

# 混合戦略を用いた動的内部状態を持つゲームの分析

石見尚之<sup>†</sup> 藤田悟<sup>‡</sup>

法政大学大学院 情報科学研究科<sup>†</sup> 法政大学 情報科学部<sup>‡</sup>

## 1. まえがき

時間により状態が変化し、その状態により利得が変化するモデルを混合戦略ゲームに拡張し分析を行う。星は、それぞれのプレイヤーの戦略によりプレイヤーの内部状態が相互に影響し合うモデルにおいて、内部状態から戦略を決定し、その状態に応じた戦略を決定する事ができる事を示した。しかし、星は純粋戦略ゲームとして分析していたため、最適反応戦略が一意に定まらない場合が存在した[1]。そこで、本論文では星のゲームモデルを混合戦略ゲームとして拡張することにより、純粋戦略ゲームの場合とどのように変化するか分析を行う。

## 2. 内部状態を持つゲーム

### 2.1 動的な内部状態を持つ3人ゲームの遷移式

内部状態を持つゲームでは、一般的なゲーム理論とは異なり利得を固定にするのではなく、プレイヤーの戦略により変化する内部状態を、利得ととらえモデルを定義した。時刻 $t$ におけるプレイヤー $A, B, C$ それぞれの内部状態をそれぞれ $x_A(t), x_B(t), x_C(t)$ とし、それぞれのプレイヤーの戦略を $a, b, c$ と表す。これらの定義をもとに、次の内部状態を求める状態遷移式を式(2.1)に表す。

$$\begin{aligned} x_A^{abc}(t+1) &= s_A^{abc}x_A(t) \\ &\quad + o1_A^{abc}x_B(t) \\ &\quad + o2_A^{abc}x_C(t) \\ x_B^{bca}(t+1) &= o2_B^{bca}x_A(t) \\ &\quad + s_B^{bca}x_B(t) \\ &\quad + o1_B^{bca}x_C(t) \\ x_C^{cab}(t+1) &= o1_C^{cab}x_A(t) \\ &\quad + o2_C^{cab}x_B(t) \\ &\quad + s_C^{cab}x_C(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

プレイヤーの内部状態はそれぞれのプレイヤーの戦略により変化するが、戦略ごとにどの程度他プレイヤーから影響を受けるか、また自身の内部状態に応じてどの程度変化するか、その度合いを

表す係数を $s, o1, o2$ とする。 $s_A^{abc}$ はそれぞれのプレイヤーが戦略 $a, b, c$ を選んだ際に、プレイヤー $A$ の内部状態がどの程度成長するか等を表す係数である。また $o1_A^{abc}$ はプレイヤー $A$ の内部状態が他のプレイヤーの内部状態からどの程度影響を受けるか表した係数であり、 $o2_A^{abc}$ はもう一方のプレイヤーから受ける影響度合いを表した係数である。

### 2.2 内部状態と利得

これまで次のステップの自身の内部状態を直接利得として扱い、分析を行っていた。しかし、内部状態に大きな差がある場合において、自身の内部状態を増加させることを優先したことにより、初期に優位があったにもかかわらず最終的に差がなくなり、初期の優位をいかせない現象が見られた。そこで、本論文ではプレイヤーの利得を自身の内部状態の大きさではなく、他プレイヤーとの内部状態の差を利得として扱い、プレイヤー $A$ の利得 $P_A$ を式(2.2)に表す。

$$\begin{aligned} P_A^{abc} &= 2x_A^{abc}(t+1) - x_B^{bca}(t+1) \\ &\quad - x_C^{cab}(t+1) \end{aligned} \quad (2.2)$$

## 3. 混合戦略ゲーム

混合戦略ゲームとはそれぞれのプレイヤーが確率的に戦略を決定する非協力ゲームである。混合戦略ゲームでは利得表から期待利得等を用いてナッシュ均衡を導くゲームである。しかし、実際のゲームにおいてナッシュ均衡を導きだす事は簡単ではなく[2]、本モデルでは利得表が動的に変化するため、それぞれのプレイヤーの混合戦略を1ステップごとに求め直す必要がある。そこで本論文では厳密に均衡解を求めるのではなく、他プレイヤーの混合戦略を仮定し期待利得を求め、プレイヤーに混合戦略 $\sigma$ を与える。それぞれのプレイヤーが3つの戦略を持つとしたときに、プレイヤー $A$ のある戦略 $a$ の期待利得 $E_A(a)$ を求める式(3.1)に表す。

$$E_A(a) = \sum_{b=1}^3 \sum_{c=1}^3 \sigma_B(b)\sigma_C(c)P_A^{abc} \quad (3.1)$$

また、プレイヤー $A$ のある戦略 $a$ に割り当てられた確率を $\sigma_A(a)$ とすると、プレイヤー $A$ のある戦略の混合戦略 $\sigma_A(a)$ を式(3.2)のように求め、これを

Game analysis of internal state using mixed strategy

<sup>†</sup>Graduate School of CIS, Hosei University

<sup>‡</sup>Faculty of CIS, Hosei University

全てのプレイヤーに対して繰り返し行うことで混合戦略を求める。

$$\sigma_A(a) = E_A(a) / \sum_{h=1}^3 E_A(h) \quad (3.2)$$

#### 4. 実験

##### 4.1 実験パラメータ

3人のプレイヤーA,B,Cがそれぞれ3つの戦略を持つとき場合の実験を行う。全てのプレイヤーは共通の値を持つ係数s, o1, o2を持つ。また、それぞれのプレイヤーは協力戦略として、自身の内部状態の値に応じて内部状態の値が増加する成長戦略を持ち、そして裏切り戦略として自身の内部状態に応じて他プレイヤーの内部状態を減少させる攻撃戦略を持つ。攻撃戦略は一方のプレイヤーを攻撃する戦略ともう一方のプレイヤーを攻撃する2つの戦略が存在し、両方のプレイヤーを同時に攻撃することはできない。係数s, o1, o2の値は先行研究の値をもとに定義した[3]。

##### 4.2 シミュレーション

それぞれのプレイヤーの内部状態の初期値を  $x_A(0) = 100, x_B(0) = 50, x_C(0) = 50$  として100ステップ分ゲームを行い、全てのプレイヤーは混合戦略に基づき確率的に戦略を選択する。これを50000回繰り返した際のステップ毎の平均値の変化を図1に示す。このとき、平均値は徐々に縮小していき、100ステップ目のそれぞれのプレイヤーの内部状態の平均値はプレイヤーAが42.2887、プレイヤーBが42.4294、プレイヤーCが42.5026となった。また自身の内部状態に応じて内部状態を増加させる係数sを増加させた際の結果を図2に示す。このとき、平均値は徐々に増加していき、100ステップ目ではそれぞれプレイヤーの内部状態の値は234.3046, 233.8062, 233.9129となった。

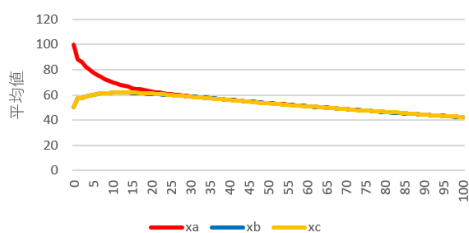


図1: 縮小傾向のステップ平均

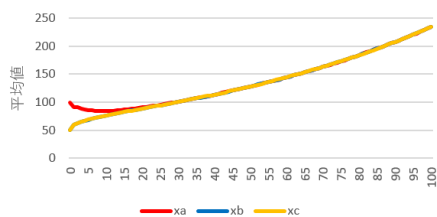


図2: 発散傾向のステップ平均

#### 5. 考察

図1の実験で用いたパラメータは、自身の内部状態に応じて内部状態を増加させる係数sの値が小さく、お互いのプレイヤーが攻撃し合う関係になった際にお互いのプレイヤーの内部状態が、その相手プレイヤーの内部状態の値に応じて減少するように値が設定されている。そのため、プレイヤーが成長戦略を選択することはほとんどなく、攻撃戦略を選択する場合がほとんどである。それにより、すべてのプレイヤーの戦略が攻撃戦略のみに狭まり、お互い攻撃し合う状況が多く発生し、それによる損失が積み重なったため全体的に縮小傾向が見られたと考えられる。図2の実験で用いたパラメータは、成長戦略により得られる利得を増加させている。そのため、成長戦略により他プレイヤーの内部状態を減少させることなく内部状態を増加させることが可能となり、発散していく結果となったと考えられる。

#### 6. まとめ

本稿では動的な内部状態を持つゲーム理論に関して、星の提案したモデルを拡張した3人ゲームのモデルに関して説明した。これまで、次ステップの内部状態の値を直接利得と考え戦略を決定していたが、他プレイヤーとの内部状態の値の差を利得とすることで、内部状態の差を活かす戦略を選ぶよう変更を行った。次に混合戦略ゲームへの拡張を行い、今回のモデルにおいて混合戦略を導く手法を示した。これにより導かれた混合戦略を用いて、シミュレーションを行った結果、成長戦略による自己成長能力が低い場合に平均値が縮小していく傾向が見られた。一方で、自己成長能力を高めた場合では発散していく傾向が見られた。本実験により、混合戦略を用いることでどのようなゲーム推移が得られるかを分析することができた。今後としては、混合戦略を導く手法をより正確にするなどの改善が必要であると考えられる。

#### 文 献

- [1] 星聡, 藤田悟, 複数の内部状態を管理する2人ゲームの数理モデル, 第76回情報処理学会全国大会, 2014.
- [2] 高尾健朗, ナッシュ均衡集合の基本構造とナッシュ写像の性質, 経営学論集, vol.1, No.1, pp.1-23, 2005.
- [3] 石見尚之, 藤田悟, 動的な内部状態を管理する3人ゲーム, 合同エージェントワークショップ & シンポジウム 2018, 2018.