

拡張凸胞複体を基盤とする空間データ表現モデルと その地理情報データベースへの応用

黒木進

広島市立大学

情報科学部

知能情報システム工学科

kuroki@its.hiroshima-cu.ac.jp

牧之内顕文

九州大学大学院

システム情報科学研究科

知能システム学専攻

akifumi@is.kyushu-u.ac.jp

尾下真樹

九州大学大学院

システム情報科学研究科

知能システム学専攻

moshita@db.is.kyushu-u.ac.jp

要旨

図形の位置や形の記述力の高い空間データ表現モデルを開発するために、凸胞複体表現を拡張したので報告する。われわれが設計・実装してきた空間データ表現モデルは凸胞複体を基盤としている。そのため、その空間データ表現モデルでは図形を点集合として見たときに、図形の境界点は必ず図形に含まれた。また、図形に向きを与えて、例えば有向線分を表現することはできなかった。

本報告では、凸胞複体の元であるフェイスそれぞれに境界点や内点が含まれるか否かを記述するデータや、向きを記述するデータを加えて、拡張凸胞と拡張凸胞複体を定義した。これらをここでは有向不完全凸胞および有向不完全凸胞複体という。有向不完全凸胞複体を用いることによる空間問合せへの影響を調べた。

A Spatial Data Representation Model Based on Extended Cell Complexes and its Application to Geographic Information Systems

Susumu Kuroki

Hiroshima City University

kuroki@its.hiroshima-cu.ac.jp

Akifumi MAKINOUCHI

Kyushu University

akifumi@is.kyushu-u.ac.jp

Masaki Oshita

Kyushu University

moshita@db.is.kyushu-u.ac.jp

Abstract

We extend a cell complex-based spatial data representation model to make expressive power of the model strong enough to represent the location and shape of a figure. Because the model is based on the cell complex model, all the boundary points of a figure must lie in it. In addition, an oriented figure such as a directed line segment can not be represented in the model.

We define an extended cell and an extended cell complex by adding attributes which describe whether boundary points and interior points are included in the figure or not, the attributes which describe the orientation of a cell.

1 はじめに

空間データベースにおいて、記述力の高いデータ表現モデルを構築することは重要な課題である。本論文では、この課題に対して拡張凸胞複体[1]を基盤にした空間データモデルを提案し、境界の開閉および図形の向きを導入してモデルの記述力を高めるとともに、地理情報データベースへの応用について論じる。

われわれは図形(多面体)を表現するために凸胞複体を基盤にした空間データ表現モデル[2, 3]を提案してきた。凸胞複体を用いて多面体を表現すれば、その多面体は境界を必ず含む。

しかし、現実世界の図形を表現するには、境界を含まない図形の表現も必要である。というのも、地理情報データベース格納された線分は、現実世界での線分を表しているとは限らないからである。例えば2次元地理情報データベースに2軒の住宅の敷地の境界として格納された線分 e があったとする。このとき、データベースに格納された線分 e が空間属性値となる空間オブジェクトは、現実世界において境界上にある壁や柵など大きさを定義できる空間オブジェクトである場合があろう。このような場合、壁や柵はどちらか一方の住宅の敷地にだけ属するように定義し、この壁や柵を含まない敷地は線分 e を含まないようにデータベース中で表現すべきである。このような表現を可能にするため、凸胞の境界に開閉をつけて記述力を高める。

また、道路や鉄道、川などのようにデータベース中では線として扱われる図形にそって、流れなどを表現するために有向線分を定義する場合がある。例えば道路の一方通行、線路の上りと下り、川や水道管を流体が流れる方向などを表現するために線分(自由度1のフェイス)に向きを定義する。そして有向グラフで表現される図形が表現できるようにする。さらに、一般的の次元の図形に向きを定義できるようにする。

以上の理由から、境界が不完全な図形(すべての境界点が含まれるとは限らない図形)や、向きのついた図形を表現するために、凸胞複体による多面体の表現を拡張する。

そのため、本論文では、境界が不完全で、向きを持つ図形を表現するために、凸胞と凸胞複体を拡張して有向不完全凸胞と有向不完全凸胞複体を提案する。

2 多面体と凸胞複体

本論文では、 $X_i (i = 1, \dots, N)$ 軸から構成される N 次元空間 $R^N(X_1, X_2, \dots, X_N)$ 中の多面体を取り扱う。ここでは、多面体とその表現を与える凸胞複体の定義を与えるとともに、両者の関係を説明する。

2.1 多面体

多面体(polyhedron)とは、有限個の閉半空間

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_N) | \sum_{i=1}^N a_i x_i + a_{N+1} \geq 0,$$

$$\text{但し, } a_i (1 \leq i \leq N) \text{ のいずれかは } 0 \text{ でない}\} \quad (1)$$

から共通部分をとることおよび和集合を作ることを有限回行って得られる集合のうち、有界で閉じたものである[4]。

2.2 凸胞と凸胞複体

凸胞複体を定義するため、まず凸胞を定義する。凸胞 σ とは、 n 個 ($N+1 \leq n$) の閉半空間の共通部分として定義される多面体である。また、 n 個の閉半空間のうち、 k 個 ($0 \leq k$) を閉半空間の境界

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_N) | \sum_{i=1}^N a_i * x_i + a_{N+1} = 0,$$

$$\text{但し, } a_i (1 \leq i \leq N) \text{ のいずれかは } 0 \text{ でない}\} \quad (2)$$

で置き換えて得られる多面体を凸胞 σ のフェイスといいう。凸胞 σ のフェイスとは、 σ の頂点や稜線、面などの構成要素を統一的に記述するための概念である。また、上の定義から凸胞 σ 自身も凸胞 σ のフェイスである。また、上の定義からある凸胞 σ のフェイス τ 自身も凸胞である。フェイスが k 次元の部分空間には含まれるが、 $k-1$ 次元の部分空間に含まれないとき、このフェイスは k 自由度のフェイスと呼ばれる(但し、 $1 \leq k$)。また、凸胞の頂点を0自由度のフェイスと呼ぶ。

このとき、凸胞複体 C とは以下の条件を満たす凸胞 σ とそのフェイスの集合である。

1. ある凸胞 σ_1 が凸胞複体 C の要素であれば、凸胞 σ_1 のフェイスも C の要素である。

2. ある凸胞 σ_1 と σ_2 がともに凸胞複体 C の要素であれば、 $\sigma_1 \cap \sigma_2$ は \emptyset であるか、凸胞 σ_1 のフェイスであると同時に凸胞 σ_2 のフェイスである。

条件 1 から凸胞複体とは、凸胞を構成するフェイスを元とする有限集合であり、凸胞の構成要素である頂点や稜線、面などはすべて凸胞複体に含まれる。また、条件 2 から、凸胞複体は共通部分を取る演算(フェイスのつながり方を記述している)に関して閉じている。

凸胞複体の元のうちで、多面体の構成要素となるフェイスを境界フェイスと呼ぶ。境界フェイスのフェイスもまた境界フェイスと呼ぶことにする。境界フェイスとなるフェイスは、奇数個の凸胞によって共有されるフェイスである。また、多面体の要素とならないフェイスを内部フェイスと呼ぶ。内部フェイスは、偶数個の凸胞によって共有されるフェイスである。これらの基準によって、凸胞複体を構成するフェイスを区別することができる。

3 凸胞と凸胞複体の内部表現

ここでは、凸胞複体がデータベース内部でどのように表現されるかを述べる。

3.1 凸胞複体

凸胞複体は凸胞とそのフェイスの集合であると先に定義した。ある凸胞 σ のフェイスのうち、凸胞 σ それ自身ではないものは凸胞 σ の境界フェイスである。そこで、凸胞複体は、他の凸胞の境界フェイスでない凸胞の集合として表現する。

3.2 凸胞

凸胞 σ の位相構造を表現するために、凸胞 σ の境界フェイスすべてを接続グラフを用いて構造化し、表現する。今、フェイス f の自由度が k ($1 \leq k$) であるとする。このフェイス f の境界フェイスのうち、自由度 $k-1$ のフェイスすべてが表現する多面体をフェイス f の境界と呼ぶ。例えば、自由度 2 のフェイスである三角形の境界は、その稜線となっている自由度 1 のフェイス 3つである。

ここで、凸胞 σ の接続グラフ $G(\sigma) = (E, V)$ を以下のように定義する。ここで E はノードの集合、 V はエッジの集合を表す。

1. 凸胞 σ の接続グラフ $G(\sigma)$ のノードは、凸胞 σ のフェイスを表す。自由度が 1 以上のフェイスを表すノードには、フェイスの名前 *name*、フェイスの自由度 *dof* が与えられる。自由度が 0 のフェイスを表すノードには、さらにその頂点の座標を表す属性 *coordinate* が与えられる。

2. 凸胞 σ の接続グラフ $G(\sigma)$ のエッジは、以下の条件を満たす 2 つのノード間に定義される。

- 2 つのノードに与えられた属性 *dof* の値が 1 だけ異なる。
- 属性 *dof* の値が小さい方のノードが表すフェイスが、*dof* の大きい方のフェイスの境界フェイスとなっている。

3.3 頂点

凸胞 σ の位置と大きさを表現するため、頂点に座標を与える。多面体の存在する空間が N 次元空間 R^N とすると、座標は次数が N の組(タップル)で表現される。

3.4 多面体の表現例

以下に 2 次元空間 R^2 の多面体の例を示す(図 1 参照)。

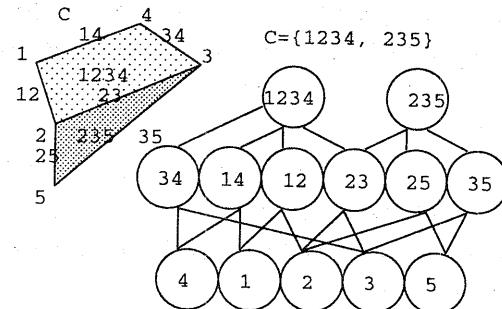


図 1. 多角形(2次元多面体)12534 と凸胞複体表現

接続グラフは多面体の位相的な性質を表している。異なる凸胞があるフェイスで接する状況を表現するた

め、2つの凸胞の共有するフェイスを双方の凸胞からエッジをたどって、行き着けるようにする。図1中のフェイス23は2つの凸胞に共有されたフェイスであり、2つの凸胞1234と235から接続グラフのエッジをたどれば行き着くことができる。2つの凸胞に共有されるフェイスを、異なる凸胞の接続グラフで共有した形で表現すれば、凸胞複体の条件2は自動的に満たされる。

4 凸胞と凸胞複体の拡張

4.1 境界の不完全な图形を表現するための拡張

4.1.1 開凸胞

2章において凸胞を閉半空間および超平面の共通部分集合として定義した。ここで開半空間を、

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_N) \mid \sum_{i=1}^N a_i * x_i + a_{N+1} > 0\}$$

但し、 $a_i (1 \leq i \leq N)$ のいずれかは0でない} (3)

と定義する。このとき、有限個の開半空間および超平面の共通部分を開凸胞と定義する。開凸胞とは、凸胞から境界フェイスに含まれる点をすべて取り除いて得られる图形である。例えば、ある凸胞 σ が三角形であるとすると、 σ の開凸胞は三角形から三本の稜線および三個の頂点を取り除いて得られる图形である。このような图形は、凸胞を定義する際に用いた閉半空間をすべて開半空間に置き換えることで得られる。

一般に、凸胞 σ は、そのフェイスから境界を取り除いて得られる图形(開フェイス)の和集合として表される。つまり、次式が成り立つ。但し、 τ は σ のすべてのフェイスについて和をとる。

$$\sigma = \bigcup_{\tau \prec \sigma} \text{Interior}(\tau) \quad (4)$$

ここで、 $\text{Interior}(\tau)$ は開フェイスである。また、 $\tau \prec \sigma$ は、 τ が σ のフェイスであるという関係を表すものとする。

4.1.2 不完全凸胞と不完全凸胞複体

ここで凸胞 σ に関する不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma)$ を定義する。不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma)$ とは、以下のように定義されるフェイスの和集合である。

$$\text{Incomplete}(\sigma) = \bigcup_{\exists \tau \prec \sigma} \text{Interior}(\tau) \quad (5)$$

ここで、上式の和は σ のフェイスの内のいくつかについてとることとする。和に寄与する $\text{Interior}(\tau)$ を不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma)$ の開フェイスという。また、 $\text{Incomplete}(\sigma)$ の凸胞は、 σ に等しい。

不完全凸胞の例を図2に示す。

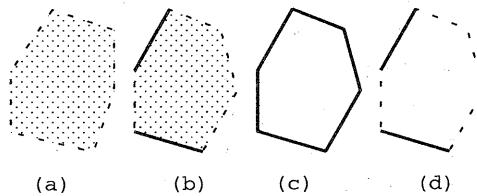


図2. 不完全凸胞の例

不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma)$ はもはや、 σ の内点を含む必要もなければ((c)や(d)の場合)、連結である必要もない((d)の場合)。

不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma_i) (i = 1, \dots, k)$ の集合 IC が以下の条件を満たすとき、 IC を不完全凸胞複体といふ。

1. 不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma_i)$ の開フェイスもまた IC の元である。
2. $\sigma_i \cap \sigma_j (i \neq j)$ が \emptyset または σ_i と σ_j のフェイスである。

4.2 向きを持った图形を表現するための拡張

图形の向きには2種類ある。線分 pq の場合だと、 $p \rightarrow q$ という向きと $q \rightarrow p$ という向きの二通りがある。凸多角形の場合、境界線は閉曲線であるから、その閉曲線が右回りか左回りかによって凸多角形の向き(この場合は表か裏)を決めることができる。

凸胞であるフェイス f に一つの向きをつけたとしても、 f の境界フェイスの向きは自由に設定できる。例えば三角形全体に右回りの向きをつけたとしても、その稜線には三角形の向きには関係なく向きをつけることができる。そのため、フェイスの向きは、個々のフェイスで完結した形で記述される。

フェイスの中で完結する向きを与えるために、フェイスに導入する座標系の向きを決める(フェイスの向きは、フェイスの座標系の向きによって決まる)。座標系の向きを決めるために、フェイスのある頂点から出ている稜線に順序を与える。

4.3 有向不完全凸胞複体

向きを持つ開フェイスからなる不完全凸胞を、有向不完全凸胞という。フェイスの向きは複体の条件に関与しないため、有向不完全凸胞の集合であって、不完全凸胞複体の条件をみたすものを有向不完全凸胞複体と定義する。有向不完全凸胞複体の表す图形は不完全多面体である。

5 有向不完全凸胞と有向不完全凸胞複体の内部表現

5.1 有向不完全凸胞複体の表現

有向不完全凸胞複体 IC とは、有向不完全凸胞の集合であると定義した。不完全凸胞 $Incomplete(\sigma)$ の開フェイス $Interior(\tau)(\tau \prec \sigma)$ は $Incomplete(\sigma)$ から計算できるから、ある不完全凸胞の開フェイスは省略し、有向不完全凸胞 $\langle Incomplete(\sigma) \rangle$ の集合で IC を表す。

5.2 有向不完全凸胞

凸胞 σ の表現に接続グラフ $G(\sigma)$ を用いた。同様に、有向不完全凸胞 $\langle Incomplete(\sigma) \rangle$ の表現に、接続グラフ $IG(\sigma) = (E, V)$ を用いる。不完全凸胞の接続グラフ $IG(\sigma)$ は、 σ の接続グラフ $G(\sigma)$ のノードに以下の属性を与えることで定義される。

- そのノードが表しているフェイス f の内点集合 $Interior(f)$ が不完全凸胞に含まれるかどうかを表す論理変数 $included$ (含まれるとき真、そうでないときに偽)。
- そのノードが表すフェイス f に向きがついているかどうかを表す論理変数 $oriented$ (真のとき、向きが定義され、そうでないとき、向きがない

ことを示す。なお、ここでは両方向は向きがないと同一視する)。

- ノードの向きを定義するための頂点の順序付き集合 $vertex_sequence$ (フェイスの次元が k のとき、 $k+1$ 個の頂点の列となる。フェイスに向かがついているときだけ有効)

このように凸胞 σ の接続グラフ $G(\sigma)$ を拡張して、有向不完全凸胞の構造を表現する。

5.3 頂点

凸胞の頂点と同様、次数が N の組で表現される。

6 有向不完全凸胞複体の演算子

凸胞複体で表現された多面体に関する演算子を定義した[2, 3]。その演算子にならって、有向不完全凸胞複体に関する演算子を定義する。

6.1 点集合的な演算

空間の点集合としての側面に関する演算子を点集合的な演算子という。点には座標が与えられているから、 N 次元空間 R^N での位置がわかる。そのため 2 つの図形(別々の有向不完全凸胞複体によって表現されている)が共通部分を持つかどうかなどを計算できる。有向不完全凸胞複体 A の表す図形を $|A|$ とする。

点集合的な演算子は以下の通り分類される。

6.1.1 集合演算子

集合演算子は、有向不完全凸胞複体 A, B を引数とする演算子である。演算結果として、有向不完全凸胞複体 C を返す。空集合を返す場合もある。出力となる C はそれぞれ以下の通り。

- $Intersection(A, B)$
 $|C| = \{x \in R^N | x \in |A|, |B|\}$
- $Union(A, B)$
 $|C| = \{x \in R^N | x \in |A| \text{ または } |B|\}$
- $Difference(A, B)$
 $|C| = \{x \in R^N | x \in |A| \text{ かつ } x \notin |B|\}$

これら以外にも、以下の2種類の集合演算子を定義できる。

- $\text{Section}(A, B)$

N 次元空間 R^N の超平面 π に含まれる N 個の点を表す有向不完全凸胞複体を B とする。このとき、 B を含む超平面 π が一意に定まる。超平面 π と A で表される図形の交わり C を返す。

$$|C| = \{x \in R^N \mid x \in |A| \text{かつ} \pi\}$$

- $\text{Projection}(A, B)$

N 次元空間 R^N の k 次元部分空間 R^k に含まれる $k+1$ 個の点を表す有向不完全凸胞複体を B とする。このとき、 $|A|$ を R^k に正射影してえられる図形 $|C|$ を表す凸胞複体 C を返す。

6.1.2 位相述語

有向不完全凸胞複体 A , B で表される2つの図形 $|A|$, $|B|$ が交わるなどの関係が成り立つかどうかを表す真理値を返す演算子である。位相述語は以下の5通りで十分である。

- $\text{intersect}(A, B)$

$\text{Intersection}(A, B) \neq \emptyset$ のとき真、そうでないとき偽を出力する。

- $\text{disjoint}(A, B)$

$(\text{Intersection}(A, B) = \emptyset)$ の時に真、そうでないときに偽を返す。

- $\text{meet}(A, B)$

$\text{Intersection}(A, B)$ に含まれる点すべてが、それぞれの境界フェイスの表す図形に含まれるときに真、それ以外の場合に偽を返す。

- $\text{contain}(A, B)$

$(x \in |B| \Rightarrow x \in |A|)$ の時に真、そうでないときに偽を返す。

- $\text{equal}(A, B)$

$\text{contain}(A, B)$ かつ $\text{contain}(B, A)$ のときに真を、そうでないときに偽を返す。

6.1.3 計量的な演算子

- $\text{dof}(A)$

A の元である凸胞の自由度 $\text{dof}(\sigma)$ の最大値を返す。

- $\text{Volume}(A)$

$\text{dof}(A) = 3$ のとき、 $|A|$ の体積を求める。

- $\text{Area}(A)$

$\text{dof}(A) = 2$ のとき、 $|A|$ の面積を求める。

- $\text{Length}(A)$

$\text{dof}(A) = 1$ のとき、 $\text{vert}A$ の長さを求める。

- $\text{Distance}(A, B)$

$|A|$ の点 p と、 $|B|$ の点 q との距離 $\text{distance}(p, q)$ の最小値を返す。

6.1.4 方向に関する演算子

ある点 p を指定すると、 p に関して東西南北や上下などを定義できる。同様に、図形に対しても、図形ごとに決まる基準に従って東西南北や上下が定まる。

図形 $|A|$ に関して、東西南北上下左右に図形 $|B|$ が存在するとき真になる述語を、 $\text{east}(A, B)$, $\text{west}(A, B)$, $\text{south}(A, B)$, $\text{north}(A, B)$, $\text{above}(A, B)$, $\text{under}(A, B)$, $\text{left}(A, B)$, $\text{right}(A, B)$ とする。ここでは、 $\text{north}(A, B)$ だけ説明する。

この演算子は、 $|A|$ が $|B|$ からみて北側にあるとき、真、そうでない場合偽を返す。ベクトル $\overrightarrow{\text{north}}$ を方向とする直線 l への $|A|$, $|B|$ の射影を $\text{Proj}(A, \overrightarrow{\text{north}})$, $\text{Proj}(B, \overrightarrow{\text{north}})$ とする。直線 l に関して、 $\overrightarrow{\text{north}}$ の向かう方向に座標値が大きくなるとする。以下の条件が成立するときに述語 $\text{north}(A, B)$ は真である。

(条件) $\text{Proj}(B, \overrightarrow{\text{north}})$ の最大値が $\text{Proj}(A, \overrightarrow{\text{north}})$ の最小値よりも小さい。

$\text{between}(A, B)$ は、 $|A|$ が、 $|B|$ の間にあるかどうかを判定する演算子である。ここで、 $|A|$ のミニマムバウンディングボックス $\text{MBB}(A)$ (minimum bounding box) を以下の条件を満たす直方体とする。

- 稜線が座標軸に関して平行または直交

- $|A|$ を含む

- 大きさが最小

このとき、演算子 $between(A, B)$ を、 $MBB(B)$ に $|A|$ が含まれるときに真、そうでないときに偽を返す演算子と定義する。

6.2 フェイス集合的な演算子

この演算子は、図形の位相的な側面に関する演算子である。

6.3 ネットワーク演算子

有向不完全凸胞を定義したので、フェイスに開閉や向きを与えることができる。このとき、これらの値を用いて例えば、有向グラフを表す有向不完全凸胞複体 C に対して次の演算を行える。

- $Successor(f, C)$

有向不完全凸胞複体 C の元である 1 自由度のフェイス f の終点で接続する 1 自由度のフェイスの集合を返す。

- $Predecessor(f, C)$

有向不完全凸胞複体 C の元である 1 自由度のフェイス f の始点で接続する 1 自由度のフェイスの集合を返す。

これらを用いると、水道管のネットワークが与えられたとき、水道管 a の終点または始点で接続する水道管を答えることができる。

真理値を返す述語も定義できる。

- $1 - \text{reachable}(p, q, C)$

有向グラフのノード p を始点、ノード q を終点とする有向エッジがあれば真、そうでなければ偽を返す。

- $k - \text{reachable}(p, q)$ (但し、 $2 \leq k$)

$$1 - \text{reachable}(p, p', C) \\ \& (k-1) - \text{reachable}(p', q, C) \quad (6)$$

が真となる p' が存在すれば真、そうでなければ偽を返す。

- $\text{reachable}(p, q, C)$

$k - \text{reachable}(p, q, C)$ が真となる k が存在するとき真を、そうでないとき偽を返す。

6.3.1 境界演算子

- $\text{Boundary}(A)$

有向不完全凸胞複体 A のうち、境界フェイスすべてからなる凸胞複体を返す。

- $\text{Co-boundary}(A, B)$

A の元であるフェイス f だけを要素とする有向不完全複体 B を考える。このとき、この演算子は以下の条件を満たすフェイスの集合を返す。

- A の元である。

- f を境界フェイスとしてもつ。

- フェイス f よりも自由度が 1 だけ大きい。

7 2 次元地理情報データベースへの応用

2 次元空間データベースでの問合せの具体例を通して、有向不完全凸胞複体を用いた図形表現の利点を説明する。

ここでは仮想的なデータベースに格納する空間オブジェクトとして以下を用いる。

- 道路オブジェクト $Road(name, space)$
- 家屋オブジェクト $House(name, space)$

各オブジェクトの $space$ 属性は 2 次元空間データとする。このとき、2 次元空間データベースに対して、以下の例をはじめとする問合せが記述される。

7.1 点集合的な演算を用いる問合せ

点集合的な演算においては、境界の開閉の区別が演算結果に影響を及ぼす。例えば、二つの空間オブジェクトの $space$ 属性に関して境界の開閉により、2 つの空間オブジェクトが接しているか、いないかの関係が異なる。以下の問合せを考える。

- (1) 道路“一号線”に接している家屋を検索せよ。
この問合せは以下のように記述できる。

```
select house.name
from house in House road in Road
where meet(road.space, house.space)
and road.name = "一号線"
```

このとき、道路と家屋の境界が双方に含まれるよう
に、道路オブジェクトと家屋オブジェクトの space 属性を定義すれば、この問合せによって求めたい家屋を
検索できる。これは、それぞれの space 属性を凸胞複体で、あるいは有向不完全凸胞複体でも表現できる。

一方、道路と家屋の境界が必ず道路に含まれ、家屋
に含まれないようにそれぞれの俗世を有向不完全凸胞
複体で表現したとすると、道路と敷地の境を区別する
ことができる。同時に、道路“一号線”に面している
家屋は以下の問合せによって検索される。

```
select house.name
from house in House road in Road
where meet(road.space, Closure(house.space))
and road.name = "一号線"
```

ここで $\text{Closure}(A)$ とは、不完全凸胞複体の元である有向不完全凸胞 $\text{Incomplete}(\sigma)$ を σ で置き換えて得られる凸胞複体である。これにより、空間データである $\text{Closure}(\text{house.space})$ は凸胞複体となり、二つの凸胞複体に関する $\text{meet}()$ 演算子が利用できる。

このように、図形の境界に関する開閉の概念を導入することによって、図形の表現力が高まる。同時に、
境界の開閉を表すための拡張凸胞複体に対して、演算子 $\text{Closure}()$ などを付け加えることにより、境界の開
閉をそのまま生かした問合せや、従来の多面体に関する問合せの双方を記述できる。

7.2 フェイス集合的な演算を用いる問合せ

図形の境界の開閉に関する拡張によって検索が変わ
る例を示した。同様にフェイスに向きを導入する拡張
によって、検索が変わる例を示す。

- (1) 道路“一号線”に含まれる点 p から到達可能な、
別の道路の点を求める。

この問合せは、ネットワーク演算子 $\text{reachable}()$ を
用いて以下のように記述できる。

```
select q.name
from road1, road2 in Road
where reachable(q, p, C)
and C = Intersection(road1.space, road2.space)
and contain(road2, q)
and road1.name = "一号線"
```

以上から、有向グラフを有向不完全凸胞複体で表現
すれば、ネットワークに関する演算子を用いて空間データとその検索を表現できる。

8 結論

本論文では、凸胞複体をベースにした空間表現を提案した。同時に、多面体の境界が必ずしも含まれると
はかぎらない図形や、向きを持つ図形も表現できる記述力の高い空間表現、それに関する演算子を提案した。
これらの表現を用いて 2 次元地理情報データベースでの問合せをうまく記述できることを示した。

参考文献

- [1] 黒木進, 牧之内顕文位相空間データモデル Universe の凸胞と凸胞複体クラスの拡張, 第 10 回
データ工学ワークショップ CD-ROM 論文集 (1999).
- [2] 黒木進, 牧之内顕文. 位相空間データモデル Universe での空間, 時間, 時空間データ表現,
情報処理学会論文誌, Vol. 40, No. 5, pp. 2404–
2416 (1999).
- [3] 黒木進. 位相空間データモデルとその空間, 時空
間データベースへの応用に関する研究, 博士論文
(1999).
- [4] 日本数学会 (編), 岩波数学辞典 (第 3 版), 岩波
書店 (1985).