範疇文法の構文解析についての圏論的な視点

尾崎竜史[1,a)]　一杉 裕志[1,b)]

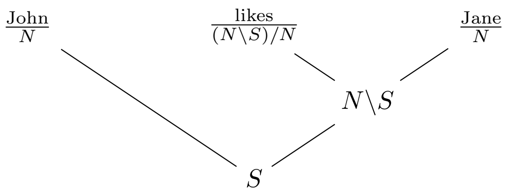
概要：
双閉モノイド圏 (biclosed monoidal category) を紹介し，これが古典的な範疇文法のモデルとなることを説明する．また，このモデルでは古典的な範疇文法において ad hoc に導入されていた文法範疇の同値性 $(X\backslash Y)/Z \quad \rightleftharpoons \quad X\backslash(Y/Z)$ のようなルールが自然同型として構成されることを示す．また，単一の文に対して同じ意味を与えるような二通りの構文解析が可能な現象を，双閉モノイド圏における図式の可換性を通して捉えることを提案する．最後に，組み合わせ範疇文法への拡張を簡単に検討する．

On A Categorical Aspect of Categorial Grammar

Ryushi Ozaki[1,a)]　Yuuji Ichisugi[1,b)]

1. はじめに

Husserl の意味範疇 (今日の言葉では文法範疇) についての現象学的な着想に基づき，Ajdukiewicz は範疇文法を創始した [1][2]．Ajdukiewicz の発想は，単語に（分数式で表される）型を割り当て，隣接する単語の結合性を型の適合性として理解するものであった．彼の枠組みでは範疇 X を受け取って範疇 Y を返す関数範疇として $\frac{Y}{X}$ だけが扱われたが，この体系は後に拡張され，関数範疇として右から引数を取るもの Y/X と左から引数を取るもの $X\backslash Y$ が区別されるようになり，最初期の範疇文法が確立した [3]．例として，”John likes Jane.” という英文について考える．これは次のように範疇文法で解釈することができる：



このような文の理解は

$$\text{John} \quad (\text{likes} \quad \text{Jane}) \tag{1}$$

のようなグルーピングに対応しているが，

$$(\text{John} \quad \text{likes}) \quad \text{Jane} \tag{2}$$

のようなグルーピングも（英語の日常的な解釈の視点からは）自然である [4]．このような観察に基づいて，Lambek は文法範疇についての変換規則

$$(X\backslash Y)/Z \quad \rightleftharpoons \quad X\backslash(Y/Z) \tag{3}$$

を提案した [4]．また，Lambek はこの変換規則の他にも文法範疇の対についての変換規則である”関数合成”

$$X/Y \quad Y/Z \quad \rightharpoonup \quad X/Z \tag{4}$$

$$X\backslash Y \quad Y\backslash Z \quad \rightharpoonup \quad X\backslash Z \tag{5}$$

や”型の繰り上げ”

$$X \quad \rightharpoonup \quad Y/(X\backslash Y) \tag{6}$$

$$X \quad \rightharpoonup \quad (Y/X)\backslash Y \tag{7}$$

について論じている．これらの文法範疇の変換規則は，受理できる文の範囲を広げる一方で，これらの規則の意味や個数の適切性についての疑問を呼び起こす．Steedman は，組み合わせ論理において用いられるコンビネータと関連付

1 産業技術総合研究所
AIST Brain-like Artificial Intelligence Research Team
, 1-1-1 Umezono, Tsukuba, Ibaraki 305-8560 Japan
a) ozaki.ryushi@aist.go.jp
b) y-ichisugi@aist.go.jp

けた変換規則を導入し，受理可能な文のクラスを拡張することを提案した [5]. Steedman の提案には，文法範疇の変換規則をコンビネータとして統一的に理解しようという狙いがあったと思われる．一方で，Lambek は範疇文法を双閉モノイド圏 (biclosed monoidal category) の枠組みで理解することを提案している [6]．本稿では，双閉モノイド圏の立場から範疇文法を理解する方法を紹介する．

2. 双閉モノイド圏

以下では，読者が圏論についての基礎知識を持つことを前提とする．訳語は，おおむねマックレーン [7] に従った．双閉モノイド圏について触れた文献は比較的少ないことから，Bouceux[8] に従った定義を与えておく．

定義 2.1 (双閉モノイド圏) 双閉モノイド圏 $\mathbf{V}$ は次のものを与えることによって構成される：
(1) ある圏 $\mathbf{V}$.
(2) テンソル積と呼ばれる関手 $\otimes\colon \mathbf{V}\times\mathbf{V}\to\mathbf{V}$. 任意の $\mathbf{V}$ の対象 A,B に対して定まる $\otimes(\langle A,\, B\rangle)$ を $A\otimes B$ と書く．また，$\mathbf{V}$ の射 f,g に対して定まる $\otimes(\langle f,\, g\rangle)$ を $f\otimes g$ と書く．
(3)$\mathbf{V}$ のある対象 I.
(4) 自然同型 $a\colon P_1\Rightarrow P_2$. ただし, 関手 $P_1,P_2\colon \mathbf{V}\times\mathbf{V}\times\mathbf{V}\to\mathbf{V}$ は

$$P_1\text{の object-part}\colon \langle A,\,B,\,C\rangle\mapsto(A\otimes B)\otimes C, \tag{8}$$
$$P_2\text{の object-part}\colon \langle A,\,B,\,C\rangle\mapsto A\otimes(B\otimes C). \tag{9}$$

(5) 自然同型 $l\colon L\Rightarrow 1_{\mathbf{V}}$. ただし，関手 $L\colon\mathbf{V}\to\mathbf{V}$ は

$$L\text{ の object-part}\colon A\mapsto I\otimes A. \tag{10}$$

として与えられる．
(6) 自然同型 $r\colon R\Rightarrow 1_{\mathbf{V}}$．ただし，関手 $R\colon\mathbf{V}\to\mathbf{V}$ を

$$R\text{ の object-part}\colon A\mapsto A\otimes I. \tag{11}$$

として定義する．
(7)$\mathbf{V}$ の任意の対象 A,B,C,D に対して，次の図式は可換である：

$$\begin{tikzcd}
((A\otimes B)\otimes C)\otimes D \arrow[r, "a_{A\otimes B,C,D}"] \arrow[d, "a_{ABC}\otimes 1_D"'] & (A\otimes B)\otimes(C\otimes D) \arrow[dd, "a_{A,B,C\otimes D}"] \\
(A\otimes(B\otimes C))\otimes D \arrow[d, "a_{A,B\otimes C,D}"'] & \\
A\otimes((B\otimes C)\otimes D) \arrow[r, "1_A\otimes a_{BCD}"] & A\otimes(B\otimes(C\otimes D))
\end{tikzcd}$$

(8)$\mathbf{V}$ の任意の対象 A,B に対して，次の図式は可換である：

$$\begin{tikzcd}
(A\otimes I)\otimes B \arrow[rr, "a_{AIB}"] \arrow[dr, "r_A\otimes 1_B"'] & & A\otimes(I\otimes B) \arrow[dl, "1_A\otimes l_B"] \\
& A\otimes B &
\end{tikzcd}$$

(9)$\mathbf{V}$ の任意の対象 B に対して，関手 $-\otimes B\colon \mathbf{V}\to\mathbf{V}$ は右随伴 $-\lhd B$ を持つ．ただし，

$$(-\otimes B)\text{ の object-part}\colon A\mapsto A\otimes B. \tag{12}$$

(10)$\mathbf{V}$ の任意の対象 B に対して，関手 $B\otimes -\colon \mathbf{V}\to\mathbf{V}$ は右随伴 $B\rhd -$ を持つ．ただし，

$$(B\otimes -)\text{ の object-part}\colon A\mapsto B\otimes A. \tag{13}$$

以下では，関手 $-\otimes B\colon \mathbf{V}\longrightarrow\mathbf{V}$ の随伴を与える自然同型写像を $\lhd$ と表し，関手 $B\otimes -\mathbf{V}\longrightarrow\mathbf{V}$ の随伴を与える自然同型写像を $\rhd$ と表す：

$$\lhd\colon \mathbf{V}(A\otimes B, C)\longrightarrow\mathbf{V}(A, C\lhd B), \tag{14}$$
$$\rhd\colon \mathbf{V}(A\otimes B, C)\longrightarrow\mathbf{V}(B, A\rhd C). \tag{15}$$

3. 双閉モノイド圏の範疇文法への応用

以下では，圏論におけるスラッシュ記号との混同を避けるため，範疇文法における $A\backslash B$ を $A\rhd B$ と書き，B/A を $B\lhd A$ と書くことにする．このような設定が双閉モノイド圏と整合することを簡単に確かめてゆく．以下の議論においては，双閉モノイド圏 $\mathbf{V}$ の定義における三つの自然同型 a,l,r は $\mathbf{V}$ の対象の等号を与えるものだとみなす．すなわち，任意の $A,B,C\in\mathrm{Ob}(\mathbf{V})$ に対して次が成立するものとみなす：

$$(A\otimes B)\otimes C = A\otimes(B\otimes C). \tag{16}$$
$$I\otimes A = A\otimes I = A. \tag{17}$$

なお，双閉モノイド圏においてはテンソル積 $\otimes$ も文法範疇の構成子となっていることに注意する．したがって，基礎範疇の集合 $\mathcal{B}$ が与えられたとき，双閉モノイド圏で定式化された文法範疇の集合 $\mathcal{T}$ は次の性質を持つ：
(1) $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{T}$,
(2) $A,B\in\mathcal{T} \implies A\otimes B,\ A\rhd B,\ B\lhd A\in\mathcal{T}$.
双閉モノイド圏による定式化では，古典的な範疇文法では単に「文法範疇の対」として扱われていた $A\otimes B$ が独立した文法範疇として扱われることに注意しておく．（このように拡張された概念を「文法範疇」と呼びつづけることにはやや疑問があるが，ここでは Lambek の定式化に従うことにする．）

範疇文法の重要な特徴は，文法範疇 $A\rhd B$ と $B\lhd A$ が関数的な性格を持つことである．関数的な性質は，範疇文

Vol.2016-NL-228 No.8
2016/9/30

法において「左からの評価」

$$\mathrm{ev}^{<}_{AB} \colon A \otimes (A \rhd B) \longrightarrow B \tag{18}$$

を表す射と「右からの評価」

$$\mathrm{ev}^{>}_{AB} \colon (B \lhd A) \otimes A \longrightarrow B \tag{19}$$

を表す射によって表現される．これらの射は次のようにして恒等射から作ることができる：

$$\mathrm{ev}^{>}_{AB} \ := \ \rhd^{-1} \left(1_{A \rhd B}\right), \tag{20}$$

$$\mathrm{ev}^{<}_{AB} \ := \ \lhd^{-1} \left(1_{B \lhd A}\right). \tag{21}$$

以上により，双閉モノイド圏は古典的な範疇文法の要件を満たしていることがわかる．

冒頭の例文"John likes Jane"の二つの解釈の同値性は，$(A \rhd B) \lhd C$ と $A \rhd (B \lhd C)$ の同値性に帰着できる．容易に確かめられるように，

$$\rhd \circ \lhd \circ \rhd^{-1} \circ \lhd^{-1} \left(1_{(A \rhd B) \lhd C}\right) \tag{22}$$

は $(A \rhd B) \lhd C$ と $A \rhd (B \lhd C)$ の自然同型を与えることがわかる．したがって，双閉モノイド圏によるモデルにおいては，式 (3) を追加する必要はない．

双閉モノイド圏とよく似た圏に対称モノイド閉圏 (symmetric monoidal closed category) が知られている [8]．我々が対称モノイド閉圏を用いなかったのは，対称モノイド圏においては $A \otimes B$ と $B \otimes A$ が自然同型となり，$\otimes$ の結合性を与える自然同型性 a と組み合わせるとこれが「任意の語順変更」を可能にしてしまい，日本語や英語を含む多くの自然言語と整合しなくなるからである．

以上の準備のもとに，冒頭の"John likes Jane"の二つの構文解析は次の図式で表現できる：

$$\begin{tikzcd}
A \otimes ((A \rhd B) \lhd C) \otimes C \arrow[d, "1 \otimes \mathrm{ev}^{>}"'] \arrow[dr, "1 \otimes (\theta(1)) \otimes 1"] & \\
A \otimes (A \rhd B) \arrow[d, "\mathrm{ev}^{<}"'] & A \otimes (A \rhd (B \lhd C)) \otimes C \arrow[d, "\mathrm{ev}^{<} \otimes 1"] \\
B & (B \lhd C) \otimes C \arrow[l, "\mathrm{ev}^{>}"]
\end{tikzcd}$$

ただし，上の図式において

$$\theta \ := \ \rhd \circ \lhd \circ \rhd^{-1} \circ \lhd^{-1} (1) \tag{23}$$

である．また，容易に復元できる添字はすべて省いた．上の図式に出現する文法範疇 $A \otimes ((A \rhd B) \lhd C) \otimes C$ から B への「左を通る経路」は"John (likes Jane)"に対応しており，「右を通る経路」は"(John likes) Jane"に対応している．そして，上の図式の可換性は二つの構文解析の等価性を表しているとみなせる．このようにして，二種類の構文解析が同じ意味を与える現象を図式の可換性によって形式化できる．上の図式の左右の経路は Lambek 計算 [4] における証明の別表現でもあり，その解釈に従えば，上の図式の可換性は二つの証明の同値性を表すことになる．したがって，図式の可換性によって「同じ意味であること」を定式化する考えは一種の証明論的意味論として位置づけられる．

4. Steedman のコンビネータについて

組み合わせ範疇文法は，古典的な範疇文法を組み合わせ論理で用いられるコンビネーターによって拡張したものである．組み合わせ論理におけるコンビネータ B は，ラムダ計算の言葉で次のように説明できる [9]：

$$\mathsf{B} = \lambda xyz \ . \ x(yz). \tag{24}$$

Steedman はこれを含むコンビネータたちを範疇文法に導入し，より広範な英文を解析できるようにした [5]．コンビネータ B は関数の合成に対応している．範疇文法において関数の適用が右からと左からに分かれることから，これを双閉モノイド圏に導入する場合には

$$\mathsf{B}^{>} \colon (A \lhd B) \otimes (B \lhd C) \longrightarrow A \lhd C, \tag{25}$$

$$\mathsf{B}^{<} \colon (C \rhd B) \otimes (B \rhd A) \longrightarrow C \rhd A \tag{26}$$

のような対応を追加する必要がある．一方で，対称モノイド閉圏ではこの対応を追加する必要はないことが知られている [8]．したがって，このような対応を追加することは，双閉モノイド圏をいくらか対称モノイド閉圏に近づけることに対応している．

型の繰り上げを対称モノイド閉圏への付加構造とみなすためには，もう少し工夫が必要であると思われる．

5. まとめと展望

Lambek の提案 [6] に従い，範疇文法を双閉モノイド圏で解釈することを試みた．単純な英文を例に，二通りの構文解析が同じ意味を与える現象を，双閉モノイド圏における図式の可換性として定式化する試みについて述べた．また，この過程で，過去において ad hoc に導入されていた文法範疇の同値性を，双閉モノイド圏が備える圏論的な自然同型性として説明した．

Steedman が導入したコンビネータを双閉モノイド圏に導入すると，双閉モノイド圏の性質は対称モノイド閉圏に近づく．組み合わせ論理において知られているすべてのコンビネータを導入した場合，受理可能な文のクラスが自然言語のそれより大きくなることが知られている [5][10]．Steedman の工夫は，導入するコンビネータを制限し，受理可能な文のクラスのサイズを抑制することにあった [10]．したがって，双閉モノイド圏を拡張して自然言語のモデル

を作ろうとする試みは categorial logic の目指す方向とは若干異なるように思える．

現時点では"型の繰り上げ"のように双閉モノイド圏の枠組みでの説明がついていないものもあるが，圏論的なアプローチを深化させることにより，双閉モノイド圏の適切な拡大による組み合わせ範疇文法のモデルが作れると信じる．

双閉モノイド圏はデカルト閉圏の拡張とみなせ，ラムダ計算と関係する．一方で combibinatory logic もラムダ計算と密接な関係があることが知られている [9]．これらの関係を深く調べることにより，範疇文法のモデル化を通して脳が持つ言語理解の計算論的な側面が明らかになることを期待している．

謝辞

議論を通じて有用な示唆を与えてくださった高橋直人氏に感謝いたします．

この成果は，国立研究開発法人新エネルギー・産業技術総合開発機構（NEDO） の委託業務の結果得られたものです．

参考文献

[1] Ajdukiewicz, K.: Die syntaktische Konnexität, *Studia Philosophica*, Vol. 1, pp. 1–27 (1935).

[2] Ajdukiewicz, K.: Syntactic Connexion, *Polish Logic 1920-1939* (McCall, S., ed.), Oxford, pp. 207–231 (1967).

[3] Bar-Hillel, Y.: A Quasi-Arithmetical Notation for Syntactic Description, *Language*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–58 (1958).

[4] Lambek, J.: The Mathematics of Sentence Structure, *The American Mathematical Monthly*, Vol. 65, No. 3, pp. 154–170 (1958).

[5] Steedman, M.: Combinators and Grammars, *Categorial Grammars and Natural Language Structures* (Oehrle, R. T., Bach, E. and Wheeler, D., eds.), Studies in Linguistics and Philosophy, Vol. 32, pp. 417–442 (1988).

[6] Lambek, J.: Categorial and Categorical Grammars, *Categorial Grammars and Natural Language Structures* (et. al., R. T. O., ed.), Studies in Linguistics and Philosophy, Vol. 32, pp. 297–317 (1988).

[7] S. マックレーン：圏論の基礎，シュプリンガー・ジャパン (2005).

[8] Borceux, F.: *Handbook of Categorial Algebra 2 : Categories and Structures*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 51, Cambridge University Press (1994).

[9] Barendregt, H. P.: *The Lambda Calculus, Its Syntax And Semantics*, Studies in Logic, Vol. 40, College Publications (2012).

[10] Wood, M. M.: *Categorial Grammars*, Linguistic Theory Guides Series, Routledge (1993).