

淘汰アルゴリズムを用いた自己組織化ネットワーク

橋本 康弘[†] 陳 Yu[†] 大橋 弘忠[†]

ネットワークとはあらゆる物理，生体，社会，経済システムに見られる基本的な構造であり，それは物質や情報が輸送される大域構造である．近年，World Wide Web のような人工的なネットワークや，論文の共著関係，映画の共演関係のようなヒューマンネットワーク，さらに細胞の代謝反応系や食物連鎖が結び生態系といった，実在する巨大で複雑な位相構造を持ったシステムを，自己組織化するネットワークという視点から解明しようとする試みが精力的に行われている．その先鞭となった研究が A.-L. Barabási と R. Albert らによるスケールフリーネットワークである (BA モデル)．BA モデルの大きな特徴は，優先的結合という単純なルールに従ってネットワークの自己組織化が進行し，成長の過程で高い次数のノードが出現するという点にある．本研究ではノードが獲得した情報量によって淘汰，再生を繰り返すことで，高い次数のノードが自然に出現する新しい進化型のアルゴリズムを提案する．そして高い次数を持ったノードの出現が選択的な結合や成長に固有の現象ではないことを示す．

Selection-driven Self-organized Networks

YASUHIRO HASHIMOTO,[†] YU CHEN[†] and HIROTADA OHASHI[†]

Networks are the common underlying structure observed in diverse physical, social, and economic systems, and play an important role in transporting a substance and information. In recent years, a novel network model, which yields an inhomogeneous degree distribution results in a scale-free property, was introduced, and has been attracted a great attention. This kind of networks is called "Scale-Free Network", and basic concepts are summarized by two procedures of self-organization, "growth" and "preferential attachment". The idea of "preferential attachment" suggests a newcomer to the network tends to attach to the existing node that has more connections. This idea is based on the assumption that all nodes have global information on the network. In this research, we propose another algorithm for the network evolution, yielding an inhomogeneous degree distribution without above two key components.

1. はじめに

近年，World Wide Web (WWW) の自己組織的な成長過程を模したネットワークモデルが提案され，それに関する研究は数年で一線の論文誌の誌面を埋め尽くした．Barabási らによるスケールフリーネットワーク (BA モデル) である^{1)~3)}．BA モデルの特徴は 2 点ある．1 つはそれが成長するネットワークであるという点．この場合の成長とはノードの新規参入によるノード総数の増加を指す．もう 1 つは成長の結果，次数 (ノードが持つエッジ数) 分布が冪乗分布に従うという点である．

これまでネットワークを研究の対象として直接的に扱ったものには数学におけるグラフ理論がある．グラフ理論ではネットワークの静的な側面，つまりネット

ワークがある瞬間に持つ位相幾何学的な性質を議論することが主であった．これに対して BA モデルが示した視点は，WWW やヒューマンネットワーク，細胞の代謝反応ネットワークといった実在する複雑なネットワークがどのように生じるのかという，ネットワークの成長原理や動特性に光を当てたものである．

BA モデルが再現する冪乗次数分布は WWW に特徴的に見ることができる．これは Erdős らによって詳細に研究されたランダムグラフ⁴⁾ の次数分布がポアソン分布を示す点と対照的であり，極度にエッジが集中したノードの存在を説明するものである．さらに冪乗次数分布は指数関数的な分布とのクロスオーバーを見せながらも，研究者の共同研究が作るネットワーク⁵⁾ や生体の代謝反応ネットワーク⁶⁾ において実際に確認されている．冪乗分布とは強い相互作用を持った多自由度系において頻繁に観察される特性である．

BA モデルにおいて，冪乗次数分布は優先的結合 (preferential attachment) というルールに従って自

[†] 東京大学

The University of Tokyo

己組織化が進行することで現れる．優先的結合とは新規に参加するノードがネットワーク内でエッジ数の多いノードに結合する確率が高いとする結合条件であり，結合の確率は

$$\Pi_i = k_i / \sum_j k_j \quad (1)$$

と定義される． Π_i は新規ノードが既存のノード i に結合する確率， k_i はノード i が持つ次数である．この結果，BA モデルの次数分布は

$$P(k) \sim k^{-\gamma}, \quad \gamma = 3 \quad (2)$$

という指数 3 の冪乗分布となる．

ここで注目するのは，優先的結合には全ノードの次数分布という大域的な情報が必要とされる点である．つまり新規ノードが結合する際，次数分布に基づいて結合確率を見積もる背景には，実際のネットワークとは別次元で行われる情報共有，あるいは情報交換を仮定していると見ることが出来る．しかし，もしすべての情報交換が実際に存在するネットワークの構造に拘束されるとしたら，そしてノード間の情報交換が近傍に限定されるとしたらどうだろうか．この場合，優先的結合のようなトップダウン的な機構は存在せず，ノード間の結合を通してローカルに得られる情報を基に，個々の要素が自律的に行動するルールが定義できるはずである．これは生命・自然現象に内在するネットワークを考えるうえで，より自然なアプローチであると考えられる．すなわち遺伝的な摂動と淘汰というインプリシットなメカニズムによって駆動される進化のように，優先的結合からさらに一歩遡ったルールを用いることはできないか，というのは自然に生じる興味である．このような視点に立ち，本研究では時間発展する過程でエッジの集中が自発的に発生する，成長も優先的結合も用いない新しい進化的なネットワークを提案する．以下でそのアルゴリズムとシミュレーションの例を示す．

2. 淘汰による自己組織化ネットワーク

ネットワークの自己組織化は離散時間 t に沿ってノードの死(ネットワークからの離脱)と再生(ネットワークへの再結合)を繰り返すことにより行われる．ネットワークにはつねに N 個のノードが存在し，ノード数は時間発展を通じて変化しない．つまり BA モデルの特徴であるネットワークの継続的な巨大化はない．ネットワークの時間発展は大きく分けて

- (1) 各ノードのリソースの消費，
- (2) 確率的に選ばれたノードのリソースの回復，
- (3) リソースの尽きたノードの死と再生，

という 3 つのステップで行われる．ここでいうリソースとはノードが生存するために必要とする何らかのエネルギーや資産を想定している．具体的な計算手順を図 1 に示す．

個々のノード i は時間的に消費される有限のリソース ρ_i を持っており，リソースが尽きたときにノードに死が訪れる．リソースの消費レートを ϵ ，ノードがネットワークに参加した時刻を t_i ，新規参加時に持つリソースの規定値を ρ_0 とすれば，リソースの消費は

$$\rho_i = \rho_0 - \epsilon \Delta t, \quad (\Delta t = t - t_i) \quad (3)$$

と表される．すなわち，一度もリソースを回復することができなかったノードの寿命は ρ_0/ϵ となる．これが図 1 中 (A) から (B) への変化で示したリソースの消費過程である．

次にネットワークの中からランダムに 1 つだけノードを選択し(ノード p)，そのリソースを初期値まで回復させる($\rho_p \rightarrow \rho_0$)．これが図 1 中 (C) で示した確率的回復過程である．さらに他のノード q について，ノード pq 間の最短パス長を z_{pq} としたとき

$$\{q | z_{pq} \leq \lambda\} \quad (4)$$

を満足するノード群もノード p と同様，リソースを初期値まで回復させる． λ は連鎖的な回復が伝わる閾距離とする．これが図 1 中 (D) で示した連鎖的回復過程である．この一連の回復過程は，何らかの有益な情報や刺激，物質，エネルギーが特定のノードに与えられたとき，その影響がエッジを伝い一定範囲のノードに伝播することで，ネットワーク内の一部の集団が生存上有利になる過程を模擬している．このときリソースの回復や伝播はノード間の距離に関係なく瞬間的に行われるものとする．

次にリソースを使い果たして死に至ったノードは，所有する結合をすべて失いネットワークから離脱する．これが図 1 中 (E) で示したノードの離脱過程である．しかし離脱したノードは再びリソースの初期値を与えられ，ネットワーク内のランダムなノードに再結合する．平均のエッジ数を一定に保つため，再結合の際に能動的に伸ばすエッジの数は(平均の次数)/2 とする．これが図 1 中 (F) の再結合過程である．つまりこれら一連の過程を通して特定の条件に従って明示的にノードを選択するような操作は加えない．

ここでは死に至ったノードは再生してネットワークに再結合するとしたが，それらは完全に消滅したと解釈してもよい．ただし消滅したノードを補うだけの新規ノードが新たに参入することで，ノード総数は一定に保たれるものとする．つまりここで提案する系とは，リソースを持った新規ノードの参入というエネルギーの流入に対して，リソースの消費とノードの死というエネルギーの流出をともなった 1 つの代謝系である．

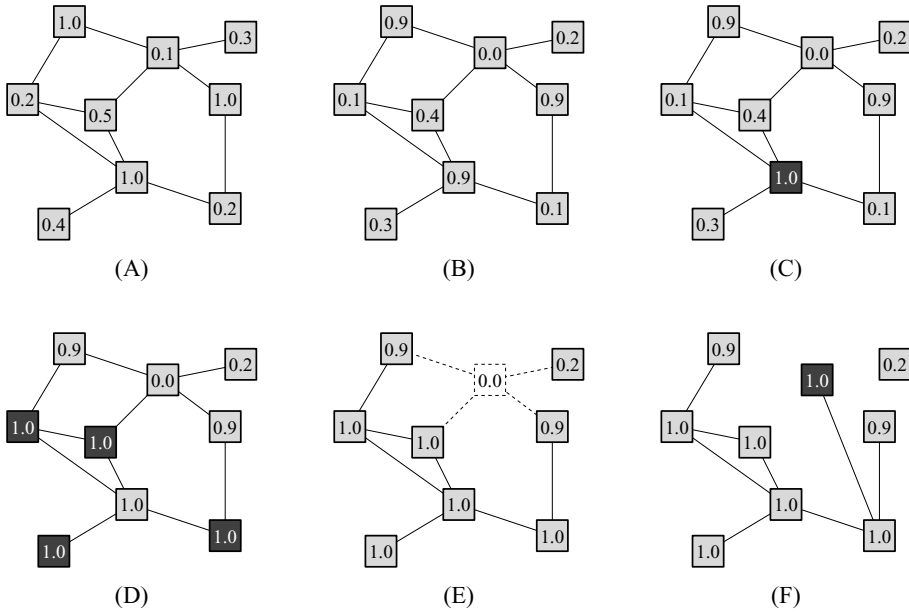


図 1 ネットワークの時間発展 (A) 初期状態 (B) リソースの消費課程．各ノードはリソースを ϵ だけ消費する (ここでは $\epsilon = 0.1$) (C) 確率的回復過程．確率的に選ばれた少数のノードはリソースを規定値 ρ に回復する (ここでは $\rho = 1.0$) (D) 連鎖的回復過程 (C) で選ばれたノードに隣接するノード群も同様に回復する．これは連鎖的に距離 λ 先まで伝わる (ここでは $\lambda = 1$) (E) 離脱過程．リソースが 0 になったノードはネットワークから離脱する (F) 再結合過程．いったんネットワークから離脱したノードはリソースを規定値に戻し、再びネットワークに参加する．そのとき結合先はランダムに選ばれる

Fig. 1 Diagram of network evolution.

以上のように、大域的な情報を持たないノードについて確率的なリソースの回復と近傍ノードへの回復の伝達、ランダムな再結合の元での淘汰再生が繰り返されることにより、総体としてのネットワークポロジの変化がもたらされる。ネットワークの中で情報が多く流れるパスに結合できたノードは連鎖的な回復の恩恵によって生き残る可能性が高くなり、逆にネットワークの重心から離れた末端に結合したノードは頻繁に淘汰され再結合を繰り返すことになるだろう。この過程で回復と再結合のポジティブ・フィードバックが発生し、エッジの集中が生じると予想できる。これは成長による自己組織化ではなく、内部構造の再構成という意味での自己組織化ととらえることができる。次に実際のシミュレーション例を見る。

3. シミュレーション

まずノード数 $N = 500$ 、平均次数 2、リソース消費レート $\epsilon = 0.1$ 、回復伝播閾距離 $\lambda = 5$ という条件でシミュレーションを行う。初期条件は一次元環状のレギュラーネットワークとする。図 2 に各時間ステップにおいてネットワーク構造を可視化した例を示す。四角がノード、直線がノードどうしを結ぶエッジを表し、

各ノードの大きさはノードの次数に比例して表示してある。計算開始直後 $t = 10 \sim 100$ では多数のノードが離脱、再結合を繰り返すことでネットワークのフラグメンテーションが発生する。その後フラグメンテーションは収束し、 $t = 5000$ 以降ではノードが離脱する頻度は小さくなる。このとき高い次数を持った少数のノードと、その周囲に集まる低い次数を持った多数のノードという非一様な構造が生じる。

ネットワークの平均パス長 L を全ノードペア間の最短パス長の平均

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}} z_{ij} \tag{5}$$

と定義すると、初期状態 ($t = 0$) は $L = 125.25$ 、時間発展の後フラグメンテーションが収まった状態 ($t = 5000$) では $L = 4.57 \approx \lambda (= 5)$ という結果となった。これはリソースの連鎖的回復がネットワーク全体を覆う程度に自己組織化が進んだことを示している。つまり連鎖的回復のトリガとなる確率的回復がネットワークの末端で行われた場合でも (そしてそれが大多数である)、その影響はネットワーク全体に伝播し、すべてのノードが効果的にリソースを回復する

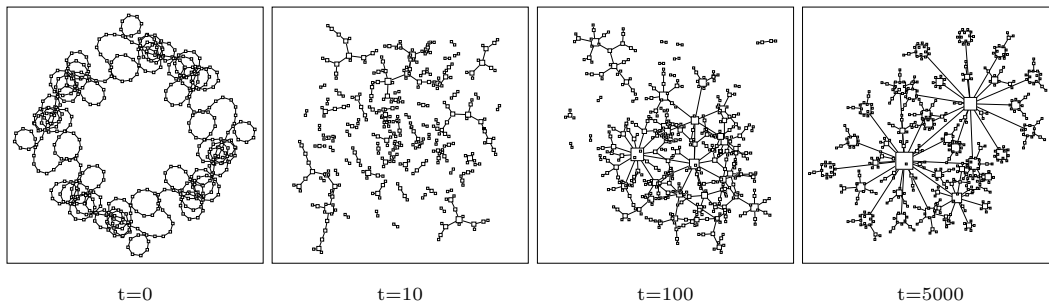


図2 淘汰アルゴリズムを用いた自己組織化ネットワーク. 初期状態は一次元環状レギュラーネットワーク(平均次数2). ノード数 $N = 500$, リソース消費レート $\epsilon = 0.1$, 回復伝播距離 $\lambda = 5$. $t = 5000$ 以降ではノードの離脱・再結合の発生頻度は収束する. このときの平均パス長は $L = 4.57$. $L \approx \lambda$ であり, これはリソースの連鎖的回復がネットワーク全体を覆う程度に自己組織化が進んだことを意味する

Fig.2 Evolution of the selection-driven network.

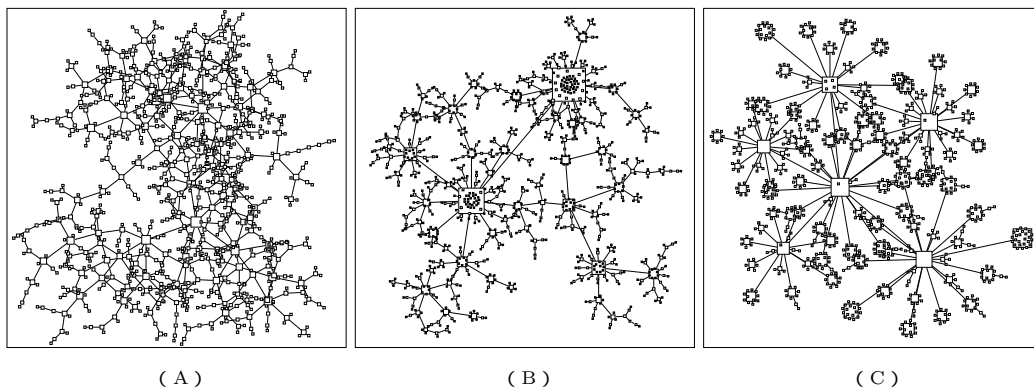


図3 (A) Erdős-Rényi らのランダムグラフ (B) Barabási-Albert らのスケールフリーネットワーク (C) 淘汰アルゴリズムを用いた自己組織化ネットワーク. ともにノード数 1000, 平均次数 2. 平均パス長 10.88 (A), 7.21 (B), 5.06 (C). 最大次数 11 (A), 63 (B), 26 (C)

Fig.3 Comparison of network topologies.

ことができる構造をネットワークが獲得したと見ることが出来る.

図3に他のネットワークモデルとの比較を示す(A)がランダムグラフ(B)がBAモデル(C)が今回の淘汰を用いたモデルの時間発展の結果であり, ともにノード数は1000, 平均次数は2である. 図3から構造を視覚的に評価するならば, BAモデルと淘汰を用いたモデルではエッジの集中を観察することができる. しかし淘汰モデルはBAモデルと比較して次数が小さいものと大きいものが比較的明確に分かれており, 次数の大きいノードが核になったコロニーのような小集団が多数観察できる. 平均パス長はランダムグラフで $L = 10.88$, BAモデルで $L = 7.21$, 淘汰モデルでは $L = 5.06$ となった. ランダムグラフに対して, BAモデルと淘汰モデルはエッジの集中したノードがショートカットになることで, 平均パス長は小さくなる傾向

にある. また淘汰モデルの構造は有限距離の回復の伝播によって形成されるため, 図2のシミュレーション結果と同様, 平均パス長は $L \approx \lambda$ となる. 図4に3つのネットワークモデルについて, より大きなノード数 $N = 10000$ における次数分布を示す.

グラフは両対数プロットで表示してあり, 横軸は次数, 縦軸は該当する次数を持ったノードの割合, 点線は $P(k) \propto k^{-3}$ の理論曲線を示す. ランダムグラフでは次数 k に対して $P(k)$ は急速に減少し, k が 10^1 周辺にカットオフが存在する. BAモデル, 淘汰モデルではともに大きな k の存在を確認することができるが, 分布の様式は若干異なっており, 淘汰モデルでは次数 $10^1 \sim 2$ あたりに緩やかなピークが見られる. これは図3で見た形態の違いを明確に表している.

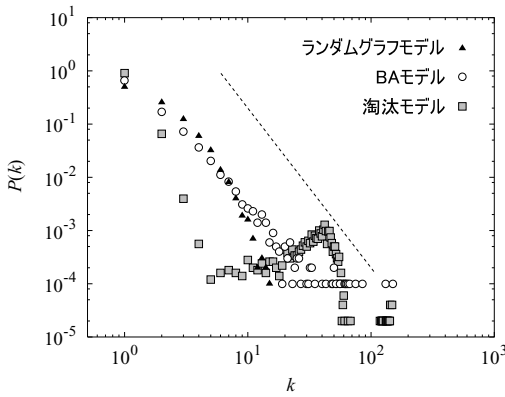


図4 度数分布(両対数プロット). 横軸は度数, 縦軸は該当する度数を持ったノードの全体の中での割合, 点線は $P(k) \propto k^{-3}$ の理論曲線を示す

Fig. 4 Comparison of the degree distributions.

4. 考察と結論

本研究ではノード間の情報交換とネットワークロジックの変化が相互に動的に作用する実験的なモデルを作成し, BAモデルが実現した非一様な構造への自己組織化が成長と優先的結合を用いることなく実現できることを示した. 最終的に得られたネットワークは, ハブ的な役割を果たす大きな次数のノードを中心とする多数のコロニーによって形成され, 確率的にもたらされる回復情報が系全体に効果的に広がるような構造へと自己組織化が進行することが確かめられた. これは最終的な平均パス長が回復の伝播距離に近づくことから確認できる.

しかしBAモデルのようにエッジの集中は確認されたものの, 度数分布は厳密な冪乗分布からは大きく外れる結果となった. 具体的にはコロニーの核となる高次数ノードが多数存在し, それが度数分布における高次数の領域にピークを作っている. ノード数を増加させた場合, 回復の伝播距離が一定ならば最終的な平均パス長が変化しない一方で, 各コロニーにはより多くの低次数のノードが集中することになり, 次数のピークはより高い方へシフトすると考えられる. このように淘汰モデルには回復伝播距離やノード数によって一意に決まる度数分布のピークが存在する. これはノードが持つ次数に対してスケールフリーな特徴を見せるBAモデルとは異なる点である.

我々はここでの淘汰モデルによって得られた構造を持つネットワークを実現において確認していない. しかし大域的な情報を持たない個体が偶発的に与えられた構造・環境の中で淘汰されていく過程で, 系全体としての情報伝達能力が高い状態に収束していくメカ

ニズムは, たとえば生体ネットワークや生態系のネットワークのように, 優先的結合という明示的な働きが存在しない系において見つけることができるのではないかと考えている.

参考文献

- 1) Barabási, A.-L. and Albert, R.: Emergence of scaling in random networks, *Science*, No.286, p.509 (1999); *Cond-Mat*, 9910332 (1999).
- 2) Barabási, A.-L., Albert, R. and Jeong, H.: Mean-field theory for scale-free random networks, *Physica A*, No.272, p.173 (1999).
- 3) Albert, R. and Barabási, A.-L.: Statistical Mechanics of Complex Networks, *Cond-Mat*, 0106096 (2001).
- 4) See, e.g., Bollobás, B.: *Random graphs*, Academic Press, London (1985).
- 5) Newman, M.E.J.: Clustering and preferential attachment in growing networks, *SFI Working Papers*, 01-03-021 (2001); submitted to *Physical Review E*.
- 6) Jeong, H., Tombor, B., Albert, R. and Barabási, A.-L.: The large-scale organization of metabolic networks, *Nature*, No.407, p.651 (2000).

(平成 14 年 2 月 4 日受付)

(平成 14 年 4 月 9 日再受付)

(平成 14 年 5 月 15 日採録)



橋本 康弘

昭和 47 年生. 平成 12 年東京大学大学院博士課程修了. 工学博士. 平成 12 年から 14 年まで東京大学大学院工学系研究科システム量子工学専攻東京電力寄付講座助手. 平成 14 日より日本学術振興会特別研究員. 複雑系におけるネットワークの時間発展に関する研究に従事.



陳 Yu

昭和 42 年生. 複雑流体, 金融市場といった複雑系の離散モデルの開発とシミュレーションに関する研究に従事. 工学博士. 平成 12 年より東京大学助教授. 大学院情報学環学際情報学専攻.



大橋 弘忠

昭和 27 年生 . 昭和 55 年東京大学
大学院博士課程修了 , 工学博士 . 昭
和 61 年より東京大学工学部助教授 .
現在 , 同工学系研究科教授 . 流れの
微視機構論モデル , 複雑流体流れ解

析 , 進化システムのトレランスに関する研究に従事 .
日本原子力学会 , 混相流学会会員 .
