

情報伝達長を考慮したピラミッド組織構造の最上位層との 関係追加モデル

澤田清^{†1}

概要: 本研究では、高さ H の完全 K 分木型組織構造に対して、最上位層のメンバーと下位層のメンバーとの間に関係を追加するモデルを提案する。ここでは、関係を追加するメンバー間の情報伝達長が上司と部下のメンバー間の情報伝達長と異なる場合に、組織全体の情報伝達効率を最大とする関係追加の下位層メンバーを求めるため、組織内の全メンバー対の最短経路の短縮長を合計した総頂点間短縮経路長の定式化を行う。

キーワード: 組織構造, 情報伝達, 完全 K 分木, 総頂点間短縮経路長

A Model of Adding Relation between the Top and a Member in a Pyramid Organization Considering Length of Communication of Information

KIYOSHI SAWADA^{†1}

Abstract: This study proposes a model of adding relation between the top and a lower member in the organization structure which is a complete K -ary tree of height H . When the length of communication of information of adding relation is different from length of relation between a superior and his subordinate, the total shortening distance which is the sum of shortening distances of shortest paths between every pair of members in the organization is formulated for obtaining the lower member to maximize efficiency of communication of Information of the organization.

Keywords: Organization structure, Communication of information, Complete K -ary tree, Total shortening distance

1. はじめに

著者らはこれまで、組織構造[1, 2]の情報伝達の効率化を目的として、メンバー間の関係追加モデルに関する研究を行ってきた。

文献[3, 4]では、完全 K 分木型の組織構造に対して同じ階層の 2 人のメンバー間に関係を追加するモデルを提案した。そこでは、メンバーとメンバー間関係を頂点と辺に対応させ、高さ H の完全 K 分木の同じ深さの 2 頂点間に 1 辺を追加するとき、完全 K 分木の全頂点対の最短経路長の総和(総頂点間経路長)を最小にする追加辺を求めた。

また、文献[5]では、完全 2 分木型の組織構造に対して最上位層のメンバーと下位層のメンバーとの間に関係を追加するモデルを提案した。そこでも、高さ H の完全 K 分木の異なる深さの 2 頂点間に 1 辺を追加するとき、総頂点間経路長を最小にする追加辺を求めた。

上述したモデル[5]では、組織内の上司と部下のメンバー間の情報伝達長と関係追加するメンバー間の情報伝達長が同じ、すなわち完全 K 分木の各辺の長さと同じであると仮定していた。しかし、実際は上下メンバー間の関係と追加された関係が同じ情報伝達長を持つとは限らないと考えられる。本研究では、完全 K 分木の各辺の長

さ l に対して、追加辺の長さを $L(0 < L < 2)$ とした場合に、上述した最上位層のメンバーと下位層のメンバーとの間に関係を追加するモデルを提案し、組織内の全メンバー対の最短経路の短縮長を合計した総頂点間短縮経路長の定式化を行う。

2. 問題設定

ここでは、高さ $H(H = 1, 2, \dots)$ の完全 K 分木($K = 2, 3, \dots$) の根(深さ 0 の頂点)と深さ $N(N = 1, 2, \dots, H)$ の頂点間に 1 辺を追加する。完全 K 分木は、すべての葉の深さが同じで、かつすべての内部頂点の子の数が K である K 分木を指す[6]。また、深さは根からその頂点までの経路長(経路の辺の数)を表す。ここで、完全 K 分木の各辺の長さを 1、追加する辺の長さを $L(0 < L < 2)$ とする。

根との間に辺を追加する深さ N の頂点を v_N とし、 v_N の子孫の集合を V_1 とする。ただし、子孫はその頂点自身も含む。また、完全 K 分木の全頂点から V_1 を除いた頂点の集合を V_2 とする。

以下では、辺を追加したときの全頂点対の最短経路の短縮長を合計した総頂点間短縮経路長について、 $0 < L < 1$ の場合と $1 < L < 2$ の場合に分けて定式化を行う。

3. $0 < L < 1$ の場合の総頂点間短縮経路長

V_1 と V_2 の頂点間の最短経路の短縮長の総和は、

^{†1} 流通科学大学
University of Marketing and Distribution Sciences

$$A_{1,H}(N) = M(H-N) \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor} \{(K-1)M(H-i)+1\}(N-L-2i+2) \quad (1)$$

と表される。ただし、 $M(h)$ ($h = 0, 1, 2, \dots$) は高さ h の完全 K 分木の頂点数を表す。また、 $\lfloor \bullet \rfloor$ は \bullet を越えない最大の整数を表す。次に、 V_2 内の頂点間の最短経路の短縮長の総和は、

$$B_{1,H}(N) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor - 1} \{(K-1)M(H-N+i-1)+1\} \\ \times \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N+1}{2} \rfloor - i} \{(K-1)M(H-j)+1\}(N-L-2i-2j+2) \quad (2)$$

で与えられる。ただし、

$$\sum_{i=1}^0 \cdot = 0 \quad (3)$$

と定義する。

以上より、 $0 < L < 1$ の場合の総頂点間短縮経路長 $S_{1,H}(N)$ は、

$$S_{1,H}(N) = A_{1,H}(N) + B_{1,H}(N) \quad (4)$$

と定式化される。

4. 1 $L < 2$ の場合の総頂点間短縮経路長

V_1 と V_2 の頂点間の最短経路の短縮長の総和は、

$$A_{2,H}(N) = M(H-N) \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} \{(K-1)M(H-i)+1\}(N-L-2i+2) \quad (5)$$

と表される。ここでも、 $M(h)$ ($h = 0, 1, 2, \dots$) は高さ h の完全 K 分木の頂点数を表し、 $\lfloor \bullet \rfloor$ は \bullet を越えない最大の整数を表す。次に、 V_2 内の頂点間の最短経路の短縮長の総和は、

$$B_{2,H}(N) = \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor - 1} \{(K-1)M(H-N+i-1)+1\} \\ \times \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor - i} \{(K-1)M(H-j)+1\}(N-L-2i-2j+2) \quad (6)$$

で与えられる。ただしここでは、(3)式に加えて

$$\sum_{i=1}^{-1} \cdot = 0 \quad (7)$$

を定義する。

以上より、 $1 \leq L < 2$ の場合の総頂点間短縮経路長 $S_{2,H}(N)$ は、

$$S_{2,H}(N) = A_{2,H}(N) + B_{2,H}(N) \quad (8)$$

と定式化される。

参考文献

- [1] Robbins, S. P. Essentials of Organizational Behavior. 7th ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2003.
- [2] Takahara, Y. and Mesarovic, M.. Organization Structure: Cybernetic Systems Foundation. Kluwer Academic / Plenum Publishers, New York, 2003.
- [3] 澤田清, 宇野齊. 完全 2 分木型組織構造への関係追加モデル. 日本応用数学会論文誌. 2000, vol. 10, no. 4, p. 335-346.
- [4] Sawada, K. and Wilson, R.. Models of Adding Relations to an Organization Structure of a Complete K-ary Tree. European Journal of Operational Research. 2006, vol. 174, p. 1491-1500.
- [5] Sawada, K.. Two Models of Additional Adjacencies between the Root and Descendants in a Complete Binary Tree Minimizing Total Path Length. IAENG Transactions on Engineering Technologies. 2009, vol. 1, pp. 244-252.
- [6] Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L. and Stein, C.. Introduction to Algorithms. 2nd ed., MIT Press, Cambridge, Mass., 2001.