仮説が成立する確率を計算し，それが 5%未満というような通常あり得ない確率が出てきたときに，帰無仮説を棄却して，集団 A と集団 B の平均値が等しくないという対立仮説を採択する．この手法は本章でいう背理法そのものである．

第 4 章の「数え上げの基礎」では，順列，組合せ，2 項定理が解説されているが，統計の離散型確率分布で登場するベルヌーイ試行や 2 項分布を理解する上で，不可欠な概念である．

第 5 章は「関係」について取り上げている．関係とは，2 つの事象の相互作用を抽象化したもので，包含関係（$A \subset B$），同値関係（$A = B$）など，命題や論理式，集合，グラフにおける複数個の変数やオブジェクトの関連性を表現する基礎になる．

きわめつけは，第 6 章の「関数の基礎」で，関数は，プログラミングや，線形代数，解析学，統計学などのあらゆる分野での重要概念として登場する．プログラミングやデータ分析では，関数は不可欠のツールである．最後の 3 章は，グラフ理論に関する話題が展開されている．

第 7 章「グラフの基礎」でグラフの基本事項とその処理について，第 8 章「木と探索」では閉路を持たないグラフである木構造について，第 9 章「ネットワークと各種グラフ問題」では，重み付きグラフであるネットワークについて解説されている．グラフとネットワークもプログラミングで利用されている例は多数ある．

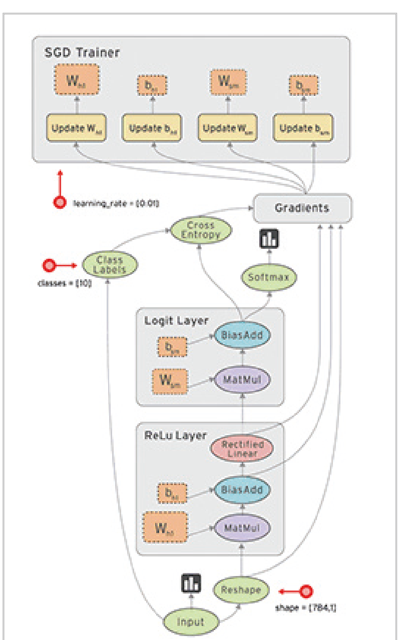


図 -1　TensorFlow の data flow graph 実施例 https://docs.w3cub.com/tensorflow˜guide/programmers_guide/graphs/ より引用

先に示したフローチャートも一種の有向グラフと考えることができる．機械学習で用いられるニューラルネットワークは典型的な重み付きグラフである．最新のトレンドとして TensorFlow の data flow graph が挙げられる．TensorFlow はそのデータ処理を data flow graph として構築する．data flow graph では，ノードは計算ユニットを表し，エッジ（= edge，辺）は計算で使用したり生成したりするデータを表す（**図 -1**）．

本書は，大学における専門課程での「離散数学」のテキストとして使用されてきたものをもとに書かれている．しかし，これら関連の用語が簡潔に理解しやすい形で説明され，知識の整理にとても役に立つ．基本的用語もコンパクトにまとまって説明されているため，辞書がわりにも使えそうである．

本書を通読するにあたり，興味深い書籍と読み比べたので紹介する．結城浩著『プログラマの数学第 2 版（SB クリエイティブ）』（2018 年）[1] である．この本（以後，「結城本」と称する）でも，論理（第 2 章），数学的帰納法（第 4 章），順列・組み合わせ（第 5 章）が取り上げられており，グラフ理論も第 3 章（剰余）で具体的な例が登場する．本書と結城本を読み比べると，本書の内容がよりイメージしやすく，理解しやすくなるのでおすすめである．

ところで，小学校におけるプログラミング教育の必修化が 2020 年度からはじまった．その目的は，プログラミングを通じて論理的思考力を高めることにあるという．先に，「離散数学の命題や論理式をコンピュータ上で実装したものが，プログラミングの条件分岐や論理演算であるという見方もできる」と述べたが，その意味ではこの考え方は理にかなっていると思われる．しかし，プログラミングには論理的思考以上に，人間のアイディアをコンピュータ上で実装し実用化するための言語という役割があると考えている．

参考文献

1) 結城　浩：プログラマの数学第 2 版，S B クリエイティブ（2018）．

（2020 年 10 月 18 日受付）

石井一夫（正会員）　ishii_kazuo@med.kurume-u.ac.jp

久留米大学バイオ統計センター准教授．専門分野：ビッグデータ分析，計算機統計学，データマイニング，数理モデリング，機械学習，人工知能．2015 年度本会優秀教育賞受賞．2019 年度本会シニア会員．2020 年（株）エヌ・ティー・エス学術顧問．日本技術士会フェロー，APEC エンジニア，IPEA 国際エンジニア．