

CUDA を用いた MPS 法における疎行列格納形式動的選択による高速化

塙 翔登† 富永 浩文‡

†千葉工業大学情報科学部情報工学科

中村 あすか† 前川 仁孝†

‡神田外語大学国際コミュニケーション学科

1 はじめに

粒子法のひとつである MPS 法は、流体の複雑な自由表面解析が可能な数値解析手法である [1]。本手法は、解析対象を粒子の集まりとしてモデル化し、粘性や重力、圧力を基に粒子の動きを解析する。MPS 法の圧力計算は、疎行列を係数に持つ連立一次方程式の求解が必要であり、MPS 法の中でも最も時間がかかる処理であるため、CUDA を用いることで高速化が行われている [1]。CUDA を用いた疎行列計算では、行列形状に合わせて格納形式を動的に切り替える手法の有効性が示されており [2]、これを適用することで MPS 法を高速化できると考えられる。そこで、本研究では、疎行列格納形式の動的選択による MPS 法の高速化を目的とし、格納形式の違いが実行時間に与える影響を評価する。

2 MPS 法の圧力計算

MPS 法の圧力計算は、流体粒子とその影響範囲にある粒子との相互作用力に基づいて生成された行列を係数とする連立一次方程式を解く。図 1 に圧力計算で生成する係数行列の例を示す。図中の数字がある○は粒子を表し、数字がない○は壁粒子である。本例では、壁粒子から作用する力を定数として扱うため、係数行列に含まない。CUDA を用いた MPS 法では、図 1 のように係数行列が疎行列となるため、連立方程式の求解に CG 法が用いられる。CG 法では、反復計算ごとに疎行列ベクトル積の計算が必要となり、係数行列の格納形式には、ELL 形式や CRS 形式が用いられる [1]。図 1 の行列に対する CRS 形式を図 2 に、ELL 形式を図 3 に示す。CRS 形式は、零要素に対する無駄な演算が発生しないが、非零要素の分布によって並列化のロードバランスが悪くなる場合がある。一方、ELL 形式は、不要な演算が発生するが、並列化のロードバランスが良い。このように、疎行列格納形式にはトレードオフが生じるため、多くの MPS 法では、問題の特性に応じて CRS 形式または ELL 形式が選択される [1][3]。

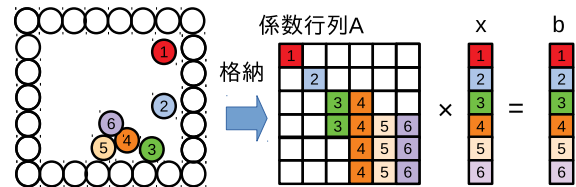


図 1: 係数行列生成の例

val:

4	2	1	4	3	3	9	2	7	1	6	2	9	4
1	2	3	4	3	4	5	6	4	5	6	4	5	6
1	2	3	5	9	12								

図 2: CRS 形式

val:

4	0	0	0
2	0	0	0
1	4	0	0
3	3	9	2
7	1	6	0
2	9	4	0

col:

1	0	0	0
2	0	0	0
3	4	0	0
3	4	5	6
4	5	6	0
4	5	6	0

図 3: ELL 形式

3 MPS 法における疎行列格納形式動的選択

MPS 法が圧力計算で生成する係数行列は、粒子の移動に合わせて時間ステップごとに非零要素の位置が変化する。疎行列の積を高速に実行するためには、行列の非零要素の位置に合わせて行列格納形式を動的に変化させる必要がある。式 (1) の条件を用いて疎行列格納形式を動的に切り替える手法 [2] が提案されているが、式 (1) を判定するためには、式 (2)、式 (3) の非零要素のばらつき B および非零要素率 R を算出するために、係数行列を一度生成する必要があり、全体の処理における行列生成に必要な時間コストが大きい。そこで、提案手法では、係数行列に適する格納形式を次のステップで生成する係数行列に適用する。図 4 に提案手法のフローチャートを示す。提案手法は、粒子配置が 1 ステップで大きく変動しないことを利用して、格納形式の選択に必要な処理時間を短く抑える。

$$\begin{cases} \text{ELL 形式} : (B < 2.0 \text{ かつ } R < 0.048) \\ \text{CRS 形式} : (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (1)$$

$$B = \frac{1 \text{ 行あたりの非零要素数の最大値}}{1 \text{ 行あたりの非零要素数の平均}} \quad (2)$$

$$R = \frac{\text{非零要素数}}{\text{係数行列の全要素数}} \quad (3)$$

4 評価

CUDA を用いた MPS 法の圧力計算に対する格納形式動的選択の有効性を評価するために、MPS 法が生成

Acceleration of MPS Method using Dynamic Selecting Storage Schemes of Sparse Matrix on CUDA

†Shoto HANAWA ‡Hirobumi TOMINAGA †Asuka NAKAMURA †Yoshitaka MAEKAWA

†Information and Computer Science, Chiba Institute of Technology

‡Department of International Communication, Kanda University of International Studies

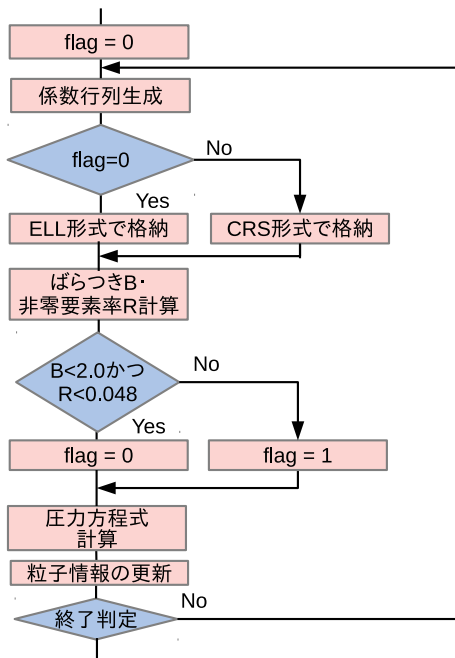


図4: 提案手法のMPS法を用いたフローチャート

する疎行列を ELL 形式と CRS 形式で求解し、実行時間を測定する。評価環境は、CPU が Xeon E5-2687W, GPU が GeForce GTX TITAN Black, CUDA のバージョンは V10.1 である。粒子の初期配置は、図5のように壁粒子を x 軸と y 軸それぞれ $0 \sim 2.0$ に配置し、水粒子を、粒子間距離 0.025 で 0.8×0.6 の領域に均等に配置する。時間ステップの幅を $0.001[s]$ とし、 2000 ステップ目まで解析する。図6に、 100 ステップごとの式(1)で選択された格納形式を示す。図6より、図5のように粒子の初期配置が単純な問題であっても、適切な格納形式が時間ステップごとに変化することが分かる。また、表1に本測定における実行時間の差を、図7に各格納形式が選択された粒子配置例を示す。表中の数値は、1回の行列積にかかる時間であり、数値が大きいほど選択された形式の行列積が高速であることを表す。CG法の反復で行列積が複数回実行されると実行時間の差がさらに大きくなる。また、粒子数が多いほど、格納形式の違いによる実行時間の差が大きくなるが、格納形式の選択にかかる時間は、前ステップの値を使用しているためほぼ変化しないと考えられる。

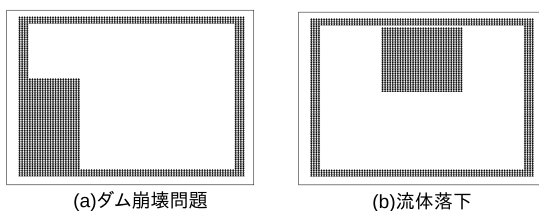


図5: 粒子初期配置

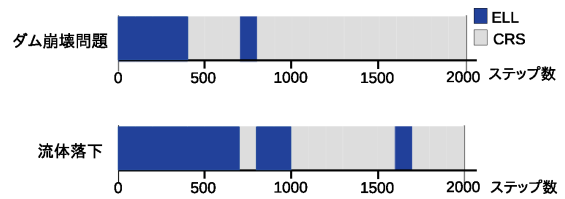


図6: 式(1)から選択された格納形式

表1: ELL形式とCRS形式の実行時間の差 [s]

選択された行列	最大	最小	平均
ELL形式	0.260	0.010	0.093
CRS形式	0.014	0.001	0.008

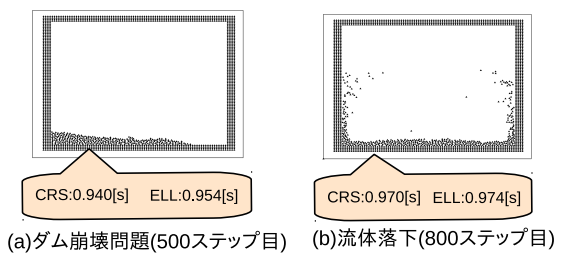


図7: 粒子の配置と行列積の実行時間

5 おわりに

本稿では、MPS法の疎行列格納形式を動的に選択する手法を提案するために、格納形式が計算時間に与える影響を評価した。評価の結果、MPS法においても動的選択が有効であることが確認できた。今後の展望として、格納形式の動的選択をMPS法に適用し、その実行時間について評価することが挙げられる。

参考文献

- [1] 後藤仁志, 堀智恵美, 五十里洋行, Abbas KHAYYER:GPUによる粒子法半陰解法アルゴリズムの高速化, 土木学会論文集B, Vol.66, No.2, pp.217-222(2010).
- [2] 佐藤駿一, 高橋大介:GPUにおける格納形式自動選択による疎行列ベクトル積の高速化, 情報処理学会研究報告ハイパフォーマンスコンピューティング(HPC), Vol.128, No.19, pp.1-7(2010).
- [3] Xiang Chen, Decheng Wan:GPU accelerated MPS method for large-scale 3-D violent surface Flows, Ocean Engineering, Vol.171, pp.677-694(2019).