

複数の far-field 格子を用いた流体シミュレーション

大垣公輔[†] 佐藤周平[‡] 岩崎慶[†] 西田友是^{‡‡}

和歌山大学大学院システム工学研究科[†] 株式会社ドワンゴ UEI リサーチ[‡]
株式会社ドワンゴ UEI リサーチ/広島修道大学^{‡‡}

1.はじめに

コンピュータグラフィックスの分野において、流体の物理シミュレーションは重要な研究分野のひとつとなっており、映像制作やゲームなどでも応用されている。流体シミュレーションの手法は様々あるが、その代表的な手法のひとつに格子法がある。格子法はシミュレーション空間を格子状に分割し、支配方程式を解くことで流体の動きを計算している。

Zhu らは far-field 格子と呼ばれる適応的な格子を用いることで、詳細なシミュレーションが必要な領域を高解像度化する手法を提案した[1]。しかしこの論文では単一の far-field 格子のみを扱っており、複数の far-field 格子が影響し合う場合については考慮されていないため、注目領域が複数あるような場面には適していない。そこで、本研究では複数の far-field 格子を用いた流体シミュレーション手法を提案する。

2.far-field 格子

far-field 格子は、シミュレーション空間を直交格子によって適応的に分割することで構成される(図1参照)。各格子点には流体の密度と速度を保持しており、流体の支配方程式であるナビエ・ストークス方程式を格子点ごとに解くことで流体の動きを実現する(3節参照)。

far-field 格子を用いた流体シミュレーションのアルゴリズムは、通常の格子法と同様であるが、セルの探索に時間がかかるという問題点がある。これを解決するために各格子点に情報を追加する。2.1節で far-field 格子の構成方法について、2.2節でセルの探索について説明する。

2.1. 構成方法

far-field 格子の構成方法について、図1を例に説明する。まず、赤い枠で示した高解像度格子が必要な領域を幅 δx で一様に分割する。これを注目領域、あるいは第1層とする。次に、第1層

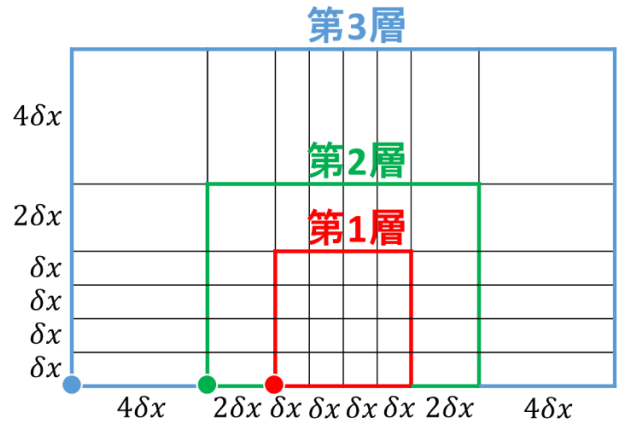


図1 far-field 格子の例

の周りの層(緑の枠で示した領域)を幅 $2\delta x$ で分割する(第2層)。ただし、ここでは一様な分割は行わず、図1に示すように適応的な分割を行う。同様に第2層の周りの層を $4\delta x$ で分割する(第3層)。このように、 i 番目の層を幅 $2^{i-1}\delta x$ で分割することで far-field 格子を構成する。

2.2. セルの探索

格子法を用いた流体シミュレーションでは、移流項の計算の際に1タイムステップ前の位置の物理量を計算する必要がある。この時、1タイムステップ前の位置が格子上のどのセルに含まれるかを探索する必要がある。通常の格子法では格子の分割が一様であるため、セルの探索時間は $O(1)$ で済むが、far-field 格子では、層によって格子の分割幅が異なるため、セルの探索に時間がかかる。これを解決するために、層情報と基準点のデータを追加する。

2.2.1. 層情報

層情報は far-field 格子を幅 δx で一様に分割した際に、各セルがどの層に含まれるかを示した情報である。図1を例にすると、 x 軸方向の層情報は{3, 3, 3, 3, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3}となる。

2.2.2. 基準点

基準点は各層の基準となる点を表す情報であり、位置 x^0 と一様格子でのインデックス I^0 を保持する。図1を例にすると、基準点は丸い点で表されており、第3層の基準点(青い点)の位置とインデックスはそれぞれ $x_3^0 = 0, I_3^0 = 0$ となる。第2層

Fluid Simulation with Multiple Far-field Grids
[†]Kosuke Ogaki, Kei Iwasaki, Wakayama University
[‡]Syuhei Sato, UEI Research, DWANGO Co., Ltd.
^{‡‡}Tomoyuki Nishita, UEI Research, DWANGO Co., Ltd. / Hiroshima Shudo University

の基準点(緑の点)は $x_2^0 = 4\delta x, I_2^0 = 4$, 第1層の基準点(赤の点)は $x_1^0 = 6\delta x, I_1^0 = 6$ となる.

2.2.3. インデックス計算

層情報 i , 基準点 x_i^0, I_i^0 から, 格子上的点 x のインデックス $I(x)$ は以下の式で計算される.

$$I(x) = \left\lfloor \frac{x - x_i^0}{2^{i-1}\delta x} \right\rfloor + I_i^0 \quad (1)$$

ここで, $\lfloor \cdot \rfloor$ は床関数である.

3. 非圧縮性流体

非圧縮性流体のナビエ・ストークス方程式は以下の式で計算される.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3)$$

ここで, \mathbf{u} は速度場, p は圧力場, ρ は密度, ν は粘性係数, \mathbf{f} は外力である. 詳細についてはStamの論文を参照されたい[2].

4. 提案手法

複数の far-field 格子を用いた流体シミュレーションとして, 図3左上に示したように, 上下に2つ並んだ場合についての手法を提案する. 各 far-field 格子は独立に数値計算が行われるため, 格子間での密度や速度の移動方法が重要となる. ここでは, タイムステップ毎に far-field 格子境界で密度と速度を共有する手法を用いた. 図2は, 2つの far-field 格子の境界付近の図である. 青い領域は境界格子を表しており, ガウスザイデル法のために用いる. このとき, 以下の式を用いて密度, 速度の移動を行う.

$$\rho_{1,n}^u = \rho_{N,n}^l \quad (n = 0, 1, \dots, N+1) \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_{1,n}^u = \mathbf{v}_{N,n}^l \quad (n = 0, 1, \dots, N+1) \quad (5)$$

ここで, ρ^u, \mathbf{v}^u は上側格子の密度と速度, ρ^l, \mathbf{v}^l は下側格子の密度と速度である. また, N は far-field 格子の各軸の格子点の数であり, 境界格子を含めると $N+2$ となる.

5. 結果

提案手法で得られた結果を図3に示す. 実行環境は, Intel Core i7-4790 3.6GHz, GeForce GTX 970 を搭載した PC である. このシミュレーションでは, 解像度 64×64 の far-field 格子を2つ用いており(図3左上), 下部から煙を噴き出させている. 結果画像から, far-field 格子間の物理量移動が行えていることを確認できる. しかし, 格子境界でアーティファクトが出現するという問題が発生している. これは物理量の移動方法

$v_{1,0}^u$	$v_{1,1}^u$	$v_{1,2}^u$	$v_{1,3}^u$	$v_{1,4}^u$	$v_{1,5}^u$
$v_{0,0}^u$	$v_{0,1}^u$	$v_{0,2}^u$	$v_{0,3}^u$	$v_{0,4}^u$	$v_{0,5}^u$
$v_{N+1,0}^l$	$v_{N+1,1}^l$	$v_{N+1,2}^l$	$v_{N+1,3}^l$	$v_{N+1,4}^l$	$v_{N+1,5}^l$
$v_{N,0}^l$	$v_{N,1}^l$	$v_{N,2}^l$	$v_{N,3}^l$	$v_{N,4}^l$	$v_{N,5}^l$

図2 far-field 格子の境界

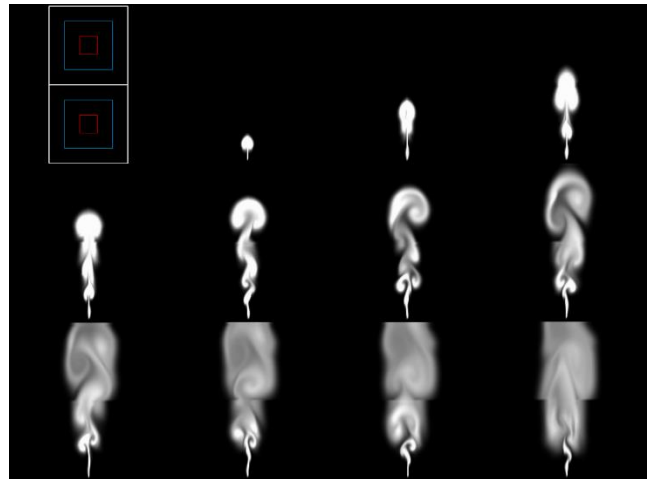


図3 結果画像

が単純すぎるため発生していると考えられる.

6. まとめ

本論文では, 複数の far-field 格子を用いた流体シミュレーションの基礎実験として far-field 格子を上下に2つ配置した場合の流体シミュレーション手法を提案した.

今後の課題として, アーティファクトの改善, far-field 格子同士が重なっている場合や離れている場合の手法の検討などが挙げられる.

参考文献

- [1] Bo Zhu et al., A new grid structure for domain extension, ACM Transactions on Graphics, Vol. 32, No. 4, pp. 63:1-63:12, 2013.
- [2] Jos Stam, Stable fluids, ACM SIGGRAPH 99, pp. 121-128, 1999.