AND-EXOR PLA の交点故障を検出する万能テスト集合*

竹ヶ原大輔†　　平山貴司†　　西谷泰昭†

岩手大学工学部情報システム工学科

1　はじめに

AND-EXOR 二段論理式には，固定極性リード・マラー論理式 (FPRM)，正極性リード・マラー論理式 (PPRM)，EXOR 論理和形 (ESOP) というクラスがある．AND-EXOR 二段論理式に基づく PLA の故障検出については，主として縮退故障が研究されており，$(n+4)$ 個の要素からなる万能テスト集合で全ての ESOP 論理式を実現した PLA の単一縮退故障が検出できることが知られている [1]．縮退故障の他にも短絡故障，交点故障などの故障が存在する．

本研究では，FPRM，PPRM，ESOP についてその論理式を実現した PLA の単一交点故障検出のための万能テスト集合を提案し，FPRM，PPRM についてその最小性を保証する．

2　AND-EXOR PLA の交点故障

2.1　準備

[定義 1] n 入力 1 出力の PLA を A とする．AND アレイにおいて i 番目のリテラル線と j 番目の積項線の交わった場所に，交点が発生した故障を $(i,j)^+$，交点が消失した故障を $(i,j)^-$ と表す．交点消滅故障により，リテラル線との交点を持たない積項線の値は 1 になるものとする．

2.2　FPRM PLA の単一交点故障検出

2.2.1　FPRM PLA の万能テスト集合

FPRM PLA の例を図 1 に示す．FPRM の各変数ごと

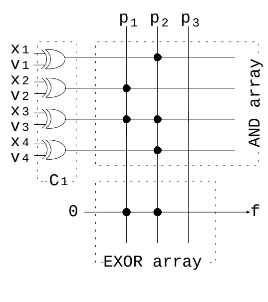

図 1: FPRM PLA のモデル

の極性は，肯定か否定のいずれかに固定される．この性質を利用して，図 1 の C_1 アレイのように変数 x_i とその極性 v_i を EXOR ゲートを通してリテラル線に接続することで，n 本のリテラル線で AND アレイが実現できる [2]．

[定義 2] FPRM F に現れるリテラルをすべて $(x_i \oplus v_i)$ に置き換えて得られる論理式を，FPRM F の C-FPRM と呼ぶ．

C-FPRM は，PLA の構造と直接対応する．通常時には FPRM PLA は 入力 v_i により変数 x_i の極性を与え，元の FPRM F の関数を表現する．テスト時には $(v_1, v_2, \ldots, v_n) = (0, 0, \ldots, 0)$ にすることで効率の良いテストを行う．

長さ $2n$ のビットパターン $\boldsymbol{q}_i$ $(1 \leq i \leq n+1)$ を，以下のように定義する．

$$
\begin{array}{rl}
 & \quad x_1\ x_2\ x_3\ \ldots\ x_{n-1}\ x_n\ v_1\ v_2\ v_3\ \ldots\ v_{n-1}\ v_n \\
\boldsymbol{q}_1 = & (0,\ 1,\ 1,\ \ldots\ \ 1,\ \ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ \ldots\ \ 0,\ \ 0), \\
\boldsymbol{q}_2 = & (1,\ 0,\ 1,\ \ldots\ \ 1,\ \ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ \ldots\ \ 0,\ \ 0), \\
 & \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
\boldsymbol{q}_n = & (1,\ 1,\ 1,\ \ldots\ \ 1,\ \ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ \ldots\ \ 0,\ \ 0), \\
\boldsymbol{q}_{n+1} = & (1,\ 1,\ 1,\ \ldots\ \ 1,\ \ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ \ldots\ \ 0,\ \ 0)
\end{array}
$$

$(n+1)$ 個のパターンからなる集合 T_{FPRM} を $\{\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{q}_2, \ldots, \boldsymbol{q}_n, \boldsymbol{q}_{n+1}\}$ と定義する．

[補題 1] $T_c = \{\boldsymbol{q}_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ とする．T_c は，FPRM PLA の AND アレイの単一交点発生故障を検出する万能テスト集合である．

(証明) C-FPRM $p_1 \oplus p_2 \oplus \cdots \oplus p_m$ を実現した FPRM PLA を A とする．A の AND アレイの任意の交点発生故障は $(i,j)^+$ $(1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m)$ と表すことができる．A に故障 $(i,j)^+$ が発生した PLA を A' とする．A は交点 (i,j) を持たず，A' は交点 (i,j) を持つ．以下で，パターン $\boldsymbol{q}_i$ が故障 $(i,j)^+$ を検出することを示す．

A の積項線 j は，j に対応する積項のリテラル x を $(x \oplus v)$ で置き換えた積項 p_j なる論理を表す．A' の積項線 j は，$x_i p_j$ なる論理を表す．故障差関数 A_f は $A_f = A \oplus A' = p_j \oplus (x_i \oplus v_i)p_j = (1 \oplus x_i \oplus v_i)p_j$ となる．パターン $\boldsymbol{q}_i$ を適用したとき $1 \oplus x_i \oplus v_i = 1$ であり，$\forall l, l \neq i$ について $(x_l \oplus v_l) = 1$ が成り立つので，$A_f(\boldsymbol{q}_i) = 1$ である．よって，テストパターン $\boldsymbol{q}_i$ で故障検出できる．

以上より，T_c は、AND アレイの任意の単一交点発生故障を検出する．□

[補題 2] 補題 1 の T_c は，FPRM PLA の AND アレイの単一交点消滅故障を検出する万能テスト集合である (補題 1 と同様の手法により証明可能) .

*Universal Test Sets for Cross-Point Fault Detection of AND-EXOR PLAs

†D. Takegahara, T. Hirayama, Y. Nishitani, Dept. of Computer and Information Sciences, Iwate University

[補題 3] $T_d = \{\, \boldsymbol{q}_{n+1} \,\}$ とする．T_d は，FPRM PLA の EXOR アレイの単一交点故障を検出する万能テスト集合である (証明略).

$T_{FPRM} = T_c \cup T_d$ であるので， 以下が成り立つ.

[定理 1] T_{FPRM} は，FPRM PLA の単一交点故障を検出する万能テスト集合である.

2.2.2 FPRM PLA の万能テストの最小性

[補題 4] FPRM PLA の単一交点故障を検出する万能テスト集合は少なくとも $(n+1)$ 個のテストパターンを持つ.

(証明) $(n+1)$ 個のテストパターンが必要な FPRM PLA の存在を示す．図 2 のような一つの積項に n 個のリテラルを持つ FPRM PLA を考える.

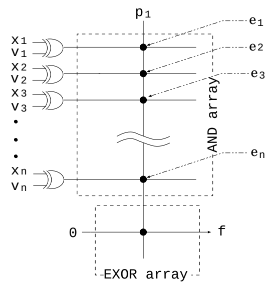

図 2: 一積項に n 個のリテラルを持つ FPRM PLA

i を定数とする $(1 \leq i \leq n)$．図 2 の FPRM PLA を A，交点 e_i が消滅した PLA を A' とし，A の積項線が表す論理を p_1， A' の積項線が表す論理を p'_1 とする $(p_1 = (x_i \oplus v_i)p'_1)$．この故障を検出するために 故障差関数 A_f が $A_f = A \oplus A' = p_1 \oplus p'_1 = (v_i \oplus x_i)p'_1 \oplus p'_1 = (v_i \oplus x_i \oplus 1)p'_1 = 1$ となるパターン $\boldsymbol{u}_i$ が必要である．したがって，交点消滅故障 $(i,1)^-$ を検出できるテストパターン $\boldsymbol{u}_i = (u_1, u_2, \ldots, u_n, u'_1, u'_2, \ldots, u'_n)$ は次の条件を満たさなければならない．$u_i = u'_i, u_j = \bar{u}'_j (0 \leq j < i, i < j \leq n)$．この条件より，相異なる i，i' について $\boldsymbol{u}_i$ と $\boldsymbol{u}_{i'}$ は必ず異なる．よって，この FPRM PLA の AND アレイの交点消滅故障の検出のためには n 個のテストパターンが必要である.

また，EXOR アレイの交点消滅故障を検出できるテストパターン $\boldsymbol{u} = (u_i, u_2, \ldots, u_n, u'_1, u'_2, \ldots, u'_n)$ は，$u'_j = \bar{u}_j$ であり $(0 \leq j \leq n)$，$\boldsymbol{u}_1, \ldots, \boldsymbol{u}_n$ と異なるテストパターンが少なくとも 1 個必要である.

以上より，図 2 の FPRM PLA の交点故障を検出するためには，少なくとも $(n+1)$ 個のテストパターンが必要である．万能テスト集合はこの FPRM PLA の単一交点故障も検出しなければならないので補題は成り立つ. □

$|T_{FPRM}| = n + 1$ であるので，定理 1 と補題 4 より以下が成り立つ.

[定理 2] T_{FPRM} は FPRM PLA の単一交点故障を検出する最小の万能テスト集合である.

また，PPRM PLA についても T_{FPRM} と同様の万能テスト集合で交点故障が検出可能である (証明略).

2.3 ESOP PLA の単一交点故障検出

ESOP PLA のモデルを示し，その単一交点故障を検出する万能テスト集合 $T_{ESOP}(|T_{ESOP}| = 2n+1)$ を与える.

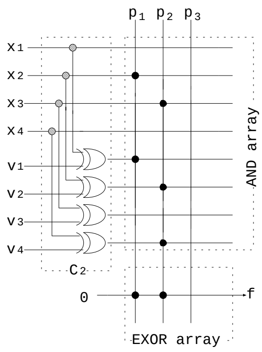

図 3: ESOP PLA のモデル

$$
\begin{aligned}
& T_{ESOP} \\
& \quad = \quad \{\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{t}_2, \ldots, \boldsymbol{t}_n, \boldsymbol{t}_{n+1}, \boldsymbol{t}_{n+2}, \ldots, \boldsymbol{t}_{2n}, \boldsymbol{t}_{2n+1}\} \\
& \quad = \quad
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccccc}
x_1 & x_2 & x_3 & \ldots & x_{n-1} & x_n & v_1 & v_2 & v_3 & \ldots & v_{n-1} & v_n
\end{array} \\
\left\{
\begin{array}{cccccccccccc}
(0, & 1, & 1, & \ldots & 1, & 1, & 1, & 0, & 0, & \ldots & 0, & 0), \\
(1, & 0, & 1, & \ldots & 1, & 1, & 0, & 1, & 0, & \ldots & 0, & 0), \\
 & & & \vdots & & & & & & \vdots & & \\
(1, & 1, & 1, & \ldots & 1, & 0, & 0, & 0, & 0, & \ldots & 0, & 1), \\
(1, & 1, & 1, & \ldots & 1, & 1, & 1, & 0, & 0, & \ldots & 0, & 0), \\
(1, & 1, & 1, & \ldots & 1, & 1, & 0, & 1, & 0, & \ldots & 0, & 0), \\
 & & & \vdots & & & & & & \vdots & & \\
(1, & 1, & 1, & \ldots & 1, & 1, & 0, & 0, & 0, & \ldots & 0, & 1), \\
(1, & 1, & 1, & \ldots & 1, & 1, & 0, & 0, & 0, & \ldots & 0, & 0)
\end{array}
\right\}
\end{array}
\end{aligned}
$$

[定理 3] T_{ESOP} は，ESOP PLA の単一交点故障を検出する万能テスト集合である (証明略).

3 むすび

本研究では，PPRM，EPRM，ESOP を実現する PLA の単一交点故障を検出する万能テスト集合を提案し，FPRM，PPRM についてはその最小性を証明した.

今後の課題は，ESOP PLA の多重交点故障を検出する万能テスト集合を求め，その最小性を証明することである.

参考文献

[1] T. Hirayama, et al. Double Fixed-Polarity Reed-Muller Expressions: A New Clas of AND-EXOR Expressions for Compact and Testable Realization, 情報処理学会論文誌, 第 42 巻, 第 4 号, pp.983–991, 2001.

[2] T. Sasao, Easily Tastable Realizations for Generalized Reed-Muller Expression, *IEEE Trans. Computers*, vol.46, no.6, pp.709–716, 1997.