

大規模なバイナリー2次計画問題に対する反復貪欲法の改良

岡野 翔哉[†] 外山 史[‡] 森 博志[‡] 東海林 健二[‡]宇都宮大学工学部[†]宇都宮大学大学院工学研究科[‡]

1. はじめに

バイナリー2次計画問題(BQP)は、NP 困難な問題に含まれる組み合わせ最適化問題の1つであり、マシンスケジューリング問題やCAD問題などに適用可能であるため、応用例が広い問題として知られている。BQPに対しては多くの研究がなされており、特に Merz らの Memetic Algorithm(MA)[4]などによって非常に良い結果が報告されている。これらの従来の研究では、BQPの良く知られたテスト問題例である OR-Library[1]から入手可能な問題群が使用されており、最大の問題サイズは 2,500 変数となっている。しかし、近年の計算機性能の向上により、これらの問題は数秒で実行可能であるため、今後は OR-Library にはない大規模な問題に対して解の探索を行うことが重要であると考えられる。

本研究では、OR-Library にはない、大規模な問題を対象とする。このような大規模な問題に対する従来手法として、IGKLS(Iterated Greedy algorithm with k-opt Local Search)[3]が提案されており、その有効性が示されている。そこで本研究では、IGKLS を改良することにより、大規模な問題に対して更に効率よく解を探索することができるアルゴリズムを提案する。提案手法では、IGKLS の局所探索に変形 k-opt 局所探索法[2]を組み入れることにより、局所探索の性能を高める。実験では 10,000 変数の問題を用いて、従来の IGKLS と比較し、提案手法の有効性を示す。

2. バイナリー2次計画問題(BQP)

BQP とは、 $n \times n$ の対称行列 $Q=(q_{ij})$ が与えられたとき、式(1)の目的関数を最大化する解 x を求める問題である。ここで、解 x は長さ n のバイナリー列である。また、BQP の問題サイズは n の値によって表される。

$$f(x) = x^t Q x = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$x_i \in \{0,1\}, \forall i = 1, \dots, n$$

BQP において、解 x における k 番目のビット x_k をフリップ(0 と 1 を入れ替える操作)して得られる解を x' とするとき、 $\Delta=f(x')-f(x)$ をゲインと呼び、ゲイン値 $g_k=\Delta$ は式(2)によって求められる。

$$g_k = q_{kk}(x_k'^2 - x_k^2) + 2(x_k' - x_k) \sum_{j=1, j \neq k}^n q_{jk} x_j \quad (2)$$

3. BQP に対する IGKLS の改良

従来の大規模問題に対する IGKLS の局所探索では、k-opt 局所探索法が使われていた。k-opt 局所探索法とは、可変深度近傍探索(variable depth search)[4]に基づく探索手法であり、現時点での解 x の近傍 N から選ばれる近傍解 $z \in N(x)$ を評価し、 x の評価値 $f(x)$ より z の評価値 $f(z)$ がよいつき現在解 x を z に移動させる操作を繰り返す手法である。ここで、IGKLS では、一つの局所探索法のみが使用されているが、ほかの局所探索法を組み合わせることにより、解の多様性を高め、より効率的な探索が実現できる可能性がある。そこで本研究では、従来の k-opt 局所探索法に変形 k-opt 局所探索法を組み入れることにより、IGKLS を改善する手法を提案する。通常の k-opt 局所探索法は、ビットをフリップすることで得られるゲイン値が最良であるビットの反転を行い常に最良の移動を繰り返すが、変形 k-opt 局所探索法は、最良移動と、即時移動というランダムに解を移動させる処理を交互に行うという特徴があるため、これを組み合わせることにより、より効率的な解探索が可能となると考えられる。提案手法の流れを以下に示す。

1. 貪欲法による初期解の生成
2. k-opt 局所探索法による局所解の探索
3. 局所解から脱出するために解を再構成する
4. 2. 3. を R 回繰り返しても最良解が更新されなかつた場合
5. へ. それ以外は 2. へ
5. 変形 k-opt 局所探索法による局所解の探索
6. 局所解から脱出するために解を再構成する
7. 5. 6. を R 回繰り返しても最良解が更新さ

An Iterated Greedy Algorithm for the Large Scale Binary Quadratic Programming Problem

[†]Shoya Okano · Faculty of Engineering, Utsunomiya University

[‡]Fubito Toyama · [‡]Hiroshi Mori · [‡]Kenji Shoji · Graduate School of Engineering, Utsunomiya University

れなかった場合、または最良解が更新された場合 2. へ。それ以外は 5. へ

提案手法では上記の処理を終了条件が満たされるまで実行し、最良解を出力する。実験では R=100 とした。

4. 実験

大規模な問題に対する提案手法の有効性を示すために、ランダムに作成した問題を用いて、従来手法の IGKLS と、k-opt 局所探索法と変形 k-opt 局所探索法を組み合わせた提案手法との比較を行った。本研究では OR-Library にはない大規模な問題を対象としたアルゴリズムの探索効率の向上を目的としているため、10,000 変数 (n=10,000) の大規模な 10 個の問題を作成し、実験を行った。OR-Library にある問題の多くが行列 Q の密度(0 以外の値が含まれる割合)が 10%、値の取りうる範囲が [-100,100] であるため、この条件の下、ランダムに行列 Q を作成することにより、問題の生成を行った。

実験はすべての手法を同じ計算機上 (CPU: Intel(R) Xeon(R) X5650 2.67GHz, メモリ: 64GB) で実行し、処理時間は 500 秒とし、試行回数は各問題に対して 10 回とした。

表 1 は、各問題名、従来手法と提案手法で得られたすべての解の中での最良の評価値、最良の評価値と各手法によって得られた 10 個の試行における評価値の平均との差分を示す。最良の評価値は、問題 4 と 6 は従来手法から、残りは提案手法から得られた。表 1 より、提案手法はすべての問題において従来手法よりも良い評価値を得ている。これより提案手法は従来手法よりも有効に働いていることが確認できた。

表 1: 10,000 変数の問題に対する評価値の比較

問題	最良の 評価値	評価値の差	
		従来手法	提案手法
m10000-1	11076091	4622	988
m10000-2	10845071	2984	820
m10000-3	11053390	4806	1766
m10000-4	11048353	3540	505
m10000-5	11040875	1356	702
m10000-6	11145398	2773	1200
m10000-7	10868137	3609	1048
m10000-8	11021663	4396	2968
m10000-9	10845682	3244	1745
m10000-10	10904128	4969	554
平均		3629.9	1229.6

5. 考察

提案手法において、局所探索法の切り替えのタイミングを決めるパラメータ R は 100 とした。

実験を行った。ここでは、パラメータ R を変化させたときの、解の探索性能について考察する。4. の実験と同じ条件下でパラメータを R=50, 100, 150, 200 として実験を行い比較した。

表 2 は、各問題名、各手法で得られたすべての解の中で最良の評価値、最良の評価値と各手法によって得られた 10 個の試行における評価値の平均との差分を示す。表 2 より、問題 9 では R=50 が、問題 4, 5, 7 では R=150 が、問題 2 では R=200 が、それ以外の問題と平均値では R=100 が良い結果を出した。したがって、R=100 が他のパラメータに比べ、若干良い結果を示したが、R=50~200 の範囲のパラメータの変化では評価値への大きな影響はあまり見られなかった。

表 2: パラメータ変化における評価値への影響

問題	最良の 評価値	評価値の差			
		R=50	R=100	R=150	R=200
m10000-1	11076091	1413	988	1189	1381
m10000-2	10846403	1900	2152	2021	1477
m10000-3	11053390	2515	1766	2650	2171
m10000-4	11049071	1263	1223	953	1128
m10000-5	11040971	793	798	700	1023
m10000-6	11145398	1614	1200	1256	1626
m10000-7	10868333	1126	1244	952	1264
m10000-8	11021663	3061	2968	3230	3669
m10000-9	10846268	1888	2331	2819	2292
m10000-10	10904128	739	554	968	743
平均		1631.2	1522.4	1673.8	1677.3

6. おわりに

本研究では、大規模なバイナリー 2 次計画問題 (BQP) に対するアルゴリズムとして、反復貪欲法 (IGKLS) の探索性能を改良する手法を提案した。実験では、10,000 変数の大規模な BQP に対し従来手法との比較を行うことで、提案手法の有効性を確認した。

参考文献

- [1] OR-Library, <http://people.brunel.ac.uk/mastjjb/jeb/orlib/bqpinfo.html>
- [2] 片山謙吾, 成久洋之, "バイナリー 2 次計画問題に対する変形 k-opt 局所探索法", 信学論(A), vol.J84-A, no.3, pp.430-435, 2001.
- [3] 村上剛基, 外山史, 東海林健二, 宮道寿一, "バイナリー 2 次計画問題に対する反復貪欲法", 電気学会論文誌 C, vol.130, no.6, pp.1080-1090, 2010.
- [4] P.Merz and B.Freisleben, "Greedy and local search heuristics for unconstrained binary quadratic programming", Journal of Heuristics, vol.8, pp.197-213, 2002.