

GA による係数のペアリングに基づく 誤差フィードバック回路の設計法

中本昌由[†] 雛元孝夫^{††}

誤差フィードバック回路の設計では、実現コストの削減を図るために係数に対称・奇対称といった制約を加えている。これは、あらかじめ決められた2つの係数の絶対値を互いに同じ値にすること(係数のペアリング)により、無制約の場合の約半分のパラメータ数で回路を設計する方法である。しかしながら、この対称・奇対称といった制約条件が必ずしも最適であるとは限らない。本論文ではこの点に着目し、回路の設計・評価を様々なペアリング制約の条件下で繰り返し、その中から遺伝的アルゴリズム(GA)によって最適な係数のペアリングを見つける。本設計法を用いれば、従来(対称・奇対称条件)と同じパラメータ数(同じ実現コスト)で、従来よりも優れた特性を有する誤差フィードバック回路が設計できる。また、設計例では個体数、交差率、突然変異率等のGAのパラメータと回路設計の効率との関係について考察している。

Design of Error Feedback Network Based on Coefficients Pairing by Genetic Algorithm

MASAYOSHI NAKAMOTO[†] and TAKAO HINAMOTO^{††}

Error feedback network for digital filters is developed for the purpose of noise reduction. For low-cost realization, error feedback coefficients are normally designed by using some constraints such as symmetry or anti-symmetry. In these design methods, two coefficients, which are chosen in advance, are required to have the same absolute values (coefficients pairing). However, these constraints (symmetry or anti-symmetry) are not always optimal. This reason motivated us to consider a novel design technique in which we repeat network design and its evaluation on all sorts of coefficients pairing conditions and find the optimal coefficients pairing using genetic algorithm (GA). Using the proposed method, we can realize better networks than previous methods with same number of parameters (or same realization cost). Furthermore, we consider relationship between GA's parameters (population size, crossover rate, mutation rate) and network design efficiency using an example.

1. はじめに

デジタルフィルタにおける積和演算結果の丸め誤差に起因したフィルタ出力雑音の低減化に対しては、誤差フィードバック(FB)が有効である。誤差FB回路の設計に関する研究は、雑音低減化特性の向上と制約条件を付加した準最適誤差FB係数の設計によるコスト削減の工夫が同時に行われてきた。誤差FB係数の制約条件とは、2つの係数を同符号または異符号で同じ値とするものであり、この条件下では乗算回数を制約がない場合の約半分に減らすことができる。文献1)では、1次元巡回形デジタルフィルタに対して、

最適誤差FB回路とともに対称・奇対称の制約を加えた準最適誤差FB回路の設計法が示されている。また、文献2)では、伝達関数または局所状態空間モデルで記述された2次元巡回形デジタルフィルタの誤差FB回路に対して、係数に対称・4分対称等の制約を加えることによって実現コストの削減を図っている。しかしながら、FB回路の性能と低コスト実現との間にはトレードオフの関係があり、これらを両立させることが回路設計の重要な問題となっている。

本論文では、対称・奇対称といった決まった形の係数のペアリング(制約条件)ではなく、実現可能な全ペアリングの中から最も望ましい係数の制約条件の決定法について論じる。ここでは、大域的探索に優れ、かつ様々な問題に容易に応用できるという特長を持つ遺伝的アルゴリズム³⁾(以下、GAと略す)によって係数の最適制約条件を探索し、無制約の場合の半分の

[†] 広島大学大学院工学研究科

Graduate School of Engineering, Hiroshima University

^{††} 広島大学工学部第2類(電気系)

Faculty of Engineering, Hiroshima University

(対称・奇対称と同じ)乗算回数で最大効率(雑音の最大低減化特性)を有する誤差FB回路を設計する. 本手法を用いれば低コストで高性能な誤差FB回路が設計でき, これを組み込むことによって丸め雑音の小さい固定小数点デジタルフィルタを比較的少ないハードウェアの負担で実現できる.

設計例では, 提案手法の有効性が示されており, 回路設計の効率とGAの環境(個体数, 交差率, 突然変異)の関係についても考察している.

2. 問題の定式化

2.1 フィルタ出力における雑音利得(要約)

デジタルフィルタの積和演算の丸め(量子化)によって発生した誤差信号は, フィルタ内部を巡回してフィルタ出力で雑音となって現れる. 誤差信号を一様分布に従う定常白色雑音でモデル化すると, フィルタ出力における正規化雑音利得(以後, 雑音利得と呼ぶ)は, 次のように定式化される²⁾. なお, ここでは伝達関数で記述された2次元巡回形デジタルフィルタを対象とし, フィルタはBIBO(Bounded Input-Bounded Output)安定であるとする.

量子化点からフィルタ出力へのインパルス(単位サンプル)応答を $h_Q(i, j)$ としたとき, 誤差信号の自己相関係数は

$$q_{rs} = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} h_Q(i, j)h_Q(i+r, j+s) \quad (1)$$

と計算される. ここで, 対称性 $q_{rs} = q_{-r, -s}$ および $q_{-r, s} = q_{r, -s}$ が成立する. 誤差FB回路がない場合, 雑音利得 G は q_{00} に等しい. 次に, 伝達関数

$$B(z_1, z_2) = \sum_{r=0}^{M_1} \sum_{s=0}^{M_2} \beta_{rs} z_1^{-r} z_2^{-s}, \quad \beta_{00} = 1 \quad (2)$$

で表される誤差FB回路を図1のようにフィルタの量子化器に組み込むと, フィルタ出力における雑音利得は, 次の2次形式で表される.

$$G = \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (3)$$

ただし,

$$\mathbf{w}_i = (\beta_{0i}, \beta_{1i}, \dots, \beta_{M_1 i})^T$$

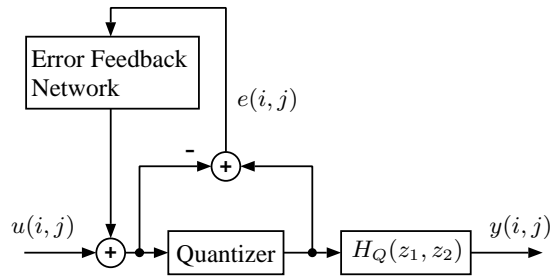


図1 誤差FB回路を組み込んだ量子化器

Fig. 1 A quantizer with error feedback network.

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} q_{0i} & q_{-1,i} & \cdots & q_{-M_1,i} \\ q_{1i} & q_{0i} & \cdots & q_{-M_1+1,i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{M_1,i} & q_{M_1-1,i} & \cdots & q_{0i} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = (\mathbf{w}_0^T, \mathbf{w}_1^T, \dots, \mathbf{w}_{M_2}^T)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_{-1} & \cdots & \mathbf{R}_{-M_2} \\ \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_0 & \cdots & \mathbf{R}_{-M_2+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{M_2} & \mathbf{R}_{M_2-1} & \cdots & \mathbf{R}_0 \end{bmatrix}$$

なお, \mathbf{R} は正定対称行列であることが知られている. 誤差FB回路の設計とは, 雑音利得 G を最小にするような誤差FB係数 β_{rs} ($r = 0, 1, \dots, M_1$; $s = 0, 1, \dots, M_2$)を決定することである. 最適な誤差FB係数は, 制約条件の有無にかかわらず, 解析的に閉じた形で求めることができる.

2.2 係数のペアリング

誤差FB回路の設計において, 文献2)では実現コストの削減のため, 対称

$$\beta_{rs} = \beta_{M_1-r, M_2-s} \quad (4)$$

または, 奇対称

$$\beta_{rs} = -\beta_{M_1-r, M_2-s} \quad (5)$$

の条件下での設計法が示されている. この設計法を用いると, 無制約の場合と比較してパラメータ数を約半分に減らすことができる. このように2つの係数を同符号または異符号で同値とすることを係数のペアリングと呼ぶことにする.

本論文では, このような定形の係数の制約(ペアリング)ではなく, 実現可能な全ペアリングから最適な(最も雑音利得を小さくする)制約条件を探索する. いいかえると, ある係数のペアリングに対して, その条件下で誤差FB回路を設計し, 雑音利得を指標としてその回路の評価を行う. これを1回の試行として回路の設計と評価を繰り返し, 評価値が高い回路を探索ア

図中の $u(i, j)$ は入力信号, $y(i, j)$ は出力信号を表している. また, $e(i, j)$ は量子化器による丸めによって発生した誤差信号であり, $H_Q(z_1, z_2)$ は量子化点からフィルタ出力への伝達関数である.

ルゴリズムによって見つける．この問題は，次のような「係数のペアリング問題」として定式化できる．

[係数のペアリング問題]

N 個 (偶数) の係数から 2 個 1 組として同符号または異符号のペアを $N/2$ 組をつくり，係数のペアのつくり方に対して評価値が与えられる組合せ最適化問題．

なお，ペアリングの組合せ総数は

$$P(N) = \frac{N!}{(N/2)!} \quad (6)$$

である．ただし

$$N! = N \cdot (N-1) \cdots 2 \cdot 1 \quad (7)$$

以下 3 章と 4 章では N 個の誤差 FB 係数を x_1, x_2, \dots, x_N として説明する．ただし，式 (2) より $x_1 = 1$ である．また，2 つの係数 x_r, x_s のペアリングは同符号で同値 $x_r = x_s$ のときは (x_r, x_s) と書き，異符号で同値 $x_r = -x_s$ の場合は $(x_r, -x_s)$ と書く．

3. 誤差 FB 回路の設計

ここでは，係数がペアリングされた条件下での誤差 FB 回路の設計法について述べる．

3.1 Lagrange の未定乗数法

2 次形式

$$G = \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} \quad (8)$$

を制約条件

$$\mathbf{w}^T \mathbf{C} = \mathbf{p}^T \quad (9)$$

のもとで最小化するベクトル \mathbf{w}^* を求める．誤差 FB 係数が N 個の場合を考えると \mathbf{w} のサイズは $N \times 1$ ， \mathbf{R} のサイズは $N \times N$ である．また， \mathbf{C} は $N \times (N/2 + 1)$ 行列， \mathbf{p} は $(N/2 + 1) \times 1$ ベクトルである．この問題を Lagrange の未定乗数法に適用し，Lagrange 関数を

$$L(\mathbf{w}, \lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} - (\mathbf{w}^T \mathbf{C} - \mathbf{p}^T) \lambda \quad (10)$$

とおく．ただし， λ は $(N/2 + 1) \times 1$ ベクトルで要素数は制約条件の数に等しい．このとき最適ベクトル \mathbf{w}^* は，次の関係式を満たす．

$$\frac{\partial L(\mathbf{w}, \lambda)}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{R} \mathbf{w}^* - \mathbf{C} \lambda^* = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial L(\mathbf{w}, \lambda)}{\partial \lambda} = \mathbf{C}^T \mathbf{w}^* - \mathbf{p} = 0 \quad (12)$$

したがって， λ を消去すると， \mathbf{w}^* は

$$\mathbf{w}^* = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{p} \quad (13)$$

と求まる²⁾．なお，ここでは \mathbf{C} を制約行列と呼び， $\mathbf{p} = (1, 0, \dots, 0)^T$ とする．与えられた係数のペアリングに基づいて \mathbf{C} を生成すれば，式 (13) から誤差 FB

係数が設計される．

3.2 制約行列の生成手順

制約行列 \mathbf{C} の生成アルゴリズムを以下に示す．

$N \times (N/2 + 1)$ の制約行列 \mathbf{C} の (i, j) 要素を c_{ij} とおく．

STEP 1: $x_1 = 1$ を満たすために， $c_{11} = 1, c_{21} = c_{31} = \dots = c_{N1} = 0$ とおく． $j = 2$ として，STEP 2 へ．

STEP 2: N 個の係数の中からまだ選択されていない最も若い番号の係数 x_i を選択し， $c_{ij} = 1$ とおく．

STEP 3: N 個の係数の中から x_i とペアを組む係数 $x_{i'}$ を選択し，同符号ならば $c_{i'j} = -1$ とおき，異符号ならば $c_{i'j} = 1$ とおく．

STEP 4: $k = i, k = i'$ 以外の k に対し， $c_{kj} = 0$ とおく．STEP 2~4 によって行列の第 j 列が生成される．

STEP 5: すべての係数がペアリングされていれば，終了する．そうでなければ， j をインクリメント ($j \leftarrow j + 1$) して，STEP 2 へ．

[例題]

6 個の係数

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

から

$$(x_1, x_3), (x_2, x_6), (x_4, -x_5)$$

なるペアリング (ただし， $x_1 = 1$) を表す制約行列 \mathbf{C} を生成する．この行列のサイズは， 6×4 であるから

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} \end{bmatrix}$$

とおく．

(1) $c_{11} = 1, c_{21} = c_{31} = c_{41} = c_{51} = c_{61} = 0$ とおく．第 1 列要素は決定された．

(2) 第 2 列の要素の生成を行う． x_1 を選択し， $c_{12} = 1$ とする．

(3) x_1 のペアは x_3 であり，同符号のペアなので $c_{32} = -1$ とする．

(3) $c_{22} = c_{42} = c_{52} = c_{62} = 0$ とする．第 2 列の要素の生成は終了．

(4) 第 3 列の要素の生成を行う． x_2 を選択し， $c_{23} = 1$ とする．

(5) x_2 のペアは x_6 であり，同符号のペアなので $c_{63} = -1$ とする．

(6) $c_{13} = c_{33} = c_{43} = c_{53} = 0$ とする．第 3 列の要素の生成は終了．

(7) 第 4 列の要素の生成を行う． x_4 を選択し， $c_{44} = 1$ とする．

(8) x_4 のペアは x_5 であり，異符号のペアなので $c_{54} = 1$ とする．

(9) $c_{14} = c_{24} = c_{34} = c_{64} = 0$ とする．第 4 列の要素の生成は終了．

以上により，制約行列 C が以下のように生成された．

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. 遺伝的アルゴリズム

4.1 概要

GA は，生物の進化モデルを模倣した最適値の確率探索アルゴリズムであり，大域的探索に優れ，様々な問題に容易に適用できるという特長を持つ．デジタル信号処理の分野においても，フィルタ設計等に应用されており，優れた成果が得られている^{4)~6)}．GA では，最初に探索点の集まりである個体群（初期集団）を生成する．その個体に対して，選択，交差，突然変異といった操作を繰り返すことによって世代交代を進め，個体群を進化させる．そして，最終的に個体群が最適解に収束したと判定したときに処理を終了する．

今回用いる GA は，図 2 に示されるように，選択，交差，突然変異オペレーションからなる単純 GA である．本論文では，個体は遺伝子形と呼ばれる整数列で表現されており，その中の 1 つの整数を遺伝子と呼ぶ．

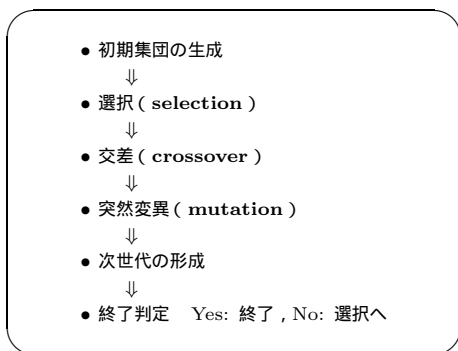


図 2 単純 GA の処理手順

Fig. 2 The process of simple genetic algorithm.

これに対し，誤差 FB 係数の (x_r, x_s) ， $(x_r, -x_s)$ といった記述方法を表現形と呼ぶ．GA と探索問題は個体の遺伝子形と適応度と呼ばれる評価値によって結び付けられる．ここでは，係数のペアリング情報を遺伝子形で表し，設計された誤差 FB 回路の性能（雑音利得 G ）によって適応度が計算される．

4.2 遺伝子形へのコーディング方法

係数のペアリングを遺伝子形へ変換する手順を次に示す．

STEP 1: N 個の係数 x_1, x_2, \dots, x_N に対して，相対番号 $x_1^{(1)}, x_2^{(2)}, \dots, x_N^{(N)}$ を付ける．

STEP 2: 相対番号「1」の係数を取り除き，残った係数に対して再番号付けを行う．

STEP 3: STEP 2 で選ばれた係数とペアを組む係数（相対番号 k ）を選択し，同符号のペアならば遺伝子「 k 」とし，異符号ならば遺伝子「 $-k$ 」とする．選択された係数を取り除き，残った係数に対して再番号付けを行う．

STEP 4: すべての係数がペアリングされているならば，STEP 5 へ．そうでなければ，STEP 2 へ．

STEP 5: 得られた遺伝子を得られた順に左から並べて「遺伝子形」を生成する．

[例題]

6 個の係数

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

から

$$(x_1, x_3), (x_2, x_6), (x_4, -x_5)$$

なるペアリング（表現形）を遺伝子形へコーディングする．

(1) 最初に，次のように番号付けする．

$$x_1^{(1)}, x_2^{(2)}, x_3^{(3)}, x_4^{(4)}, x_5^{(5)}, x_6^{(6)}$$

(2) 相対番号「1」の x_1 を取り除き，残った係数に再番号付けを行う．

$$x_2^{(1)}, x_3^{(2)}, x_4^{(3)}, x_5^{(4)}, x_6^{(5)}$$

(3) x_1 と x_3 が同じグループなので相対番号「2」の x_3 を選択し，遺伝子「2」を得る．残りの係数に再番号付けを行う．

$$x_2^{(1)}, x_4^{(2)}, x_5^{(3)}, x_6^{(4)}$$

(4) 相対番号「1」の x_2 を取り除き，残った係数に再番号付けを行う．

$$x_4^{(1)}, x_5^{(2)}, x_6^{(3)}$$

(5) x_2 と x_6 が同じグループなので相対番号「3」の

x_6 を選択する．遺伝子「3」を得る．残りの係数に再番号付けを行う．

$$x_4^{(1)}, x_5^{(2)}$$

(6) 相対番号「1」の x_4 を取り除き，残った係数に再番号付けを行う．

$$x_5^{(1)}$$

(7) x_4 と x_5 が同じグループなので相対番号「1」の x_5 を選択する．ここでは，異符号のペアなので，マイナスを付けた遺伝子「-1」を得る．

(8) 最後に，(3)，(5)，(7) で得られた遺伝子を1つにまとめて，遺伝子形「2 3 -1」を得る．

以上の手順により，表現形

$$(x_1, x_3), (x_2, x_6), (x_4, -x_5)$$

は遺伝子形「2 3 -1」にコーディングされた．

一般化して誤差FB係数が N 個の場合では，遺伝子形の長さは $N/2$ となる．また，右から l 番目の遺伝子は $\pm 1, \pm 2, \dots, \pm(2l-1)$ のいずれかの整数値をとり，これらの整数値が実現可能な遺伝子となる．このコーディング方法によって形成された遺伝子形は，致死遺伝子を発生させることなく，すべてのペアリングを表現することができる．

(証明)

$N (\geq 2)$ 個(偶数)の係数について「遺伝子形全体のパターン数は全ペアリング数 $P(N)$ と一致し，それらは1対1に対応する」 \dots (*)を数学的帰納法で証明する．

(i) $N = 2$ のとき，2つの係数

$$x_1, x_2$$

のペアリングは (x_1, x_2) および $(x_1, -x_2)$ の2種類 ($P(2) = 2$) だけであり，遺伝子形はそれぞれ「1」，「-1」である．よって $N = 2$ ときは成り立つ．

(ii) N 個の係数のとき(*)が成立したと仮定して， $N + 2$ 個の係数

$$x_1^{(1)}, x_2^{(2)}, \dots, x_{N+2}^{(N+2)}$$

のペアリングを考える．このとき，遺伝子形への変換手順に従って $x_1^{(1)}$ を取り除き $N + 1$ 個の係数

$$x_2^{(1)}, x_3^{(2)}, \dots, x_{N+2}^{(N+1)}$$

から x_1 のペアを決める． x_1 とのペアの決め方に対し，遺伝子の種類は正負2種類あるから $2(N + 1)$ 種類の対応する遺伝子が存在する．この遺伝子が決まれば，残り N 個の係数から長さ $N/2$ の遺伝子形が形成され，合わせて長さ $N/2 + 1$ の遺伝子形が形成さ

れる．このとき，遺伝子形のパターン数は

$$\begin{aligned} 2(N + 1)P(N) &= 2(N + 1) \frac{N!}{(N/2)!} \\ &= \frac{(N + 2)(N + 1)}{(N + 2)/2} \frac{N!}{(N/2)!} \\ &= \frac{(N + 2)!}{((N + 2)/2)!} \\ &= P(N + 2) \end{aligned}$$

となる．これは， $N + 2$ 係数のペアリング総数に一致する．

仮定より， N 個の係数のペアリングは遺伝子形と1対1に対応しているから， $N + 2$ 個の係数のペアリングも遺伝子形と1対1に対応する．(i)，(ii)より，(*)が証明された．

4.3 各オペレータの設定

初期集団の生成： N_P 個体をランダムに発生させる．

選択：個体 I_k ($k = 1, 2, \dots, N_P$) の選択確率 $P_S(I_k)$ は

$$P_S(I_k) = \frac{F(I_k)}{N_P} \frac{1}{\sum_{l=1}^{N_P} F(I_l)} \tag{14}$$

と計算する．ただし， $F(I_k)$ は I_k の適応度である．このような選択方法をルーレット選択という．

交差：図3のように，ある遺伝子 l_C から最後の(一番右の)遺伝子までを確率 P_C で交換する． l_C は等確率で決定される．このような交差手法を一点交差という．

突然変異：図4のように，ある個体 I_k は確率 P_M で突然変異を起こす．このとき，突然変異する遺伝子は等確率で決定され，4.2節で示された他の実現可能な遺伝子(等確率で決定)へ変換される．

終了判定：(a) すべての染色体が一致した場合，(b) 50世代解の向上がない場合，(c) 400世代まで到達し

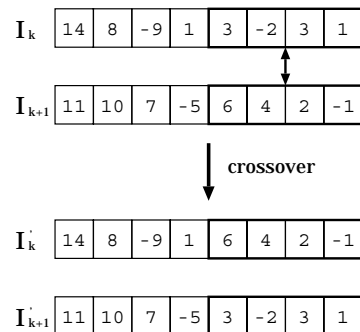


図3 交差オペレーション
Fig.3 Crossover operation.

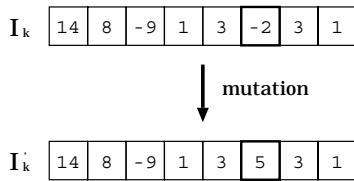


図4 突然変異オペレーション
Fig. 4 Mutation operation.

た場合、終了する。

4.4 適応度の計算

誤差FB回路の設計とGAによる係数のペアリング問題の解法は、適応度の計算によって結び付けられている。適応度計算ルーチンでは、ペアリング情報は制約行列 C で表現されている。次のSTEP 1~6により、係数のペアリング情報(個体に相当する)に適応度が与えられる。

STEP 1: GAルーチンから係数のペアリング情報を得る。

STEP 2: 3.2節の手順に従って、ペアリング情報から制約行列 C を生成する。

STEP 3: 制約行列 C に基づいて、与えられた制約条件下での最適誤差FB係数を式(13)より設計する。

STEP 4: 設計された誤差FB係数を式(3)に代入して、雑音利得 G を計算する。

STEP 5: 雑音利得 G を用いて、適応度

$$F = -G + G_{\max} \tag{15}$$

を計算する。ただし、 G_{\max} は雑音利得の最大値である。

STEP 6: GAルーチンへ適応度 F を返す。

以上の操作を必要な個体数だけ繰り返す。なお式(15)で適応度を計算する理由は、「雑音利得 G の最小化問題」を「適応度 F の最大化問題」へ変換するためである。

5. 実験

5.1 設計例

誤差信号の自己相関係数が次のように与えられる2次元巡回形デジタルフィルタ⁷⁾を考える。

$$\begin{bmatrix} q_{00} & q_{01} & q_{02} & q_{03} \\ q_{10} & q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{20} & q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{30} & q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix}
 = \begin{bmatrix} q_{00} & q_{0,-1} & q_{0,-2} & q_{0,-3} \\ q_{-1,0} & q_{-1,-1} & q_{-1,-2} & q_{-1,-3} \\ q_{-2,0} & q_{-2,-1} & q_{-2,-2} & q_{-2,-3} \\ q_{-3,0} & q_{-3,-1} & q_{-3,-2} & q_{-3,-3} \end{bmatrix}$$

表1 文献2)の手法による設計結果
Table 1 Design results in Ref. 2).

	無制約	対称	奇対称
G	0.2457	0.4305	0.5720

$$= \begin{bmatrix} 100.1580 & 94.4936 & 80.1316 & 60.7896 \\ 94.9081 & 89.6575 & 76.1359 & 57.6909 \\ 80.9028 & 76.4129 & 64.9520 & 49.1618 \\ 61.7975 & 58.3034 & 49.6501 & 37.6083 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} q_{1,-1} & q_{1,-2} & q_{1,-3} \\ q_{2,-1} & q_{2,-2} & q_{2,-3} \\ q_{3,-1} & q_{3,-2} & q_{3,-3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} q_{-1,1} & q_{-1,2} & q_{-1,3} \\ q_{-2,1} & q_{-2,2} & q_{-2,3} \\ q_{-3,1} & q_{-3,2} & q_{-3,3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 89.4680 & 75.8372 & 57.6412 \\ 76.2693 & 64.6599 & 49.2631 \\ 58.2742 & 49.4352 & 37.8021 \end{bmatrix}$$

ここでは、誤差FB回路の次数を $(M_1, M_2) = (3, 3)$ として設計を行った。無制約の(係数のペアリングを行わない)場合と対称・奇対称のペアリングの雑音利得 G が表1に示されている。回路に対称・奇対称の制約がある場合、パラメータ数は7である。無制約の場合、最も雑音が小さくなっているが、パラメータ数は15(対称・奇対称の約2倍)である。

次に提案手法を用いて、対称・奇対称と同じパラメータ数(同じ次数)で回路設計を行う。次数が $(M_1, M_2) = (3, 3)$ の場合、 $N = 16$ であるから全ペアリング数は、式(6)より

$$P(16) = 518918400 \approx 5.0 \times 10^8$$

である。

実験環境は、CPUはIntel Celeron 400MHz、主メモリは64MBであり、C言語を用いてGAを作成した。また、処理時間の計測は、clock()関数を使用した。実験は、交差率 P_C をいろいろ変化させて、個体数が $N_P = 50, 100, 200, 400, 800$ について、突然変異がない場合(突然変異率 $P_M = 0$)とある場合(突然変異率 $P_M = 0.05, 0.10$)とで比較した。実験結果が、それぞれ表2(交差率 $P_C = 0.6$)、表3(交差率 $P_C = 0.8$)、表4(交差率 $P_C = 1.0$)に示されている。

5.2 考察

対称・奇対称の制約条件(従来法:表1)の場合と比較してみると、個体数が100以上のすべてのケースで従来より優れた回路が設計されている。また、突然

表 2 本手法による設計結果 ($P_C = 0.6$)
Table 2 Design results using proposed method ($P_C = 0.6$).

N_P	突然変異がない場合			$P_M = 0.05$			$P_M = 0.10$		
	G	世代更新数	計算時間	G	世代更新数	計算時間	G	世代更新数	計算時間
50	0.4589	22	4.34 [s]	0.4374	60	11.20 [s]	0.3720	78	14.44 [s]
100	0.4121	61	22.62 [s]	0.3582	240	87.00 [s]	0.4115	91	33.29 [s]
200	0.3504	67	47.79 [s]	0.3200	118	84.92 [s]	0.2809	148	105.68 [s]
400	0.3617	151	218.60 [s]	0.3401	105	152.04 [s]	0.2712	83	120.56 [s]
800	0.2919	66	194.43 [s]	0.2682	117	343.12 [s]	0.2923	109	320.27 [s]

表 3 本手法による設計結果 ($P_C = 0.8$)
Table 3 Design results using proposed method ($P_C = 0.8$).

N_P	突然変異がない場合			$P_M = 0.05$			$P_M = 0.10$		
	G	世代更新数	計算時間	G	世代更新数	計算時間	G	世代更新数	計算時間
50	0.4294	38	7.20 [s]	0.4374	53	9.89 [s]	0.3673	157	28.78 [s]
100	0.3696	69	25.37 [s]	0.3577	74	27.13 [s]	0.3489	142	51.79 [s]
200	0.4264	120	85.74 [s]	0.2784	178	127.81 [s]	0.3688	74	52.89 [s]
400	0.3882	57	82.99 [s]	0.3497	65	94.42 [s]	0.3417	199	288.69 [s]
800	0.2794	108	316.93 [s]	0.2603	173	508.66 [s]	0.3318	146	428.09 [s]

表 4 本手法による設計結果 ($P_C = 1.0$)
Table 4 Design results using proposed method ($P_C = 1.0$).

N_P	突然変異がない場合			$P_M = 0.05$			$P_M = 0.10$		
	G	世代更新数	計算時間	G	世代更新数	計算時間	G	世代更新数	計算時間
50	0.3914	78	14.44 [s]	0.3776	69	12.85 [s]	0.3582	114	20.82 [s]
100	0.3688	75	27.46 [s]	0.3521	169	61.46 [s]	0.4054	66	24.28 [s]
200	0.3795	70	50.15 [s]	0.4190	85	61.02 [s]	0.3461	86	61.40 [s]
400	0.4153	80	115.84 [s]	0.3818	83	120.72 [s]	0.3458	95	138.08 [s]
800	0.2785	186	550.73 [s]	0.2844	84	246.78 [s]	0.3125	167	492.57 [s]

変異があるときとないときを比較した場合、あるときの方が良い結果が得られる傾向にある。これは、突然変異によって局所解からの脱出が成功したためと考えられる。

最も雑音利得が小さいのは、表 3 の $N_P = 800$, $P_C = 0.8$, $P_M = 0.05$ で設計された回路である。この回路は、従来の対称・奇対称と比べてかなり雑音利得が小さくなっており、無制約の場合と比べても大きな差がないほどのきわめて優れた特性を持っている。このとき、誤差 FB 係数は

$$(\beta_{00}, \beta_{11}), (\beta_{01}, \beta_{10}), (\beta_{02}, \beta_{20}), (\beta_{03}, -\beta_{31}),$$

$$(\beta_{12}, \beta_{30}), (\beta_{13}, \beta_{23}), (\beta_{21}, -\beta_{22}), (\beta_{32}, -\beta_{33})$$

のようにペアリングされ、次のように設計された。

$$\begin{bmatrix} \beta_{00} & \beta_{01} & \beta_{02} & \beta_{03} \\ \beta_{10} & \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{20} & \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{30} & \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & -1.2593 & 0.3985 & 0.0549 \\ -1.2593 & 1.0000 & -0.0247 & -0.1064 \\ 0.3985 & 0.1813 & -0.1813 & -0.1064 \\ -0.0247 & -0.0549 & -0.2175 & 0.2175 \end{bmatrix}$$

しかしながら、計算時間が 508.66 [s] となっており、多くの計算コストを要している。それに対して $N_P = 200$, $P_C = 0.8$, $P_M = 0.05$ の場合や $N_P = 400$, $P_C = 0.6$, $P_M = 0.1$ の場合では、比較的少ない計算時間で、優れた回路が設計されている。

$P_M = 0.1$ については、 $P_C = 0.6$ とすれば $N_P = 200, 400, 800$ と良い結果が得られているが、 $P_C = 0.8, 1.0$ とすると、それほど良い結果は得られていない。よって、突然変異率と交差率との関係が回路設計に大きく影響を与えられられる。また、全体的に個体数が 100 以下では、あまり良い結果は得られていない。

また、本設計例では提案手法はきわめて有効であるが、これ以外の例では従来の対称や奇対称のペアリングよりも改善されない場合があった。その理由は、対称・奇対称のペアリングがきわめて優れた制約条件であったためである。おそらく R が何らかの特別な条件を満たした場合に対称・奇対称のペアリングが有効になると考えられるが、これは定かではない。これらを解明することができれば、こういったケースでは対称・奇対称のペアリングを初期値として、ローカルサーチによって高速に優れた回路が設計できる可能性がある。

6. ま と め

誤差 FB 回路のパラメータ数を効率的に削減するために GA による係数のペアリング方法について検討し、ペアリング情報の遺伝子形へのコーディング方法を示した。また、Lagrange の未定乗数法による回路設計を行うためにペアリング情報を行列表現し、その生成アルゴリズムを示した。提案手法では雑音利得を評価値として最適化を行い、無制約の場合と比較して約半分のパラメータ数で従来（対称・奇対称のペアリング）よりも優れた誤差 FB 回路が設計できることを確認した。また、設計された回路の性能は GA の環境（個体数、交差率、突然変異率）に依存することが分かった。ただし、本手法は対称・奇対称等の決まったペアリングと比較して、設計に要する時間が長くなる問題点がある。したがって今後の課題は、ローカル・サーチ等と併用して収束速度の改善することや、効率的な交差率や突然変異率について検討することである。なお、本手法は 3 次元以上の多次元誤差 FB 回路へも容易に適用できると考えられる。

謝辞 本論文に対して議論していただいた広島大学 蔣海云, Aloys Mvuma の各氏に感謝いたします。なお、本研究の成果の一部は（財）古川技術振興財団の援助によるものである。

参 考 文 献

- 1) Laakso, T.I. and Hartimo, I.O.: Noise Reduction in Recursive Digital Filters Using High-order Error Feedback, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.40, No.5, pp.1096-1107 (1992).
- 2) Hinamoto, T., Karino, S., Kuroda, N. and Kuma, T.: Error Spectrum Shaping in Two-Dimensional Recursive Digital Filters, *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, Vol.46, No.10, pp.1203-1215 (1999).
- 3) Goldberg, D.E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley (1989).
- 4) 川又政征, 今窪 純, 樋口龍雄: 遺伝的アルゴリズムを用いた分母分離形 2 次元デジタルフィルタの最適設計法, *信学論 (A)*, Vol.J78-A, No.2, pp.132-140 (1995).
- 5) 明田吉浩, 長谷山美紀, 北島秀夫, 永井信夫:

遺伝的アルゴリズムを用いたフィルタ係数の量子化法, *信学論 (A)*, Vol.J78-A, No.12, pp.1542-1549 (1995).

- 6) 佐藤 孝, 吉川敏則: 遺伝的アルゴリズムを用いた縦続形 FIR デジタルフィルタの低感度構成について, *信学論 (A)*, Vol.J80-A, No.7, pp.1113-1121 (1997).
- 7) 雑元孝夫, 黒田直喜, 隈 俊毅: 4 分対称または奇対称係数の誤差フィードバックを用いた 2 次元巡回形デジタルフィルタの誤差スペクトル整形, *信学論 (A)*, Vol.J81-A, No.2, pp.171-181 (1998).

(平成 12 年 10 月 22 日受付)

(平成 12 年 12 月 3 日再受付)

(平成 12 年 12 月 18 日採録)



中本 昌由 (学生会員)

平成 9 年岡山理科大学工学部情報工学科卒業。平成 11 年同大学大学院修士課程修了。現在、広島大学大学院工学研究科博士課程後期在学中。呉高専・非常勤講師。確率過程の解析、デジタル信号処理、遺伝的アルゴリズムの応用に関する研究に従事。電子情報通信学会、IEEE 各会員。



雑元 孝夫 (正会員)

昭和 44 年岡山大学工学部電気工学科卒業。昭和 46 年神戸大学大学院修士課程修了。同年シャープ入社。昭和 47 年神戸大学工学部助手。昭和 54~56 年カナダ国クィーンズ大学客員研究員。昭和 59 年 4~8 月カナダ国クィーンズ大学、トロント大学各客員研究員。神戸大学工学部講師を経て昭和 63 年鳥取大学工学部教授。平成 4 年広島大学工学部第二類（電気系）教授。平成 5~7 年 IEEE Trans. on Circuits & Systems II の Associate Editor。工学博士。デジタル信号・画像処理、システム理論の研究に従事。電子情報通信学会、計測自動制御学会、システム制御情報学会、電気学会各会員。IEEE Fellow。編著「2 次元信号と画像処理」(計測自動制御学会, コロナ社)。