1H-1

剛体の同時多点衝突モデルの提案とパラメータ同定に関する研究

児玉哲也 †　　登尾 啓史 †
† 大阪電気通信大学大学院 工学研究科 情報工学専攻

1 はじめに

近年，剛体の運動において発生する撃力や接触力，摩擦力のモデルを構築する研究が行われている．この構築したモデルを組み込むことで，現実に近いアニメーションの作成や発生する力をハプティクスツールを用いて体感することができる．この分野の研究者として，Mirtich[1] や川地 [2] などが挙げられる．

これまで，本研究室でも Mirtich のベース手法を基に単点衝突撃力アプローチの構築が行われてきた．しかし，この Mirtich の撃力ベース手法や単点衝突撃力法は，単点衝突を扱っているため，現実に起こる同時多点衝突を正確に実現できない．本研究では，まず，同時多点衝突現象を単点衝突撃力アプローチを用いて，撃力誤差の評価を行う．また，撃力相関比を用いた撃力アプローチを用いて，撃力誤差の評価を行う．その評価から，同時多点衝突で，撃力相関比を用いた撃力アプローチの有効性を検証することを目的とする．また，この同時多点衝突の研究者として V.Ceanga[3] が挙げられる．

2 単点衝突撃力アプローチ

2.1 単点衝突撃力法の概要

単点衝突撃力法は，衝突時間は実時間で生じると仮定する．また，垂直方向の外撃力として撃力人工波形を用いて撃力計算を行う．

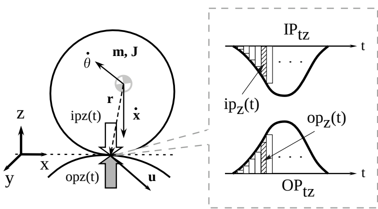

図 1：剛体同士の衝突現象と座標系

$\mathbf{op}, \mathbf{OP_t}$	：	物体２が物体１へと及ぼす撃力 (外撃力)
$\mathbf{ip}, \mathbf{IP_t}$	：	物体が保持している撃力 (内撃力)
$\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i}, \dot{\theta}_\mathbf{i}$	：	速度, 角速度
$\mathbf{r_i}$	：	重心から衝突点までの距離
$\mathbf{v_i}$	：	衝突点における絶対速度（$= \dot{\mathbf{x}}_\mathbf{i} + \dot{\theta}_\mathbf{i} \times \mathbf{r_i}$）
$\mathbf{u}$	：	衝突点における相対速度（$= \mathbf{v_1} - \mathbf{v_2}$）
$\mathbf{J_i}$	：	慣性テンソル　(i ：物体番号)

物体 i の衝突点における衝突中の物体の速度は，速度と角速度の変化量を用いて撃力との関係式として式 (1) のように表すことができる．

$$\mathbf{\Delta v}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_i(0) = \mathbf{\Delta}\dot{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{\Delta}\dot{\theta}_i(t) \times \mathbf{r}_i \qquad (1)$$

次に，運動量の変化量と角運動量の変化量 ($\mathbf{\Delta}\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{m}\mathbf{OP}_t$, $\mathbf{\Delta}\dot{\theta} = \mathbf{J}^{-1}[\mathbf{OP}_t \times \mathbf{r}]$) を式 (1) に代入することで相対速度と撃力の関係式 (2) を導くことができる．

$$\mathbf{\Delta v}_i = [\frac{1}{m_i}\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{r}}_i\mathbf{J}_i^{-1}\tilde{\mathbf{r}}_i]\mathbf{OP}_t = \mathbf{M}_i\mathbf{OP}_t \qquad (2)$$

同様に，衝突中の角速度の変化量から角撃力との関係式を導くことができる．ここで，$\mathbf{I}$ は 3×3 の単位行列，$\tilde{\mathbf{r}}_\mathbf{i}$ は $\mathbf{r_i}$ に関する 3×3 の歪対称行列，$\mathbf{M}$ は 3×3 の衝突物体の位置姿勢に関する行列を表している．$\mathbf{M}$ は衝突中は一定である．相対速度 $\mathbf{u} = \mathbf{v_1} - \mathbf{v_2}$ より，式 (2) を用いると，相対速度と撃力の関係式は式 (3) のように表すことができる．

$$\mathbf{\Delta u} = [(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2})\mathbf{I} - (\tilde{\mathbf{r}}_1\mathbf{J}_1^{-1}\tilde{\mathbf{r}}_1 - \tilde{\mathbf{r}}_2\mathbf{J}_2^{-1}\tilde{\mathbf{r}}_2)]\mathbf{OP}_t = \mathbf{MOP}_t \qquad (3)$$

式 (3) をサンプリングタイム Δt 単位で解析すると，外撃力 $op(t)$ についての (4) 式を得る．

$$\begin{bmatrix} op_x(t) \\ op_y(t) \\ op_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_d \frac{u_x}{\sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2}} \cdot op_z(t) \\ -\mu_d \frac{u_y}{\sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2}} \cdot op_z(t) \\ op_z(t) \end{bmatrix} \qquad (4)$$

接線成分は，動摩擦係数 μ_d を用いて動摩擦力を表している．これより，式 (4) は滑り状態 (Sliding Mode) に対して適用される．固着状態では，外撃力は垂直方向のみ発生し，接線方向には発生しない．

2.2 滑り状態と固着状態 (SLM or STM)

衝突中の物体の運動状態について考える．物体の運動状態は，式 (5) を用いて「滑り状態 (SLM:Sliding Mode)」と「固着状態 (STM:Sticking Mode)」の 2 つに分けることができる．垂直抗力を $ip_z(t)$ とすると，静止摩擦係数 μ_s を用いて接線成分の状態を判定することができる．

$$\sqrt{(ip_x(t) + op_x(t))^2 + (ip_{\theta y}(t) + op_{\theta y}(t))^2} < \mu_s|ip_z(t)| \qquad (5)$$

この 2 つの運動状態 (SLM，STM) の判定を行いながら，発生する外撃力を内撃力に加算し，$\Delta t[s]$ 後の内撃力を得る．

$$IP_{t+\Delta t} = IP_t + op(\Delta t) \qquad (6)$$

$$IP_{\theta t+\Delta t} = IP_{\theta t} + op_\theta(\Delta t) \qquad (7)$$

3 撃力人工波形生成について

単点衝突撃力法では，人工撃力波形を生成し，それを垂直方向の外撃力として扱っている．その人工撃力波形生成のためには，3 つのパラメータ (波形の高さ:H，衝突時間:W，反発係数:e) が必要である．このうち，H，W は衝突点における相対内撃力と比例，反比例関係であり，その関係式を式 (8),(9) に示す．また，S_h は比例定数，S_w は反比例定数である．ただし，式 9 の定数 7.5[m/s] は実験より求めた最小衝突時間である．

$$H = S_h \cdot IP_z \qquad (8)$$

$$w = S_w \cdot \frac{1}{IP_z} + 7.5 \qquad (9)$$

Simultaneous Multi-points Collision Model of Rigid Bodies and its Parameter Identification

Tetsuya Kodama†, Hiroshi Noborio†
†Graduate School of Engineering, Osaka Electro-Communication University

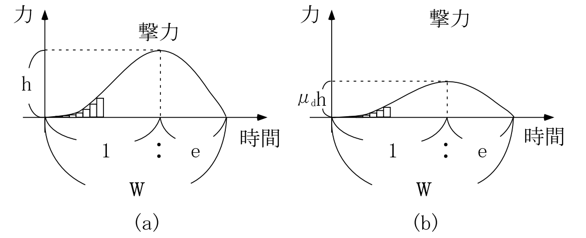

図 2 : (a) 垂直方向の人工波形 (b) 接線方向の人工波形

4 同時多点衝突

4.1 連続単点衝突撃力法

単点衝突撃力アルゴリズムは外撃力の発生には，人工撃力波形生成が必要であり，その生成は，衝突する物体の相対内撃力に依存している．しかし，図 3(a)，(b) のような同時多点衝突の場合，相対内撃力が 0 であるため，人工撃力波形生成に問題が生じる．そこで，各球の衝突を単点衝突の連続として扱い，撃力計算を行った．その際の撃力誤差平均が表 1 である．

次に，撃力相関比を用いた同時多点衝突アルゴリズムについて説明する．

表 1 : 単点衝突撃力アルゴリズムでの各球の撃力誤差平均と衝突後の進行方向の角度誤差

		OP_x^{after}	OP_z^{after}	$\dot{p}_x^{after}$	$\dot{p}_z^{after}$	β
		[kgm/s]$\times 10^{-3}$		[m/s]		[deg]
$ball_1$	ave	3.493	12.880	0.073	0.268	47.057
$ball_2$	ave	5.447	11.059	0.114	0.230	53.589
$ball_3$	ave	6.083	4.448	0.127	0.093	2.495
$ball_4$	ave	1.051	7.850	0.022	0.164	1.593

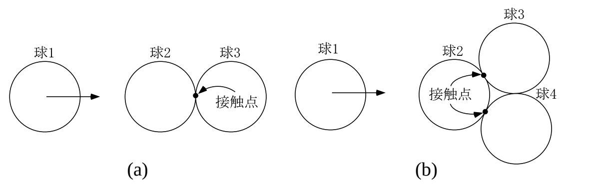

図 3 : 同時多点衝突 (a) 現象 A(b) 現象 B

4.2 撃力相関比を用いた同時多点衝突アルゴリズム

撃力相関比を用いた同時多点衝突アルゴリズムの仮定を以下に記述する．

- 連続的な単点衝突として人工撃力波形を生成する (図 4 参照)
- 生成した人工撃力波形を撃力相関比 α_j で定数倍することで同時多点衝突時の撃力を表現する
- α_j は生成される人工撃力波形の個数 (j) だけ個別に存在する

例えば，同時多点衝突が起こる現象 A(図 3(a)) の場合，図 5 のように単点衝突の連続として考える．このことにより，球 1 と球 2，球 2 と球 3 の運動量保存則から式 10，11 を得る．この 2 式の撃力相関比 α_i を変化させる (図 4 参照) ことで，同時多点衝突を実現する．

$$m_1\vec{v_1}(t_{c1})+m_2\vec{v_{c1}}(t_{c1}) = m_1\vec{v_1}(t_{c2})+m_2\vec{v_2}(t_{c2})+\alpha_1 P_{12} \quad (10)$$

$$m_2\vec{v_2}(t_{c2}) + m_3\vec{v_3}(t_{c2}) = m_2\vec{v_2}(t_e) + m_3\vec{v_3}(t_e) + \alpha_2 P_{23} \quad (11)$$

5 キャリブレーション

3 章で記述した人工撃力波形生成に必要なパラメータ e(反発係数) と S_h(比例定数)，S_w(反比例定数)，(衝突する剛体同士の) 静止摩擦係数 μ_s，動摩擦係数 μ_d，これら 5 つの未知パラメータと各衝突点における撃力相関比 (α_j(j: 衝突点の数)) をキャリブレーション対象とする．評価関数は衝突前後の運動量の変化量と，撃力計算によって得られる撃力の面積の総和の誤差が小さくなるように RA(確率的アルゴリズム) でキャリブレーションを行う．RA についての説明は割愛する．キャリブレーション後の 8 つの未知パラメータの値を表 2 に示す．

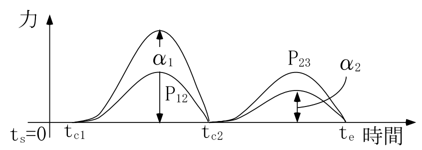

図 4 : 同時多点衝突時の人工撃力生成

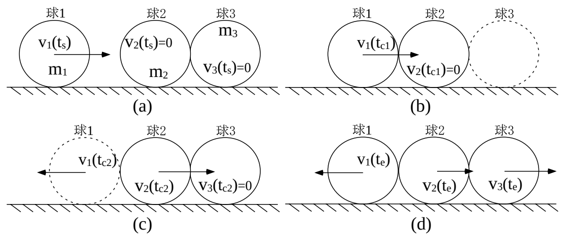

図 5 : (a) 衝突前 (b) 球 1，2 の衝突 (c) 球 2，3 の衝突 (d) 衝突後

表 2 : 各撃力アルゴリズムのキャリブレーション後の未知パラメータの値とその範囲 (a) 単点衝突撃力アルゴリズム (b) 多点衝突撃力アルゴリズム

未知パラメータ	(a)	(b)	範囲
e	0.720	0.310	0.1 ∼ 3.0
S_w	0.459	1.630	0.3 ∼ 1.0
S_h	117.420	187.150	100.0∼ 250.0
μ_s	0.140	0.970	0.1 ∼ 1.0
μ_d	0.019	0.110	0.1 ∼ 1.0
α_1	1.000	0.992	0.1 ∼ 1.0
α_2	1.000	0.993	0.1 ∼1.0
α_3	1.000	0.888	0.1 ∼1.0

6 結果

同時多点衝突における単点衝突撃力法の撃力誤差の評価を行った．単点衝突撃力法は，同時多点衝突を単点衝突の連続として扱うため，同時多点衝突時に発生する力の伝播が考慮されていないことになる．そのため，撃力誤差が大きくなったといえる．この問題を解決するために，撃力相関比 α_j(j：衝突点番号) を用いた撃力アプローチの提案を行い，評価した．それぞれの評価 (表 1，3 参照) の比較を行うと，撃力精度向上したといえる．

表 3 : 撃力相関比を用いた同時多点衝突撃力アルゴリズムでの各球の撃力誤差平均と衝突後の進行方向の角度誤差

		OP_x^{after}	OP_z^{after}	$\dot{p}_x^{after}$	$\dot{p}_z^{after}$	β
		[kgm/s]$\times 10^{-3}$		[m/s]		[deg]
$ball_1$	ave	5.236	14.026	0.109	0.292	38.201
$ball_2$	ave	3.656	5.542	0.076	0.115	25.818
$ball_3$	ave	5.394	3.357	0.113	0.070	2.148
$ball_4$	ave	1.156	11.261	0.0241	0.235	1.298

7 展望

今回，撃力相関比を用いたことで，同時多点衝突の撃力誤差の向上を行った．しかし，衝突後の各球の進行方向 (角度) の精度は，あまり良い結果とはいえない．この原因として，衝突後の進行方向は，x 軸方向と z 軸方向の撃力の割合に依存するということが考えられる．そのため，キャリブレーションの際に割合を考慮する評価方法の考案する必要がある．また，撃力相関比 α_i には，相関関係がみられなかった．キャリブレーションで導き出した α_i の相関性の調査をする必要がある．

References

[1] B.V.Mirtich and J.F.Canny, "Impulse-based Dynamic Simulation", *The Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics*, In K.Goldberg, D.Halperin, J.C.Latombe, and R.Wilson, editors, A. K. Peters, pp.407-418, 1994.

[2] K.Kawachi, H.Suzuki and F.Kimura, "Simulation of Rigid Body Motion with Impulsive Friction Force," *Proc. of the IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, pp.182-187, August 1997.

[3] V.Ceanga and Y.Hurmuzlu, "A New Look at an Old Problem:Newton 's Cradle", *Proc. of the ASME Journal of Applied Mechanics Vol.68*, pp.575-583, 2001.