

問題分類演習による数学の問題解決過程における 誤り検出手法の検討

周藤 祐汰[†] 高木 正則[†]

[†]岩手県立大学ソフトウェア情報学部

1. はじめに

岩手県立大学ソフトウェア情報学部の数学リメディアル科目「情報基礎数学」では、毎回の授業の最初と最後に確認テスト（事前テスト、事後テスト）を行っており、テスト後にはテストで分かったことや学習方法で良かった点、悪かった点を振り返りシートに記載させている。この振り返りシートを分析した先行研究[1]では、成績下位者の記述量が少なく、具体的な改善点や対策に関する記述がない傾向が明らかになった。この結果は、成績下位者は自身の誤りを特定できていないことを示唆している。この原因として、テスト後の振り返りに活用される解答用紙には、答えを導く途中式や問題の解答が記載されているが、問題を解く際の学習者の思考過程が記載されないため、その思考過程に誤りが存在した場合、具体的な改善点や対策に気付けない可能性があると考えた。そこで、本研究では、数学の学習においてテストの解答用紙に現れない学習者の問題解決上の誤りの検出を目的とし、数学の問題分類演習を提案する。また、大学の授業で問題分類演習を実践した結果を用いて学習者の数学における問題解決上の誤りを分析し、問題解決過程における誤り検出手法について検討する。

2. 問題分類演習の概要

2.1 問題分類演習の定義

本研究における問題分類演習とは、共通の解法で解くことができる問題のグループが複数提示され、このいずれかのグループと同じ解法で解くことができる未分類の問題を各グループに分類する演習である。実際の演習では、まず、提示された全グループの問題例を読み、各グループに所属する問題で使われる知識や解法を把握する。次に、分類対象の問題群の問題を読み、問題群の各問題で使われる知識・解法を把握して、最も類似する解法を使って解いているグループに各問題を分類する。この時、学習者は計算や実際に問題を解くことを行わないことが望ましい。

2.2 誤りを可視化する問題分類演習の問題の要件

数学的問題解決過程について、植阪ら[2]は「問題文の逐語的理解を行う過程」、「状況の全体的



図1 開発したシステムの画面例

理解を行う過程」、「解法を探索する過程」、「計算を実行する過程」の4つに分類し、前者2つを「理解過程」、後者2つを「解決過程」と分類している。この場合、「解決過程」は計算過程と計算結果として学習者の解答用紙に誤りが出現する。しかし、「理解過程」は解答用紙に記載する前の過程であり、解答用紙には思考過程が残らない。そのため、「解答用紙に現れない問題解決上の誤り」を検出するためには「理解過程」を問うことが必要であると考えた。

「理解過程」を問う上で、問題文の状況を整理することが非常に重要である。そのため、問題文に存在する数学的な用語のみで問題を分類してしまうことは、状況の全体的理解の観点から望ましくないと考えられる。よって、問題分類演習で出題する問題の構成要件を以下の通り定義する。

- ・問題文の逐語的理解を問うことができる
- ・状況の全体的理解を問うことができる
- ・問題文の中にグループを識別できる単語が入っていない

3. 問題分類演習システムの開発

問題分類演習を Web ブラウザ上で行えるシステムを開発した。開発言語は Javascript 使用した。回答者は問題群の中にある問題をマウスカーソルでドラッグし、分類したいグループの上でドロップすることで回答する。回答結果は自動で採点され、採点結果は回答結果表示画面で学習者にフィードバックされる。

4. 実験

4.1 実験概要

本学で開講されている数学リメディアル科目の情報基礎数学 B の受講者 45 名を対象とし、「組み

A Detection Method of Mistakes in Problem Solving Process of Mathematics by Problem Classification Exercise
[†] Yuta SUDOU, Masanori TAKAGI, Faculty of Software and Information Science, Iwate Prefectural University

表 1 問題分類演習の結果

平均得点 (6点満点)	3.0
標準偏差	1.8
最高得点	6
最低得点	0
グループ A 平均点 (2点満点)	0.8
グループ B 平均点 (2点満点)	0.7
グループ C 平均点 (2点満点)	1.3

表 2 各グループの問題を解答した結果

ID	問題分類演習でのグループ	正答率(%)
A	区別できる組のみの組み合わせ	55.8
B	区別できない組を含んだ組み合わせ	18.6
C	重複を許した組み合わせ	46.5

表 3 問題分類演習の得点と確認テスト平均点との相関

テストの種類	相関係数
事前テスト平均点	0.084
事後テスト平均点	0.240
事前・事後テストの平均点	0.192

表 4 問題分類演習の得点と各グループの問題を解答した結果との相関

ID	問題分類演習でのグループ	相関係数
A	区別できる組のみの組み合わせ	0.332
B	区別できない組を含んだ組み合わせ	0.506
C	重複を許した組み合わせ	-0.029

合わせ」の単元で実験を行った。まず、全ての受講者に事前の理解度を調査するアンケートを実施したあと、問題分類演習を開発したシステム上で行った。次に、問題分類演習で分類した問題を紙上で解答してもらい、最後に事後の理解度アンケートを行った。

問題分類演習の出題内容は、「区別できる組のみの組み合わせ」(グループ A)、「区別できない組を含んだ組み合わせ」(グループ B)、「重複を許した組み合わせ」(グループ C)に関する問題を出題した。各グループに 1 問ずつ例題を提示し、未分類の問題 6 問を分類させた。また、紙上で解答してもらった問題は、問題分類演習の各グループに対応した未分類の問題 3 問を出題した。

4.2 実験結果

問題分類演習の結果を表 1 に、紙上で各グループの問題に解答した結果を表 2 に示す。問題分類演習の採点は、未分類の問題を正しいグループに 1 問分類できたら 1 点とした。紙上で問題に解答させた演習では、答えが正しければ 1 点とした。

4.3 問題分類演習の結果と解答結果との比較

問題分類演習の結果と紙上で問題に解答した結果、「組み合わせ」の単元の授業内で実施した 4 つの確認テスト(文章題形式で出題、各 10 点満点)の結果を比較した。

表 3 は問題分類演習の得点と確認テストの平均点との相関係数を求めた結果である。その結果、

問題分類演習と通常の文章題との得点では相関関係が確認されなかった。

表 4 は問題分類演習の得点と各グループの問題を紙で解答した得点との相関係数を求めた結果である。グループ A と B は弱から中程度の相関が確認されたがグループ C は相関がなかった。これは、グループ A と B は「組み分けた後の組」が区別できるかできないかで問題を分類させるのに対して、グループ C は「その組み合わせが重複を許すかどうか」で分類させていたため、分類の粒度の違いからグループ C が比較的分類しやすかったためと考えられる。

5. 誤り検出手法の検討

実験結果を踏まえて、学習者の誤り検出手法について検討する。表 3 の結果より、学習単元内の特定の問題を分類させる問題分類演習では単元全体の誤りを検出することは難しいと考えられる。一方、表 4 のグループ A とグループ B の結果では弱から中程度の正の相関が認められており、誤りの検出が期待できる結果となった。検出方法としては、ある特定単元の問題の分類に正答できていなかった場合、間違っただけで分類してしまったグループと本来分類すべきグループの両方の立式の前段階の理解過程において誤りがある可能性があるため、そのグループに関する過去の学習ログを利用して具体的な誤りの検出が期待される。

6. おわりに

本研究では、学習者の問題解決上の誤りを特定するための問題分類演習を提案し、大学の授業内で実践することで誤り検出手法の検討を行った。その結果、問題分類演習では、そのグループに対応した通常の文章題の正答率と相関がある場合があることが示唆された。しかし、問題の分類させる粒度によっては、その問題の分類を行う難度と、実際に解法を適用する難度が異なっており、誤りの検出に利用が難しくなる場合があることも確認された。今後は他の学習ログと組み合わせた分析を行い、検出した誤りのフィードバック方法を検討する。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP17K01139 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] 澤里耕太郎, 高木正則, 山田敬三, 佐々木淳, 学習者ログの可視化と自己評価・相互評価による振り返り支援システムの提案, 情報処理学会第 78 回全国大会, 4ZA-06 (2016)
- [2] 植阪友理, 鈴木雅之, 清河幸子, 瀬尾美紀子, 市川伸一, 構成要素型テスト COMPASS に見る数学的基礎学力の実態「基礎基本は良好, 活用に課題」は本当か, 日本教育工学会論文誌, Vol.37, No.4, pp.397-417 (2014) 4