2P-01

0-1 整数計画法による組合せ・順序の最適化 –フィギュアスケートにおけるプログラム構成のための–

片桐 一憲 †　　　　　奥田 隆史 †

愛知県立大学 情報科学部 情報科学科 †

1　はじめに

フィギュアスケート，ライブコンサートなどの**演技種目**において，技，曲などの**演技要素**を，どのような組合せ・順序で演ずれば，審判，観客を満足させることができるかという問題がある．

例えばフィギュアスケートにおける**プログラム構成**（ある選手が滑走する技の組合せ・順序）を決定する問題である．フィギュアスケートは，選手が規定時間内でジャンプ，スピン，ステップなどの技を音楽に合わせて滑走し，得点を競う演技種目である．各選手はどのようなプログラム構成で滑走するかということを決定する必要がある．プログラム構成を決定する際，選手は自分の演技の特徴，体調，演技順序，ライバル選手の成績など様々な条件を考慮する [1].

同様に，あるアーティストのライブコンサートは，複数の曲を，コンサート時間等の制約の下で，観客の評価が高くなるような**セットリスト**（曲の組合せ・順序）にする演技種目とみなすことができる．しかし，どのようなセットリストで演ずれば，観客を満足させられることができるかわからないという問題がある．

本稿では，上述の演技種目における演技要素の最適な組合せ・順序（以下**プログラム**）を求める問題を **0-1 整数計画法** [2, 3] を用いて**組合せ・順序決定モデル**として定式化するとともに，数理最適化ソルバーを用いて解決する手法を提案する．さらに提案手法をフィギュアスケート男子フリースケーティング（以下**男子 FS**）に適用し，提案手法の有効性を示す．

以下，第 2 節では，演技種目のプログラム決定問題を，一般性のある 0-1 整数計画法を用いて組合せ・順序決定モデルとして定式化する．定式化した結果を，男子 FS に適用する事例を，第 3 節において示す．第 4 節で本稿のまとめと今後の課題について述べる．

2　組合せ・順序決定モデル

本研究では 0-1 整数計画法を用いて，演技種目における選手やアーティストにとって最適なプログラムを求める問題を組合せ・順序決定モデルとして定式化する．

先ず，定式化に際して定義した集合，定数，決定変数を以下に示す．

＜集合＞

T ：期間の集合　　　$T = \{1, \ldots, t, \ldots M_T\}$
J ：演技要素の集合　　$J = \{1, \ldots, j, \ldots M_J\}$

＜定数＞

w_j ：演技要素 j の演技時間
s_j ：演技要素 j を成功した時の得点
s'_j ：演技要素 j を失敗した時の得点
v_{tj} ：期間 t で演技要素 j を始め，成功したときの得点
v'_{tj} ：期間 t で演技要素 j を始め，失敗したときの得点
c_{ab} ：演技要素 a の次に演技要素 b をおこなうときの得点
L_S ：最低目標得点
p_j ：演技要素 j の成功確率
L_P ：プログラムに入れる演技要素の最低確率
G_T ：理想プログラム全体時間
M_T ：限界プログラム全体時間
M_J ：演技要素数

＜決定変数＞

$$x_{tj} = \begin{cases} 1 & (\text{期間 } t \text{ で演技要素 } j \text{ をする}) \\ 0 & (\text{その他の場合}) \end{cases}$$

$$y_{tab} = \begin{cases} 1 & (\text{期間 } t \text{ から演技要素 } a, b \text{ を連続でおこなう}) \\ 0 & (\text{その他の場合}) \end{cases}$$

$$z_j = \begin{cases} 1 & (\text{演技要素 } j \text{ を 1 回もおこなわない}) \\ 0 & (\text{その他の場合}) \end{cases}$$

zz : 同じ演技要素を繰り返した回数，$zz \in \mathbb{N}$
h ：プログラム全体時間と G_T のずれ，$h \in \mathbb{R}$

なお，**期間** t は時刻を単位時間ごとに区切り，時刻 $t-1$ から始まり，時刻 t で終わる期間のことである．目的関数，制約条件は以下のようになる．

＜目的関数＞

$$max\Big(A + B + C + D + E\Big) \tag{1}$$

$$A = \sum_{t\in T}\sum_{j\in J}\Big(p_j s_j x_{tj} + (1-p_j)s'_j x_{tj}\Big) \tag{2}$$

$$B = \sum_{t\in T}\sum_{j\in J}\Big(p_j v_{tj} x_{kj} + (1-p_j)v'_{tj} x_{kj}\Big) \tag{3}$$

$$C = \sum_{t=1}^{M_T-1}\sum_{a\in J}\sum_{b\in J} c_{ab} y_{tab} \tag{4}$$

$$D = \alpha \times zz \quad (5) \qquad , \qquad E = \beta \times h \tag{6}$$

＜制約条件＞

$$\sum_{j\in J}\sum_{s=t-w_j+1}^{t} x_{sj} \le 1 \quad (\forall t \in T) \tag{7}$$

$$(w_j - 1 + t)x_{tj} - \sum_{k\in T}\sum_{l\in J} w_l x_{kl} \le 0 \quad (\forall t \in T, \forall j \in J) \tag{8}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{j\in J'} x_{tj} = e \tag{9}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{j\in J''} x_{tj} \le f \tag{10}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{j\in J'''} x_{tj} \ge g \tag{11}$$

$$x_{ta} + x_{(t+1)b} - y_{tab} \le 1 \quad (\forall t \in T, \forall a, b \in J) \tag{12}$$

$$y_{tab} \le x_{ta} \quad (\forall t \in T, \forall a, b \in J) \tag{13}$$

$$y_{tab} \le x_{(t+1)b} \quad (\forall t \in T, \forall a, b \in J) \tag{14}$$

$$\sum_{t\in T} x_{tj} + z_j \ge 1 \qquad (\forall j \in J) \tag{15}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{j\in J} x_{tj} + \sum_{j\in J} z_j - M_J = zz \tag{16}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{j\in J}\Big(s_j x_{tj} + v_{tj} x_{kj}\Big) + \sum_{t=1}^{M_T-1}\sum_{a\in J}\sum_{b\in J} c_{ab} y_{tab} + \alpha \times zz + \beta \times h \ge L_S \tag{17}$$

$$x_{tj}(p_j - L_P) \ge 0 \quad (\forall t \in T, \forall j \in J) \tag{18}$$

$$|G_T - \sum_{t\in T}\sum_{j\in J} w_j x_{tj}| \le h \tag{19}$$

$$\sum_{t\in T}\sum_{j\in J} w_j x_{tj} \le M_T \tag{20}$$

A 0-1 Integer Programming Formulation Approach for A Figure Skating Program as Order Sequence Problems

†Kazunori KATAGIRI, Takashi OKUDA
†Department of Information Science and Technology, Faculty of Information Science and Technology, Aichi Prefectural University

目的関数は得点を最大化することを意味し，式 (1) となる．式 (1) における A は任意の期間に，B は特定期間に特定演技要素をおこなったときの得点，C は特定演技要素を連続でおこなったときの得点，D は同一演技要素の繰り返しの得点，E はプログラム全体時間の得点，を意味する．

制約条件は式 (7)-(20) に示す．式 (7) は各期間でおこなう演技要素は 1 つ以下という制約である．式 (8) はプログラムの途中でなにもおこなわない期間はないという制約である．式 (9)-(11) は演技要素の組合せに関する制約である．式 (12)-(14) は決定変数 y_{tab} を定義する制約である．式 (15)-(16) は決定変数 zz を定義する制約である．式 (17) は演技要素を全て成功したときの合計得点を L_S 以上とする制約である．式 (18) はプログラムに入れる演技要素は L_P 以上という制約である．式 (19) は決定変数 h を定義する制約である．式 (20) はプログラム全体時間が M_T 以下という制約である．

3 提案手法の適用（男子 FS におけるプログラム構成）

第 2 節で示した組合せ・順序決定モデルを男子 FS におけるプログラム構成決定に適用する．以下，第 3.1 節では男子 FS について説明する．第 3.2 節では組合せ・順序決定モデルを男子 FS におけるプログラム構成決定に適用するためのモデルの変更点を示す．第 3.3 節では数値例を示す．

3.1 男子 FS のルール

フィギュアスケート競技は,「男子シングル」,「女子シングル」,「ペア」,「アイスダンス」の 4 種目である．両シングルとペアは,「ショートプログラム」と「フリースケーティング」の合計得点で順位を決める．また，男子 FS の得点の計算式は,

$$得点 = 技術点 + 構成点 - 減点 \tag{21}$$

となる．ここで，技術点はおこなった演技要素に対する点数，構成点は滑りの質や振り付けに対する点数，減点は転倒や違反などに対する点数のことである [4]．また，技術点 $\gg$ 構成点 $>$ 減点という関係が成立つため，本稿では技術点についてのみ検討する．

表 1: 演技要素の種類と名称

分類	略記号	演技要素名	(j)
ジャンプ	(n)T (n)S (n)Lo (n)F (n)Lz (n)A	(n 回転) トゥループ (n 回転) サルコウ (n 回転) ループ (n 回転) フリップ (n 回転) ルッツ (n 回転) アクセル	1,...,1,752
スピン	USp LSp CSp SSp CoSp	アップライトスピン レイバックスピン キャメルスピン シットスピン コンビネーションスピン	1,752,... ...,1,771
ステップ	StSq ChSq	ステップシークエンス コレオグラフィックシークエンス	1,772 1,773

男子 FS で扱われる演技要素は，表 1 のように 1,752 種類のジャンプ，20 種類のスピン，2 種類のステップで構成される．これらの演技要素から各選手はジャンプ 8 個，スピン 3 個，ステップ 2 個の合計 13 個の演技要素を選択し順序を考える．その際，演技要素の組合せ・順序には競技規定による制約も存在する．また，表 1 中の n はジャンプの回転数を表す．例えば，1 回転ループは $n = 1$ なので 1Lo と表記し，演技要素番号 (j) は 3 とする．

3.2 パラメータの設定

第 2 節の組合せ・順序決定モデルを男子 FS におけるプログラム構成決定に適用するためのモデルの変更点を以下の表 2 にまとめる．また，ここでは詳細な値は省略する．

表 2: 男子 FS に適用する場合の変更点

分類	変更対象	変更後
集合	J	$\{1,\ldots,j,\ldots,1,773\}$
	T	$\{1,\ldots,t,\ldots,13\}$
定数	w_j	1
	s_j	各演技要素の基礎点
	s'_j	省略
	v_{tj}	期間 $t = 7$〜13 のジャンプ技は 1.1 倍
	v'_{tj}	期間 $t = 7$〜13 のジャンプ技は 1.1 倍
	p_j	各演技要素の成功確率
	G_T	13
	M_T	13

3.3 数値例

表 3 に示す実在選手と 3 人の仮想選手の数値例で実行した．また，表 3 に対する結果を表 4 に示す．

本稿では数理最適化ソルバーに Python Gurobi 8.10 を用いた．各選手のプログラム構成は平均 31 分で導出することができた．計算環境は Intel Core i5 3.8GHz, RAM=16GB である．

4 おわりに

本稿では，選手やアーティストにとって最適なプログラムを求める問題を解決する手法を提案することができた．また，提案手法を男子 FS におけるプログラム決定問題に適用し，有効性を検証することもできた．

今後は，フィギュアスケートにおける演技要素の出来栄え点 (GOE) を考慮したより正確な定式化を考えていく．また，ライブコンサートにおける最適な曲の組合せ・順序も考える．

参考文献

[1] 中野友加里,『トップスケーターのすごさがわかるフィギュアスケート』，ポプラ社，2017. [2] 藤江哲也，“整数計画法による定式化入門”，オペレーションズ・リサーチ誌，Vol.57，No.4，pp.190-197，2012. [3] 久保幹雄,『あたらしい数理最適化-Python 言語と Gurobi で解く』，近代科学社，2012. [4] ISU，“ジャッジング システム，テクニカルパネルハンドブック，シングルスケーディング”，https://www.jsfresults.com/data/fs/pdfs/comm/2017hb-singles_ja_r2.pdf,（最終閲覧日：2018 年 7 月 2 日）．[5] ISU，“ISU Results Figure Skating”，https://www.isu.org/results-fs,（最終閲覧日：2018 年 7 月 2 日）．

表 3:実行条件

番号	想定選手	p_j(技成功確率)	v_{tj}(特定期間での得点)	c_{ab}(連続での得点)
1	羽生結弦	実際の羽生選手のデータを活用 *	t の増加につれてジャンプ技の得点減少	ジャンプ技の連続で負の値
2	ジャンプが苦手な選手	全て 1.0	全て 0	ジャンプ技の連続で負の値
3	体力が消耗する選手	全て 1.0	t の増加につれてジャンプ技の得点減少	全て 0
4	万能な選手	全て 1.0	全て 0	全て 0

表 4:数値結果

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	4T+4Lo	StSq	4A	4F	3Lz	FCCoSp	3A+4T+3Lo	FCLSp	4S+4Lo	ChSq	4Lz	CCoSp	3F
2	3Lz	StSq	3A	4S	3F	CCoSp	4Lz+4Lo+4Lo	CLSp	4A+4T	FCCoSp	4A+3Lo	ChSq	4F
3	4Lz+3Lo	4S	3Lz	FCCoSp	StSq	CCSp	4A+4Lo+4Lo	4A+4T	4F	3A	3F	ChSq	CCoSp
4	3F	StSq	CCoSp	FCLSp	FCCoSp	ChSq	4S	4F	4Lz+4Lo	3A	4A+4Lo	3Lz	4A+4T+3Lo

*2013 年 10 月 1 日から 2018 年 2 月 18 日までの国際競技会シニアクラスを対象に算出 [5].