5K-3

incidence graphを利用した非有界cellの分割アルゴリズム

田中　美智子†　　金子　邦彦‡
陸　　応亮†　　牧之内　顕文‡

†九州大学 大学院システム情報科学府
‡九州大学 大学院システム情報科学研究院

1. はじめに

Cell complex は空間幾何学で導入された概念であり、現在、多くのアプリケーションにおいて、cell complex あるいはそのサブクラスである simplicial complex, fixed-pattern complex, self-similar complex, grid として空間物が取り扱われている。Cell complex は、cell の集合であり、cell を node 、cell 間の boundary, co-boundary 関係を arc として表現したグラフである incidence graph[2] として表現されてきた。Incidence graph の為の空間データ構造は、大きく分けて、arc をポインタで表現する方式[2]、cell tuple、我々が提案してきた cell position vector strcuture (CPVS) がある。これらデータ構造は、能力は等価であり、CPVS はデータサイズが小さいという点で優れる。

以下、k 個の超平面集合は、
$\mathbf{H}=\{h_1,h_2,\ldots,h_k\}$
$h_i : \phi_i(\mathrm{p})=0$ ($1\leq i\leq k$) のように書く。一つの超平面により、空間は $\{\mathrm{p} \mid \phi_i < 0\}$, $\{\mathrm{p} \mid \phi_i > 0\}$, $\{\mathrm{p} \mid \phi_i = 0\}$ の 3 種に分けられる。cell は、k 個の超平面集合に対して、３種の空間の共通部分として定義できる。以下、ある cell σ が、超平面集合 H に対するこれら３種の空間の共通集合であるとき、H を σ の relevant 超平面と呼ぶ。

cell には、有界なものと、非有界なものの２種があり、本稿では、以下のように定義する。d を cell 内の任意の 2 点間の距離とする。もし、$d < m$ を満たす実数 m が存在する場合は cell は有界であり、そうでなければ非有界である。

論文 [1] は、cell splitting アルゴリズムの基礎を与えており、任意次元の有界 cell あるいは有界 cell からなる cell complex を超平面集合で分割し、分割結果である cell complex を表現する incidence graph の全 node 及び 0 から 1 次元 cell を表現する node 間の arc を効率よく求めることができる。筆者らは論文 [3] において、このアルゴリズムを拡張し、(1) 非有界 cell あるいは非有界 cell を含む cell complex を超平面で分割でき、かつ (2) 分割結果である cell complex を表現する incidence graph の全 arc を求めることができる拡張 cell splitting algorithm を示した。論文 [3] での性能実験では、非有界への拡張による性能低下が無いことが示されている。本稿では、拡張 cell splitting アルゴリズムを使った、incidence graph 生成の高速アルゴリズムを示す。

cell splitting algorithm for unbounded incidence graph
Michiko Tanaka†Kunihiko Kaneko†
Yingliang Lu†Akifumi Makinouchi†
†Graduate School of Information Science and Electrical Engineering,Kyushu University

2. 拡張 cell splitting algorithm

拡張 cell splitting アルゴリズムは、非有界 cell、又は、非有界 cell を含む cell complex Γ の incidence graph G と、それを分割する超平面 h を入力とし、$G(\Gamma)$ を h で分割した結果得られる incidence graph $G'(\Gamma)$ を出力とする。

以下、$G'(\Gamma)$ の定義を行う (図 1)。Γ の全ての top cell の relevant 超平面の集合を **H** とする。超平面集合 $\{\mathbf{H} \cup \mathrm{h}\}$ の全ての組の交点集合を **P** とし、**P** 含むような minimum bounding box を B とする。B は多次元の直方体であり、cell とみなせる。B の incidence graph を $G(B)$ とする (a)。$G(B)$ を超平面集合 $\{\mathbf{H} \cup \mathrm{h}\}$ で分割してできる incidence graph $G'(B)$ は、$G'(\Gamma)$ を含む。$G'(B)$ から、Γ の外側を取り除き (b)、更に B の boundary を取り除いたものは、元の cell complex Γ を、超平面 h で分割してできる cell complex の incidence graph $G'(\Gamma)$ である (c)。

3. incidence graph 生成アルゴリズム

cell complex Γ の全ての top cell の relevant 超平面の集合を **H** とする。以下、超平面集合 **H** から、Γ を表現する incidence graph G(Γ) を生成するアルゴリズムを説明する。１つは、論文 [1] の、cell splitting

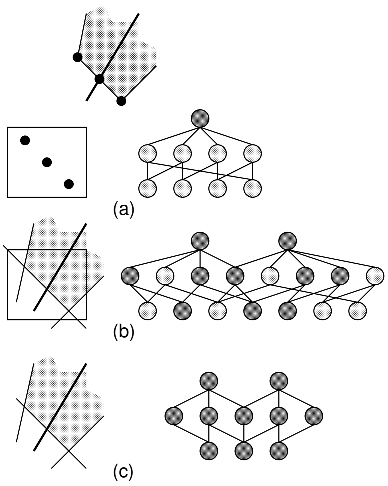

図 1 非有界 cell splitting

algorithm を使う方法であり、もう 1 つは、我々の論文 [3] の拡張 cell splitting algorithm を使う方法である。これら 2 つは、機能は同じであり、同じ出力が得られる。実験的に比較する。

超平面集合 **H** の全ての交点 P を含む MBR B は、有界 cell であるという性質を利用すると、G(Γ) を、cell splitting algorithm[1] を使って構築できる。まず、P を求め、MBR B の頂点の座標値を求める。その後、MBR の頂点と辺の接続関係から、B の incidence graph G(B) を構築する。次に、cell splitting algorithm[1] を使って、G(B) を H の各超平面で順々に分割し、incidence graph を得る。この incidence graph から Γ の外側を取り除いた graph が求める G(Γ) である。

一方、[3] での拡張 cell splitting algorithm を利用して、MBR を使わずに、G(Γ) を直接的に求めることもできる。以下、空間次元を d とする。cell complex Γ のそれぞれの top cell σ について、σ の incidence graph G(σ) を、以下の手順で求める。σ の次元を k とする。H から、σ の relevant 超平面であるような d 個の超平面を選び、k 次元の node を top node とするような incidence graph を作成する。この graph の形は、k により一意に定まる（k の値から直接的に求まる）。この incidence graph は、非有界 cell をなす。その後、H の残りの超平面で、この incidence graph を分割する。このときに、拡張 cell splitting algorithm を使う。始めに k 次元を top node とするような incidence graph を作成したので、超平面で分割する毎に k 次元 cell の top node が 2 つになるが、その中で、元の σ を含まれるのは、片方のみである。

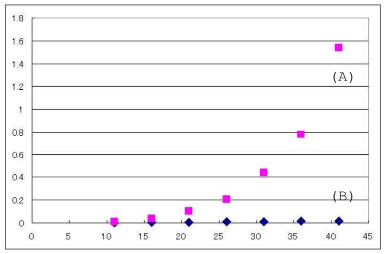

図 2 cell incidence graph 作成
横軸は、cell の boundary の中で、cell より一つ次元が低いものの数。縦軸は、incidence graph 作成に要する時間
(A):cell splitting algorithm[1] を利用する方法
(B):拡張 cell splittingalgorithm を利用する方法

その boundary cell を残して、incidence graph から node を削除する。これを全ての超平面について繰り返して出来た incidence graph は、σ の外側を含まない。

4. 性能評価実験

3 章に示した二つの方法を実装し、性能を測定した。超平面の方程式と、cell とそれぞれの超平面との位置関係を与えて、cell incidence graph を作成する。cell はランダムに生成する。結果を図 2 に示す。なお、2 つのアルゴリズムが同一結果を得ることは、実験的にも確認済みである。

5. おわりに

本稿では、拡張 cell splitting アルゴリズムを利用して incidence graph を作成するアルゴリズムを示した。実験結果は、拡張 cell splitting を利用する方法が性能的に有利であることを裏付けている。

謝辞 本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金課題番号 15650017, (A)(2)16200005 による。

参 考 文 献

1) Chandrajit L. Bajaj and Valerio Pascucci, "Splitting a Complex of Convex Polytopes In Any Dimension," *ACM Press*, proceedings of the twelfth annual symposium on computational geometry, pp88-97, 1996.
2) Herbert Edelsbrunner, *Algorithms in Combinatorial Geometry*, Springer-Verlag, 1987
3) Michiko Tanaka, Kunihiko Kaneko, Yingliang Lu, Akifumi Makinouchi, "An Extended Cell Splitting Algorithm for Spatial Databases," *IEEE TENCON 2004*, p.371-374, November 2004