

発表概要

Fast Binary Cauchy Sequenceに基づく実数計算の 精度区間メモ化による高速化

川端 英之^{1,a)}

2016年6月10日発表

任意精度数値計算を実現する手法に、Fast Binary Cauchy Sequence (FBCS) と呼ばれる無限整数列による実数表現を用いる方法がある。FBCS に基づく算術演算は、多倍長整数と遅延評価を用いた関数表現により効率的に実現できる。ここでは、実数を表す個々の関数は、要求精度を引数として受け、それを満足する近似値を返す。数値計算プログラムは実数を表す関数の合成として構成され、ユーザは望みの精度の近似値を有限長の数字列等で得ることができる。しかしながら、FBCS に基づく実数計算のナイーブな実装は、共通部分式が多数出現する行列計算等への使用は現実的ではない。なぜなら、数式を構成する個々の部分式が関数となるために共通部分式が近似値としていっさい共有されず、計算量が爆発的に増大するからである。これに対し、個々の関数をメモ化することが自明な改善策としてあげられるが、部分式ごとに要求される近似値の精度は多様であるため、単純なメモ化の効果は限定的である。本発表では、近似値の再利用率が高いメモ化の導入のための FBCS ベースの計算アルゴリズムの拡張について述べる。本手法では、個々の部分式の近似値に要求される精度に一種の正規化を施したメモ化を可能にしている。プロトタイプ of Haskell ライブラリを用いた数値実験では、本手法により、既存アルゴリズムに対して大幅な高速化が特定の状況下で認められた。

Speeding Up Exact Real Arithmetic on Fast Binary Cauchy Sequence by Using Memoization Based on Precision Intervals

HIDEYUKI KAWABATA^{1,a)}

Presented: June 10, 2016

Exact real arithmetic (ERA) is a methodology that provide us ways to obtain numerical results of arbitrary precision. Approaches to carry out ERA include the usage of Fast Binary Cauchy Sequences (FBCSs), that are infinite sequences of integers, to denote real numbers. Arithmetic on FBCS can be implemented using facilities to deal with unlimited-length integers under lazy evaluation, where each function representing a real value generate an approximated value with enough precision with respect to the limit given via arguments. Numerical programs are constructed with those functions and the user can obtain approximated results at desired precision in, e.g., finite sequences of figures. However, it is impractical to apply naively implemented ERA functions on FBCS to programs such as matrix computations where many common subexpressions exist; since representing each subexpression as a function prevents sharing of approximate numbers among expressions, the blowup of the amount of computation is unavoidable. Although memoization might alleviate the situation, the effect is limited since required precisions for subexpressions tend to be various. In this talk, we present an extension of ERA on FBCS that is applicable to memoization based on precision intervals. Numerical experiments using prototype libraries in Haskell demonstrated that, in some limited situations, our approach outperformed known algorithms.

¹ 広島市立大学
Hiroshima City University, Hiroshima 731-3194, Japan

^{a)} kawabata@hiroshima-cu.ac.jp