Vol.2020-GI-43 No.13
2020/3/13

後退解析による詰めガイスター問題の列挙

川上 直人[1,a)]　池田 心[1,b)]　石井 岳史[1,c)]　橋本 剛[2,d)]

概要：世界的に親しまれているチェスと似たようなルールを持ちながら不完全要素のあるボードゲーム『ガイスター』では，駒を交互に動かし 3 つある勝利条件のいずれかを目指す．ガイスターでは強い AI プレイヤの研究が盛んにおこなわれている一方，教育，楽しさを目的としたコンテンツ生成の研究もあり，2019 年 3 月には『詰めガイスター問題』が発案された．詰めガイスター問題は，ガイスターにおいて確実に勝てる局面を問題化したものであり，終盤力を上げる教育的コンテンツとなっている．2019 年 11 月には，逆向き生成法と証明数探索により 19 手問題が生成された．また，別アプローチとして後退解析によって得られた 37 手問題も紹介され，後退解析によって長手数問題を効率的に生成できるのではないかと考えられている．本研究では，駒数が少ない局面に限定し，『詰めガイスター問題』の後退解析をおこなった．結果，駒数が 2 対 2 の場合において「一般問題」では勝ち 191,992 局面，負け 514,214 局面，引き分け 654 局面，最長勝ち 19 手，「公開問題」では，勝ち 783,232 局面，負け 402,822 局面，引き分け 227,666 局面，最長勝ち 37 手になることを確認し，引き分けの存在を確認できた．また，先行研究で議論されていなかった，問題のカテゴリ分け，解の一意性について定義，実験をおこない，いくつかの知見を得た．

Naoto Kawakami[1,a)]　Kokoro Ikeda[1,b)]　Takefumi Ishii[1,c)]　Tsuyoshi Hashimoto[2,d)]

1. はじめに

世界的に親しまれているチェスと似たようなルールを持ちながら不完全要素のあるボードゲームに『ガイスター』がある．ガイスターは 1982 年にアレックス・ランドルフ氏によって考案された駒移動型の 2 人用ボードゲームであり，駒を交互に動かすことで勝利を目指す．各プレイヤ 2 種の駒（青または赤の印のついた駒）を 4 個ずつ初期配置した後，交互着手をおこない，「青脱出」「青全取り」「赤全取られ」のいずれかを満たしたプレイヤが勝利となる．駒の印は相手に隠して戦うため，盤上にある相手駒の色を観測できないという不完全情報性を持つ．

ガイスターは不完全情報ゲームであるため，状態の推定や駒の色を誤認させるテクニックなど確率的な戦略が要求され，その技術を獲得することは初心者プレイヤにとっては大きな壁となる．一方，相手の駒色組み合わせによらず必ず勝てる局面もあり，そのような局面を見落とさないことも重要である．これに関しては「詰将棋」のような詰め問題を考えることである程度解決できる．

そのため，2019 年 3 月には『詰めガイスター問題』が発案され，問題の自動生成について研究された．[1]．詰めガイスター問題は，ガイスターにおいて確実に勝てる局面を問題化したものであり，終盤力向上のための教育, および楽しさを目的としたコンテンツとなっている．詰めガイスター問題には，相手駒の色組み合わせによらず確実に勝てる局面を問題化した「一般問題」だけでなく，相手駒の色を一部見破っている場合に必勝手を見つける「一部公開問題」があり，相手駒の色を一部特定した場合における理詰めのトレーニングも積むことができる．

詰めガイスター問題において，2019 年 11 月には逆向き生成法により 19 手の問題を生成することに成功している [2] が，別アプローチとして後退解析によって得られた 37 手問題も紹介され，後退解析を用いることで長手数の問題を効率的に生成できるのではないかと述べられている [2]．

そこで本研究では詰めガイスター問題の完全解析をおこない，最長手数などを調査する．ただし，時間，空間計算量の問題から，駒数が少ない小規模なものに限定しておこなう．また, 引き分け局面の存在性，解の一意性について

1 北陸先端科学技術大学院大学
Japan Advanced Institute of Science and Technology
2 松江工業高等専門学校
National Institute of Technology, Matsue College
a) s1910071@jaist.ac.jp
b) hashimoto@matsue-ct.jp
c) s1810010@jaist.ac.jp
d) kokolo@jaist.ac.jp

は，先行研究 [1] [2] では議論されていないため，本研究にて調査する．さらに, 本研究では問題のカテゴリ分けをおこない，両者最善を尽くせば必ずある特定の勝利条件で終局するような問題が全体の中でどの程度生成されるかといった調査もおこなう．

小さいサイズの完全情報ゲームに対して完全解析をおこなう研究は，縮小版オセロ [3]，シンペイ [4]，どうぶつしょうぎ [5] などいくつか報告されており，それぞれ，勝ち，負け，引き分け局面数，最長手数，最善手といったデータを収集している．シンペイ，どうぶつしょうぎでは千日手のように同じ局面に戻ることがあるため，ゲーム木による解析ではなく，終局から幅優先探索により勝敗を求めていく「後退解析」という手法が取られている．本研究の解析対象である詰めガイスター問題も同一局面に戻ることがあるため，後退解析を用いて各状態における勝敗，手数のデータなどを解析する．

2 章ではガイスターについて述べる．3 章では詰めガイスター問題について述べる．4 章では解析内容について述べる．5 章では各種実験について述べる．6 章ではまとめをおこなう．7 章では今後の方針を述べる．

2. ガイスターについて

『ガイスター』は 1982 年にアレックス・ランドルフ氏によって考案された駒移動型の 2 人用ボードゲームであり，駒を交互に動かすことで勝利を目指す．

まず，各プレイヤは 2 種の駒（青または赤の印のついた駒）を 4 個ずつ，自陣 8 マスに初期配置する．図 1 は初期配置の例だが，どの駒を自陣のどのマスに置くかは自由である．その後，交互着手をおこない，3 つある勝利条件のいずれかを満たしたプレイヤが勝利，もう片方のプレイヤは敗北となる．駒の印は相手に隠して戦うため，盤上にある相手駒の色を観測できないという不完全情報性を持つ．

勝利条件は，相手の青い駒を全て取る，自分の赤い駒を全て相手に取らせる，青駒脱出のいずれかである．言い換えれば, 相手の赤い駒を全て取ってしまう，自分の青い駒を全て取られてしまう，青駒脱出されてしまうと負けとなる．青駒脱出は，相手陣奥 2 マスにある矢印マスに自分の青駒を移動し，1 ターン消費することでその青駒を盤外脱出させ勝利となるルールである．ここで，赤駒は脱出できないため，自陣矢印マスにある相手駒が次のターン脱出しなければ，わざと勝利しないプレイヤではない限り赤と分かる．ガイスターでは，お互いに盤上の相手の駒の情報が分からない状態で駒を動かしていくため，状態の推定，駒の色を誤認させるテクニックなどが要求される．

3. 詰めガイスター問題

詰めガイスター問題は，ガイスターのルールを用いたパズル [1] であり，通常のガイスターのルールに加え，以下

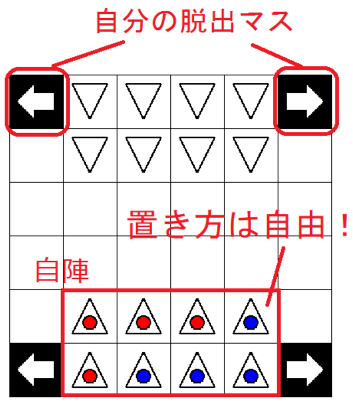

図 1　ガイスターの初期配置

のルールを持つ．

(1) 問題として盤面，後手側の盤上にある青赤それぞれの個数，最短の手数が公開される．
(2) 先手側が勝利する最短の手順を見つける．
(3) 後手側は，（勝ち，引き分け，最長負けの順で） 最善を尽くす．
(4) 問題には必ず先手側の必勝手が存在する．

この問題の目的は，後手駒の色組み合わせがどうあろうと，後手がどんな行動をしようと勝利条件を満たすことができる先手側の手順のうち最短のものを探すことである．

詰めガイスター問題は不完全情報ゲームであるという点ゆえに，そのままでは解くことが非常に難しい．そのため，本研究では代わりに以下のルール（5）（6）を追加した場合の，詰めガイスター問題を考えることにする．

(5) 後手側の色不明駒は，取ったら赤，脱出時は青に変化する駒 （紫駒） として扱う．
(6) 後手側も，先手側の駒色を完全に観測できる．

ルール（5）（6）を加えた詰めガイスター問題は「完全情報ゲーム」となり，ゲーム木探索，後退解析といった方法で解くことができる．本研究では，以降このような詰めガイスター問題について解析をおこなう．

詰めガイスター問題は，図 2 のような形で表現する．盤面は，先手の青赤それぞれを B，R，後手の青赤それぞれを b，r，後手の色不明駒を u （undefined の略）として表現される．先手側の脱出口は，図 2 の a6，f6，後手側の脱出口は a1，f1 とする．盤面上部には後手側の盤上にある青赤それぞれの個数 b，r，および最短の手数を表示している．

詰めガイスター問題には後手駒の色が全て非公開である「一般問題」，後手駒の色が 1 つ以上公開された「一部公開問題」がある．また，本研究では，後手駒の色が全て公開された問題を「公開問題」と呼ぶことにする．また，盤面上に，先手青が N_B 個，先手赤が N_R 個，後手青が N_b 個，

後手赤が N_r 個ある問題のことを N_B:N_R:N_b:N_r 問題と呼ぶことにする．よって，本論文では「1:1:1:1 一般問題」のような呼び方によって，対象とする問題を識別する．例えば，図 2 は 1:1:1:2 一般問題と呼ぶ．

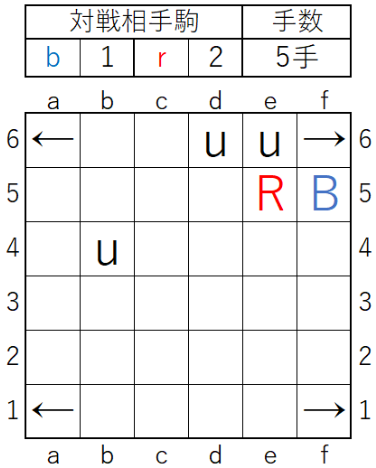

図 2　詰めガイスター問題の例

4.　解析の内容

本研究では，一般問題，（一部）公開問題について解析をおこなう．時間，空間計算量の問題より，駒数の少ないケースに絞って解析をおこなう．具体的には，1:1:1:1 問題について解析をおこなう．

解析では，以下のデータを集める．

(1) 先手勝ち盤面数（=問題数），負け盤面数，引き分け盤面数
(2) 各手数における問題数．特に，最長手数
(3) 各手数における各カテゴリに属する問題数
- 両者最善を尽くすとき, 必ず「青 B 脱出」で終局する問題
- 両者最善を尽くすとき, 必ず「青 b 全取り」で終局する問題
- それ以外

(4) 各手数における一意解問題の数

（1），（2）は後退解析により計算し，（3），（4）は後退解析をおこなった後，置換表を用いた深さ優先探索によって求める．

（3）の分類方法には，まだ検討の余地がある．例えば，先行研究 [1] では，青駒脱出問題，赤駒壁利用問題の 2 種類に分類し分析をおこなっているため，本研究においても，そのような分類方法をおこなう価値があると考えられる．しかし，長手数の問題において，ある手順は青駒脱出問題，一方で別の手順は赤駒利用問題といったように，どちらの問題に属するかの判断が難しいケースがある． また，ある手順について赤駒利用をおこなっているかを正確に判定することが難しいと考えられる

よって，本研究では簡単な分類方法として，「必ず青脱出で終局」「必ず青 b 全取りで終局」「それ以外」を考える．本研究ではそれぞれを ESCAPE, TAKE, OTHER と呼ぶことにする．このような分類が適切であるかは議論の余地があるが, 終局状態が何であるかのヒントにはなるかと考えられるため，本研究ではこのような分類をおこなう．

（4）について一意解問題とは，先手側が最短で詰める手順が一意に定まる問題とする．ただし，後手側の手によって手順が変化することを認める．例えば，図 3 は一意解，4 は変化のある一意解であり，図 5 は一意解ではないと考える．

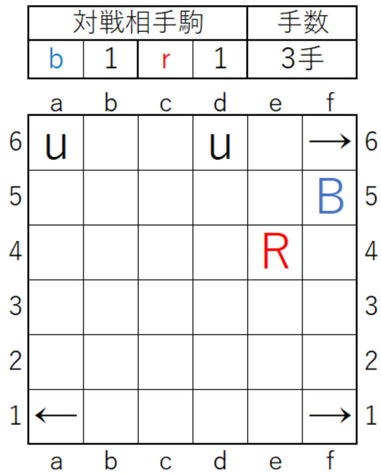

図 3　一意解問題の例 1 （先手は B を 2 回動かす）

5.　解析結果

本章では，解析の結果について述べる．

5.1　勝敗，手数

勝ち，負け，引き分け局面の個数を表 1 に示す

表 1 より，1:1:1:1 一般問題では負け局面が多く，1:1:1:1 公開問題では勝ち局面が多いことが分かった．一般問題で負け局面が多い理由は，先手と後手にルールの非対称性があるから，言い換えれば，後手側の方が強い駒（紫駒）を用いているからだと考えられる．逆に公開問題では，ルールの非対称性が無くなり，先に着手を決定できる先手側が有利になったと考えられる．

1:1:1:1 一般問題について，詰め問題の手数は表 2 のよう

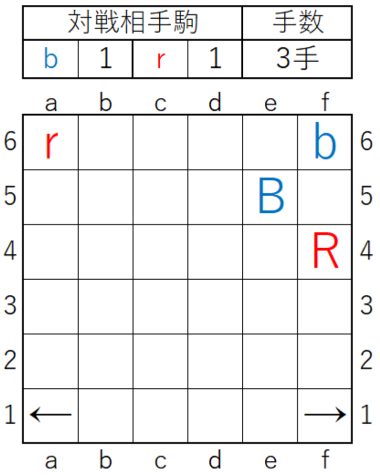

図 4　一意解問題の例 2 （2 手目に応じて 3 手目が変化）

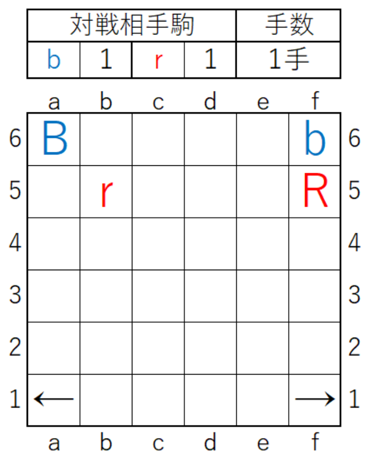

図 5　一意解でない問題の例 （最善手は 2 通り）

になった．最長手数は 19 手となり，19 手問題は図 6 など 6 通り存在した．また，表 2 より，問題数が最大となる手数は 3 手となり，5 手以降では長手数になるにつれて問題数が減少することが分かった．

1:1:1:1 公開問題について，詰め問題の手数は表 3 のようになった．最長手数は 37 手となり，37 手問題は図 7 など 12 通り存在した．また，表 3 より，問題数が最大となる手数は 5 手となり，7 手以降では長手数になるにつれて問題数が減少することが分かった．

さらに，表 1 より，1:1:1:1 一般問題，1:1:1:1 公開問題について引き分け局面が存在することが分かった．具体例をそれぞれ図 8，図 9 に示す．

図 8 では，一見，f6 にある u に対して一見先手側の受けが無いように見える．しかし，先手側が a6 にある R を b6 へ移動させることで受けが成立する．この次，後手は B 脱出を防ぐため，c6 にある u を c5 に移動させなければならない．その後，先手は b6 にある R を b5 に移動させる．すると，後手の選択は c5 にある u を再び c6 へ戻すしかない（それ以外は負けである）．その後，b4 にある B を a4 に動かすことで，後手は c5 にある u を再び c6 へ戻すしかなく，以降は R が b6，b5 を行き来，u が c6，c5 を行き来する．そのため，後手必勝ではない．また，先手の脱出も成功しないため，図 8 は引き分けとなる．

図 9 では，まず後手が上手く受けると先手勝ちを阻止できる．b 列にある r を先手の R と同じ行に動かすことで R を a 列に閉じ込めることができ，先手 B の脱出も b によって阻止できるためである．逆に，先手が上手く受けることで後手勝ちも阻止できる．具体的な手順は複雑なため省略するが，解析によると初手は e4 にある B を e5，d4 に動かす以外であればよい．例えば先手が e4 にある B を f4 に移動すると，後手は c6 にある b を d6 に移動するしかなく，その後も先手が上手く手を指すことで後手勝ちを防げることが解析から得られている．なお，この後，f4 にある B を f5 に移動させると 27 手で後手勝ちの状態になるため，先手側は慎重に手を選ぶ必要がある．

表 1　勝ち，負け，引き分け局面の個数

問題の種類	全体	勝ち	負け	引き分け
1:1:1:1 非公開	706860	191992	514214	654
1:1:1:1 公開	1413720	783232	402822	227666

表 2　詰め問題の手数 （1:1:1:1 一般問題）

手数	問題数
1	39270
3	59520
5	53868
7	26714
9	9152
11	2096
13	888
15	402
17	76
19	6

5.2　カテゴリと問題数

2 駒の公開問題について，カテゴリと問題数の分析をおこなった．カテゴリは，両者最善を尽くした場合に「青 B 脱出」を必ず満たす盤面（ESCAPE），「青 b 全取り」を必ず満たす盤面（TAKE），それ以外（OTHER）の 3 パターンとする．

表 3 詰め問題の手数（1:1:1:1 公開問題）

手数	問題数
1	326172
3	108976
5	116218
7	81202
9	47500
11	25108
13	20748
15	18488
17	14436
19	10440
21	6082
23	3322
25	2078
27	1264
29	684
31	302
33	150
35	50
37	12

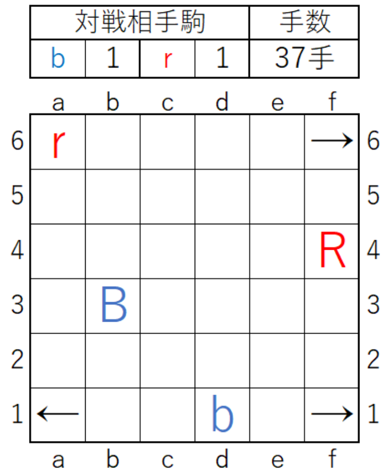

図 7 1:1:1:1 公開問題の最長問題（37 手）

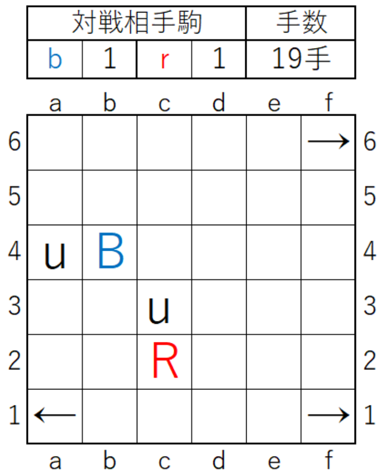

図 6 1:1:1:1 一般問題の最長問題（19 手）

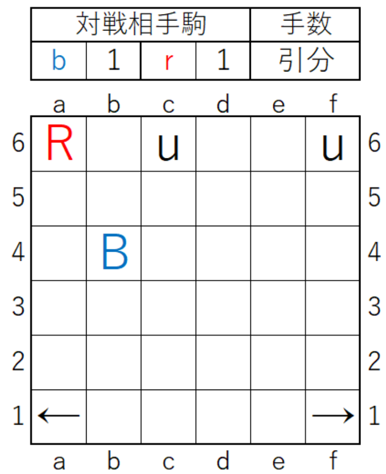

図 8 引き分け局面 （一般問題）

各手数について各カテゴリに属する問題数を調査した結果を表 4 に結果を示す．表 4 より，ESCAPE 問題は 13 手まで，TAKE 問題は 27 手まで存在することが分かった．ESCAPE の 13 手問題の 1 つは図 10，TAKE の 27 手問題の 1 つは図 11 のようになった．

5.3 一意解

詰めガイスターにおける一意解問題の数について実験をおこなう．一意解問題とは，先手側が最短で詰める手順が一意に定まる問題とし，後手側の手によって手順が変化することは認める．

なお，詰めガイスターにおいては先手側の手順が明らかな場合であっても，一意解でないことがある．例えば，図 12 のような局面において，先手側は B を f6 マスのゴールに近づけ脱出させるだけで勝つことができるが，移動方法が 2 通りあるため一意解ではなくなってしまう．そのため一意性を求めると，長手数の問題を生成しづらくなるなどの不都合が発生する可能性が高い．そこで本研究では，一意性の条件を緩和した「準一意解問題」を定義し，実験をおこなう．

Vol.2020-GI-43 No.13
2020/3/13

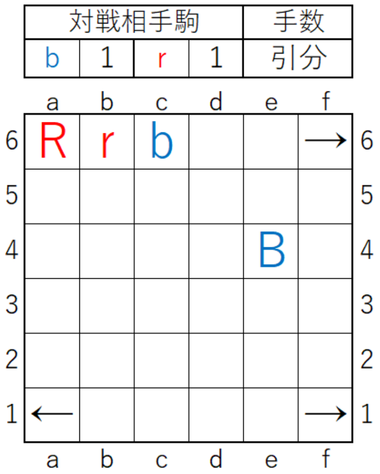

図 9 引き分け局面 （公開問題）

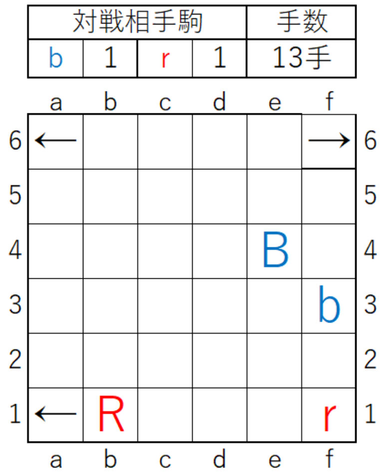

図 10 1:1:1:1 公開問題の最長 ESCAPE （13 手）

表 4 カテゴリと問題数 （1:1:1:1 公開問題）

手数	ESCAPE	TAKE	OTHER
1	66660	247632	11880
3	82988	2720	23268
5	56778	4806	54634
7	20262	6512	54428
9	3302	6670	37528
11	286	3914	20908
13	24	2046	18678
15	0	942	17546
17	0	534	13902
19	0	260	10180
21	0	202	5880
23	0	110	3212
25	0	40	2038
27	0	10	1254
29	0	0	684
31	0	0	302
33	0	0	150
35	0	0	50
37	0	0	12

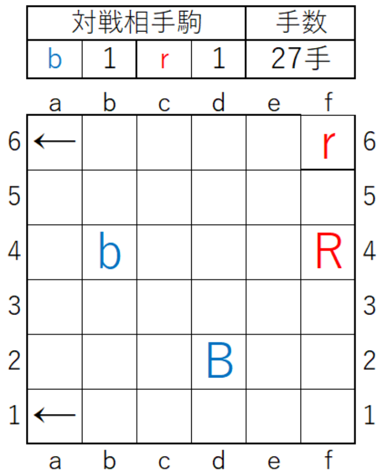

図 11 1:1:1:1 公開問題の最長 TAKE （27 手）

5.3.1 準一意解問題の定義

図 12 のように先手側の手順が明らかな問題を自明問題とし，自明問題に至るまでの先手の手順が一意であるような問題を準一意解問題と定義する．言い換えると，自明問題に至ってからの手順は一意でなくともよいとしたとき，（先手側の）一意性を満たす問題のことを準一意解問題とする．

自明問題は，ガイスターの詰め問題（先手必勝盤面）であって，いずれかの先手ゴール G ($G \in \{a6, f6\}$) について，次の条件を全て満たすものとする．

(1) R 駒を障害物としたときの，G から B 駒までの最短道のりを D とおくとき，D が存在する
(2) G から後手駒までの距離が D+1 以上
(3) a1 マスから後手駒までのマンハッタン距離が D 以上
(4) f1 マスから後手駒までのマンハッタン距離が D 以上
(5) 問題として公開された最短手数 = 2D + 1

すなわち，B があと D 手でゴール G に辿り着けて (1)，後手はそれを阻止できず (2)，ゴールにも向かえない状態 (3)(4) である．この状態のとき，B は 2D + 1 手でゴール G から脱出できるが，これが最短手数になっていることを (5) で要求している．

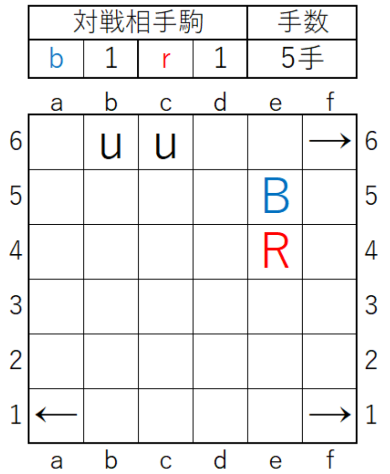

図 12　自明に勝てるが一意解でない例

例えば，図 13 における $E = a6$ としたときの条件は，黄色のマスに後手駒（u,b,r）が存在しないことである．なお，(1) において R 駒が左脱出口 a6 マスにある場合，D は存在せず，条件は満たされない．(2) についても同様である．

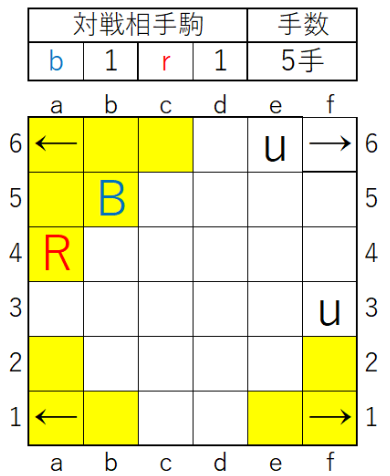

図 13　自明問題の条件 (1) を満たす例（黄色マスに u,r,b が非存在）

5.3.2　実験結果

1:1:1:1 問題における手数と一意解，準一意解問題の数の結果を表 5，6 に示す．

表 5 より，1:1:1:1 一般問題において，19 手の一意解問題（図??）を確認できた．19 手は 1:1:1:1 一般問題における最長手数と等しい．そして，1 手，3 手では全てが一意解になった． これは，一般問題の性質「必ず B 駒脱出で決着がつく」，および，1:1:1:1 一般問題について「先手青 B が 1 個」という性質が原因である．

さらに，5 手の場合，一意解は減るが，ほとんどの場合において準一意解となっている．これは，図 12 や図 13 のように，b5 または e5 マス，すなわち先手ゴールまでの最短経路が複数あるようなマスに B が存在するケースが多いからだと考えられる．

また，表 6 より，1:1:1:1 公開問題において，一意解問題の最長手数は 19 手（図 15），準一意解問題の最長手数は 29 手（図 16）となることが分かった．

表 5　手数と一意解，準一意解問題の数 (1:1:1:1 一般問題)

手数	問題数（全体）	一意解問題の数	準一意解問題の数
1	39270	39270	39270
3	59520	59520	59520
5	53868	37112	53672
7	26714	12260	25034
9	9152	3482	7248
11	2096	414	510
13	888	34	34
15	402	12	12
17	76	8	8
19	6	2	2

表 6　手数と一意解，準一意解問題の数 (1:1:1:1 公開問題)

手数	問題数（全体）	一意解問題の数	準一意解問題の数
1	326172	304788	316668
3	108976	85684	108952
5	116218	43802	114878
7	81202	12538	71798
9	47500	2584	31056
11	25108	576	4920
13	20748	158	1368
15	18488	72	646
17	14436	44	300
19	10440	4	154
21	6082	0	112
23	3322	0	72
25	2078	0	34
27	1264	0	20
29	684	0	6
31	302	0	0
33	150	0	0
35	50	0	0
37	12	0	0

6.　まとめ

本研究では，駒数が 2 対 2 の局面に限定し，『詰めガイスター問題』の後退解析による全列挙をおこなった．結果，駒数が 2 対 2 の場合において,「一般問題」では勝ち 191,992

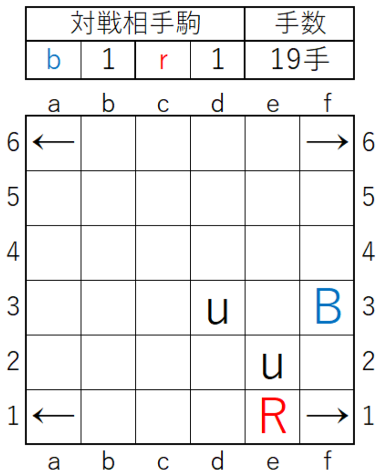

図 14　1:1:1:1 一般問題の最長一意解 （19 手）

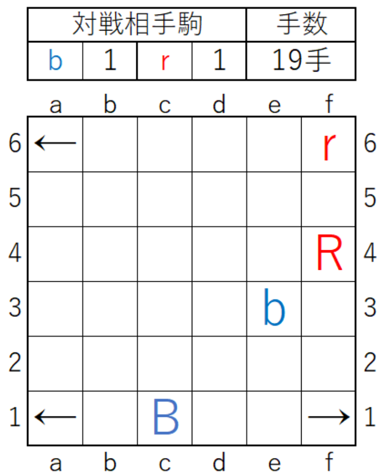

図 15　1:1:1:1 公開問題の最長一意解 （19 手，TAKE）

局面，負け 514,214 局面，引き分け 654 局面，最長勝ち 19 手，「公開問題」では，勝ち 783,232 局面，負け 402,822 局面，引き分け 227,666 局面，最長勝ち 37 手になることを確認し，引き分けの存在を確認できた．「一般問題」で負け局面が多い理由は, 後手駒が紫駒と強い駒でありルールに非対称性が生じているから, 逆に「公開問題」で勝ちが多いのは, ルールの非対称性がなくなり, 先手有利になったからだと考えられる．

また，先行研究で議論されていなかった，問題のカテゴリ分け，解の一意性について，定義，実験をおこない，いくつかの知見を得た．問題のカテゴリ分けでは，公開問題について，両者最善を尽くした場合「必ず青 B 脱出（ESCAPE)」「必ず青 b 全取り（TAKE)」「その他（OTHER)」のどれになるかを判定し，ESCAPE 問題の最長手数は 13 手，TAKE 問題の最長手数は 27 手になることが分かった．

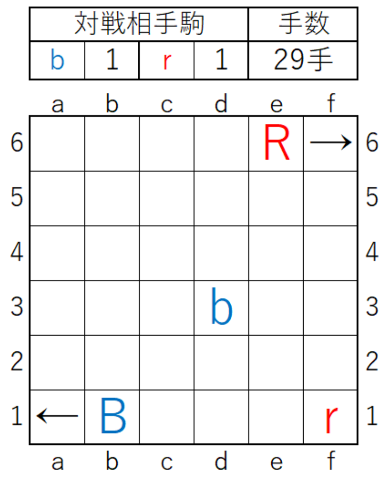

図 16　1:1:1:1 公開問題の最長一意解 （29 手，OTHER）

解の一意性については，先手の最善手が一通りに定まる問題（一意解問題)，および，一意解の条件を緩和した準一意解問題を定義し，実験をおこなった．結果，一般問題，公開問題の一意解問題は最長 19 手になることが分かった．また，公開問題について準一意解問題は最長 29 手になることが分かり，一意解の条件を緩和することでより長手数の問題が得られることを確認できた．

7.　今後の方針

本研究では，駒数が 2 対 2 の局面のみについて解析をおこなった．今後は，より駒数の多い局面についても解析をおこない，より長手数の問題が作成できるかなどを調べたい．

参考文献

[1] 石井 岳史，川上 直人，橋本 剛，池田 心：不完全情報ゲーム『ガイスター』における 2 種の詰め問題の提案と考察，Vol.2019-GI-41，No.19，pp.1-8，2019
[2] 石井 岳史，川上 直人，橋本 剛，池田 心：難しい詰めガイスター問題の生成法，The 24th Game Programming Workshop 2019，pp.12-19，2019
[3] 竹下 祐輝，池田 諭，坂本 眞人，伊藤 隆夫：縮小盤オセロにおける完全解析，情報処理学会研究報告，pp.1-6，2015
[4] 田中 哲朗：ボードゲーム「シンペイ」の完全解析，情報処理学会論文誌 Vol.48，No.11，pp.3470-3476，2007
[5] 田中 哲郎：「どうぶつしょうぎ」の完全解析，第 22 回ゲーム情報学研究会，pp.1-6，2009