

Space-Filling Curves を用いた領域分割の性能評価

押田 渉[†] 藤井 昭宏[†] 田中 輝雄[†]
 工学院大学[†]

1 はじめに

多くの数値シミュレーションでは、性能を向上させるために空間の並列性が必要となる[1] [2]. 並列性を抽出するためには、均等な分割数（ロードバランス）で、隣接する分割空間を同じ領域に分割する必要がある。

領域分割を行う際に METIS ライブラリが広く使われる[3]. METIS は、分割する領域をグラフで表現する。グラフ内の頂点をノードといい、ノードの隣接関係を結んだ線をエッジという。エッジで結ばれたノードが分割後に異なる領域に割り振られるとき、エッジは違う領域同士を結んでいる。これをエッジカットという。METIS はノード数とエッジ情報、分割数の3つで領域分割を行う。

本研究では上記 3 つの条件に加え、各ノードの座標情報があるときの METIS に代わる領域分割手法として Space-Filling Curves (SFC) を適用する。

分割した領域をエッジカット数と、ロードバランスの2つの指標を用いて、性能評価を行った。

2 領域分割

Space-Filling Curves (SFC) は空間充填曲線と呼ばれ、イタリアの数学者 G. ペアノによって考案された[4]. SFC は、各ノードの座標情報で分割を行い、領域全体を一筆書きの曲線によって、埋め尽くした曲線のことである。SFC は再帰的に生成され、領域の形状によって種類が異なる。その中でも応用研究が多いのは、ヒルベルト曲線である。

本論文では、ヒルベルト曲線を使用し領域分割を行う。図 1 にヒルベルト曲線を用いた領域分割の手順を示す[5].

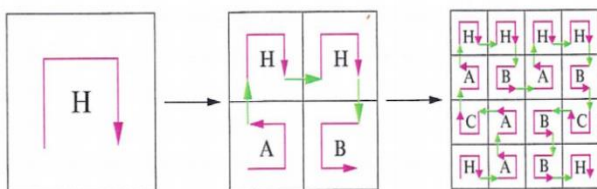


図 1 ヒルベルト曲線の領域分割

Performance Evaluation of Partitioning with Space-Filling Curves

Wataru Oshida[†], Akihiro Fujii[†], Teruo Tanaka[†]
[†]Kogakuin University

3 数値実験

数値シミュレーションで利用されるメッシュを想定し、2, 3次元の規則メッシュ、2次元の不規則メッシュ、不均等間隔の規則メッシュの4つの領域分割問題を使用した。不規則メッシュはドロネーの三角形分割を使用する。分割数はすべて 3, 6, 11 の3つとし SFC と METIS の評価実験を行った。

ロードバランスは、

$$\left(\frac{\text{最大領域サイズ}}{\text{最小領域サイズ}} - 1 \right) \times 100$$

で計算を行った。

2次元正方領域、3次元立方体規則メッシュでは、2次元のノード数を 4096 から 65536, 3次元のノード数を 4096 から 262144 とした。エッジカットの結果を図 2, ロードバランスの結果を図 3 に示す。

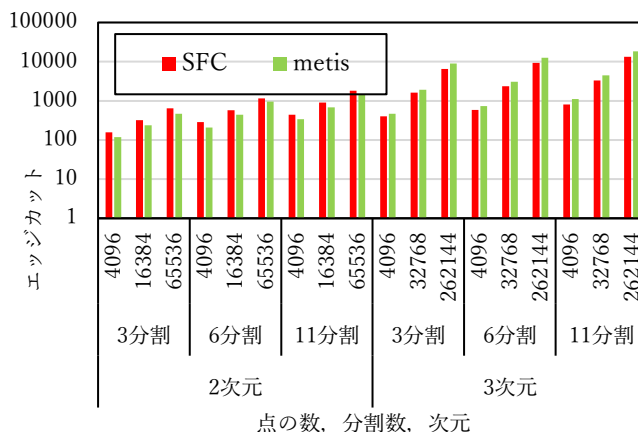


図 2 2次元正方領域、3次元立方体規則メッシュのエッジカット数

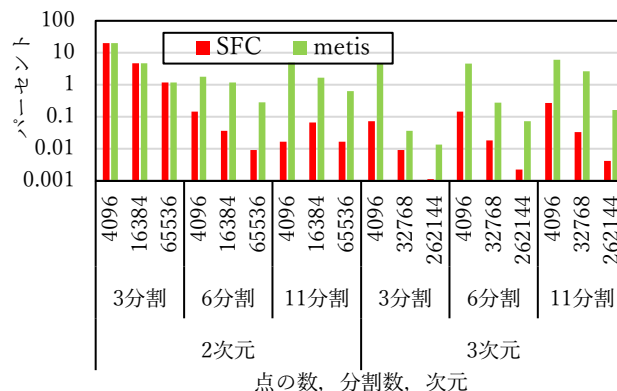


図 3 2次元正方領域、3次元規則メッシュのロードバランス

不規則メッシュでは、ノード数を 64 から 4096 とした。エッジカットの結果を図 4、ロードバランスの結果を図 5 に示す。

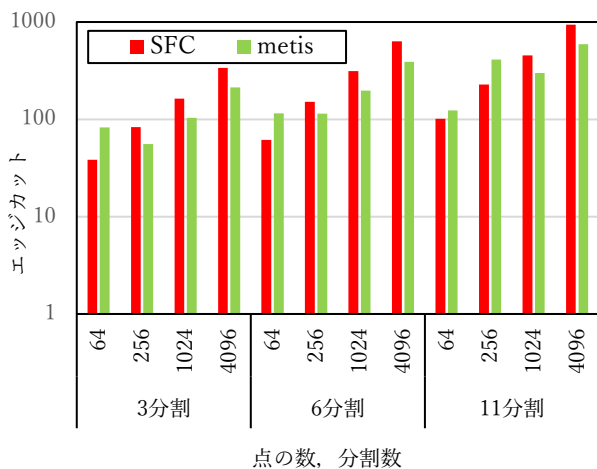


図 4 不規則メッシュのエッジカット

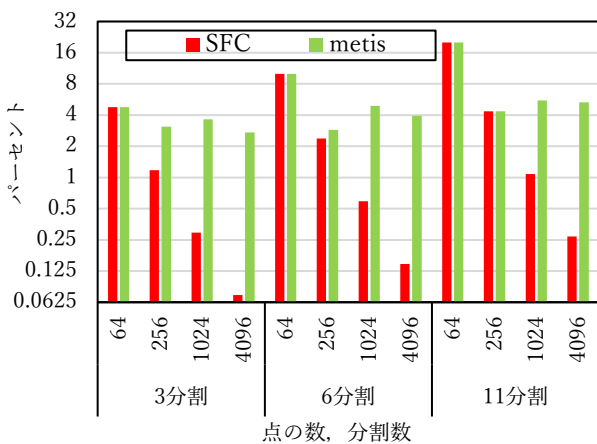


図 5 不規則メッシュのロードバランス

不均等間隔の規則メッシュのエッジカット数、ロードバランスの結果は、2次元正方領域規則メッシュと同様の傾向であった。

エッジカットの結果を見ると、2次元規則メッシュ、不規則メッシュ、不均等間隔の規則メッシュの3つでは、METISのほうが、ノード数が増加しても少なくなっているが、3次元になると、SFCが少なくなっていく結果となった。

エッジカット数の差を以下の式で表した。

$$\frac{(SFC \text{ のエッジカット}) - (METIS \text{ のエッジカット})}{METIS \text{ のエッジカット}} \times 100$$

この式で2次元の時の規則、不規則、不均等間隔の同じ大きさのメッシュと、3次元の規則メッシュを6分割した時の、エッジカットの差の結果が表1である。表1を見ると、2次元での不均等間隔メッシュの割合は、3次元では、値がマイナスとなっているので、SFCのエッジカットがいいことがわかる。2次元不均等間隔のメ

ッシュが、一番値が大きい。座標情報が、エッジの情報を反映しないため、うまく分割が行えなかったのが原因だと考えられる。

どのメッシュにおいても SFC は、ロードバランスが少なく、各領域内の点のバランスが取れている結果となった。

特に不規則メッシュでは、ロードバランスは1%を切ることがない結果となった。

表 1 6分割の時のエッジカットの差の割合(%)

問題 \ ノード数	256	1024	4096
2次元規則メッシュ	28.3	28.4	36.5
不規則メッシュ	32.5	58.9	63.0
不均等間隔	79.2	75.2	80.3
問題 \ ノード数	4096	32768	262144
3次元規則メッシュ	-19.8	-23.3	-26.3

4 おわりに

SFC と METIS をエッジカット数とロードバランスで性能評価を行った。領域分割において、エッジカット数では、3次元規則メッシュでの SFC、それ以外は METIS のほうが少ないという結果になった。

ロードバランスでは、SFC がどのメッシュでも良い結果になった。3次元 SFC のエッジカット数が少ないのは、METIS がうまく分割できていなく、とび値が増えたことが原因であった。SFC は領域全体をみて分割するので、均等に分割が行えることが証明された。

今後は、行うことができなかった3次元以上の次元の分割の比較や、数値シミュレーションへの適用を行っていきたい。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP18K19782, JP18K11340, JP15K15998 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] 辻祥太, マルチスレッド環境での粒子法における空間充填曲線を利用した高速化, 2017年度工学院大学卒業論文
- [2] 都築怜理, GPU スパコンにおける動的負荷分散を用いた大規模粒子法シミュレーション, 2016年度東京工業大学博士論文
- [3] METIS - Serial Graph Partitioning and Fill-reducing Matrix Ordering | KarypisLab
<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/metis/metis/overview> (2018/12/2 参照)
- [4] H.ザーガン, 空間充填曲線とフラクタル, シュプリンガー・フェアラーク東京株式会社, 1998
- [5] Michal Bader, Space-Filling Curves – An Introduction with Applications in Sci-entific Computing, Vol9 of Texts in Computational Science and Engineering. Springer-Verlag, 2016