3Q-05

独立したグループで割り当てを行うマッチングメカニズムの提案

丸古　凌介†　　尾花　賢‡　　藤田　悟‡
法政大学　情報科学研究科†　法政大学　情報科学部‡

1. まえがき

マッチングはゲーム理論的メカニズムデザインの代表的問題である．マッチングでは与えられた制約下で非浪費性と公平性と呼ばれる性質を満足することを目標とするが，地域制約下では２つの性質を同時に満たすことができない．既存手法である PLDA-RQ は公平性を満たすが，外因的に決定された学校の順番を利用するため非浪費性の面で不満が発生する．本研究はどちらかの性質を満たすのではなく，非浪費性と公平性の不満の合計数を減らすアプローチを提案する．提案手法は学生を 2 つのグループに分割し，各グループが他方のグループでの学校の人気順を利用して PLDA-RQ を行うことを特徴とする．

2. モデル

モデル文献[1]に基づく．マッチングの問題を$(S, C, R, p, q, \succ_S, \succ_C, \succ^{PL})$の組で定義する．$S = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$は学生集合であり，$|S| = n$である．$C = \{c_1, c_2, \ldots, c_m\}$は学校集合で，$|C| = m$である．$R = \{r_1, r_2, \ldots\}$は地域の集合で，各$r$は$r \in 2^c \backslash \{\emptyset\}$とする．$p$と$q$はそれぞれ地域の下限と上限であり，$p = (p_r)_{r\in R}$，$q = (q_r)_{r\in R}$で定義する．$\succ_S$は学生の学校に，$\succ_C$は学校の学生に対する厳密な選好順序のベクトルである．$\succ^{PL}$は社会全体の学校と学生の契約の優先順序で，プライオリティーリスト(PL)と呼ぶ．

マッチング$X \in 2^{S\times C}$は学生の学校への割り当てを表したものである．マッチング結果は関数$\mu : S \cup C \to 2^S \cup C$によって特徴づけられる．$\mu$を学生は学校, 学校は学生のマッチング結果の集合を返す関数とする．

定義1：マッチングXとは以下の2つの条件を満たすものである．(i) $\forall s\ (s \epsilon S)$，$\mu(s) = c\ (c \in C)$，(ii) $\forall c(c \epsilon C)$，$s\ (s \in S) \in \mu(c)$．

実現できるマッチングは$\forall r, p_r \le \sum_{c\in r} |\mu(c)| \le q_r$が成り立つ．

本稿では地域を階層的なものとして考える．階層的な地域Rは二分木構造で表現できる．根ノードはCで全学校の集合であり，葉ノードは$\{c\}$である．また，rの子ノードの集合を $children(r)$と表記し，$r = \bigcup_{r'\in children(r)} r'$となる．各地域の上限は考えず，葉ノードだけに上限を設定する．葉ノード以外の各ノードの上限は$q_r = \sum_{c\in r} q_{\{c\}} = \sum_{r'\in children(r)} q_{r'}$とする．下限については各地域にそれぞれ課す．全ての学校を含む地域Cでは，$p_C \le n = q_C$とする．

3. 評価基準

メカニズムを評価する性質として，戦略的操作不可能性，非浪費性，公平性がある．

定義 2：戦略的操作不可能であるとは，どの学生も他学生の選好順序の申告に関わらず，偽の選好順序を申告する誘因を持たないことをいう．

定義 3：マッチングXが与えられた時の学生sと学校cについて$c \succ_s \mu(s)$，かつsを$\mu(s)$からcに移したマッチングが実現可能ならば，学生sは学校cの空きシートを要求する．空きシートを要求する学生が存在しないならば，非浪費性を満たす．

定義 4：マッチングXが与えられた時の学生sとs'，学校cで$c \succ_s \mu(s)$，かつ$s \succ_c s'$ならば，学生sは学生s'に妥当な不満を持つ．妥当な不満を持つ学生が存在しないならば，公平性を満たす．

4. PLDA-RQ

PLDA-RQ は PL を利用する．PL は外因的に決めた学校の順序と各学校の学生に対する選好順序を反映する．本稿では，学校の順序を$c_1 \to c_2 \to \cdots \to c_m$とする．PLの生成方法は，まず各学校が最も優先順序が高い学生との契約を順に追加する．その後，2 番目に優先順序の高い学生との契約を追加し，n番目まで行う．文献[1]に従って，PLDA-RQは実行される．PLDA-RQは戦略的操作不可能性と公平性を満たす．

5. 提案メカニズム

PLDA-RQ では外因的な学校の順序を利用している為，人気の高い学校の PL 中の順序が低くなる可能性がある．その場合に空きシートを要求

Proposal of matching mechanism in independent groups
† Ryosuke Maruko, ‡ Satoshi Obana, ‡ Satoru Fujita
† Graduate School of C.I.S, Hosei University
‡ Faculty of C.I.S, Hosei University

する学生が増加してしまう．学校の順序を学生からの人気順にすることで，この問題を改善できる．しかし，全学生を参考にすると戦略的操作不可能性を満たさない．文献[2]では確定者という学生だけを参考にすることで改善した．しかし，確定者の数は少なく，参考にする学生数を増やしたかった．本稿では，学生を2つのグループに分割することで全学生の選好順序を反映する手法 PLDA-Div を提案する．提案手法の特徴は，各グループが他方のグループでの学校の人気順を利用して PLDA-RQ を行うことである．

PLDA-Div のアルゴリズムを以下に示す．

1. 学生を2つのグループ A と B に分割する．分割は無作為に行われる．
2. 各地域の上下限は，おおよそ半数になるように A と B に分割する．
3. 各グループの学生と上下限，他方のグループの学校の人気順を用いて，PLDA-RQ を各グループで独立して行う．
4. 各グループの結果を統合する．

定理：PLDA-Div は戦略的操作不可能性を満たす．
証明：学生は無作為に分割される為，グループ分けを操作できない．上下限は学生の選好順序に関係無く約半数に分割される為，上下限も操作できない．また，他グループの学校の人気順を利用しているので，学生は自身のグループの PL を操作することはできない．PLDA-Div は学生が操作できない PL と操作できない上下限を用いた，規模が約半分になった PLDA-RQ である．PLDA-RQ が戦略的操作不可能性を満たす為，PLDA-Div も戦略的操作不可能性を満たす．

PLDA-Div は非浪費性と公平性を満たさない．非浪費性に関しては他グループの人気順が自グループの人気順と完全には一致しない為である．公平性は他グループの学生に対して妥当な不満を持つことが理由である．

6. シミュレーション実験

学生数 512，学校数 64，各学校個別の上限 $q_{\{c\}}=40$，下限$p_{\{c\}}=0$とする．全ての学校を含む地域Cでの下限数を 64 から 448 の間で変化させる．各学生の選好順序は，全学生での各学校に対する共通ベクトル$\boldsymbol{u_C}$と，各学生の各学校に対する固有のベクトル$\boldsymbol{u_s}$を一様乱数で生成する．各学校に対する評価値をパラメータ$\alpha=0.6$を用いて，$\alpha\boldsymbol{u_C}+(1-\alpha)\boldsymbol{u_s}$で決定する．$\alpha$が高い程，学生の選好は類似する．各学校の各学生に対する選好順序は一様乱数で生成する．各実験結果は 100 回実行時の平均である．

図 1 は各メカニズムの空きシートを要求する学生数と，PLDA-Div の重複を考慮した空きシート

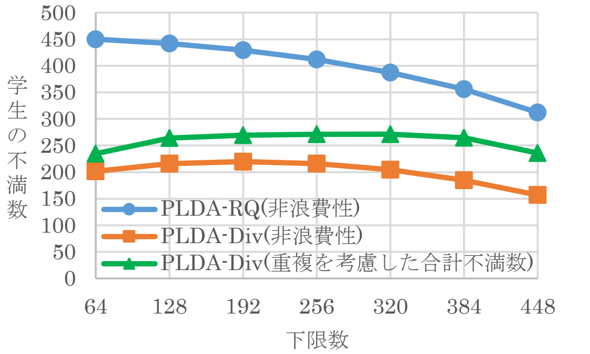

図 1 ：不満を持つ学生数

を要求する学生数と妥当な不満を持つ学生の合計人数の比較である．重複を考慮したとは，学生sが非浪費性と公平性の両者で不満を持つ際に，合計不満人数を 2 人ではなく，1 人として数えることである．PLDA-RQ は妥当な不満を持つ学生が存在しない為，合計不満人数は省略する．

図 1 より PLDA-RQ に比べて PLDA-Div は非浪費性に関して優れていることがわかる．また，PLDA-RQ では存在しない妥当な不満を持つ学生が PLDA-Div で存在することがわかる．しかし，合計の不満人数に関しても PLDA-RQ よりも優れていることが分かった．これは公平性の面での不満の増加数よりも，各グループの学生の選好を参考にしたことでの非浪費性での不満の減少数が多かったからである．本実験では$\alpha=0.6$であった為，各グループの人気順は完全には一致しなかった．仮に$\alpha=1.0$では PLDA-RQ は学校の順序に変化は無いが，PLDA-Div では各グループの人気順が一致する為，空きシートを要求する学生数の差が広がることが考えられる．

公平性を満たすことよりも不満人数の数を重視する状況では，PLDA-RQ よりも PLDA-Div の方が優れたメカニズムと言える．

7. むすび

本稿では，非浪費性と公平性のどちらも満たさないが，不満をもつ学生の総数が既存手法よりも少ない PLDA-Div を提案した．シミュレーション実験を通して，実際に PLDA-Div は PLDA-RQ に比べて不満を持つ学生数の総数が少ないことが確かめられた．

文　献

[1] 倉田涼史, 後藤誠大, 橋本直幸, 岩崎敦, 川崎雄二郎, 上田俊, 横尾真, ”地域上下限制約付きマッチングメカニズムの理論設計と評価,” 人工知能学会全国大会論文集, vol.28, pp.1-4, 2014.

[2] 丸古凌介,飯田伸也,藤田悟, “戦略的操作不可能な人気順を用いたマッチングメカニズムの設計,” 情報処理学会第 79 回全国大会