

α -domination 戦略による非劣解集合からの解候補の抽出法

廣安 知之[†] 三木 光範[†] 金 美和^{††} 渡邊 真也[‡] 奥田 環[‡]

[†]同志社大学工学部 ^{††}同志社大学工学部学生 [‡]同志社大学大学院

1 はじめに

多目的最適化問題では目的関数間にトレードオフの関係がある場合、パレート最適解の集合を求めることが目標となる [1]。得られた解集合の中から意思決定者は選好解を選択する。しかし、得られた解が膨大な場合、すべての解を比較検討し、選好解を決定することは極めて困難な作業となる。そこで本論文では、 α -domination 戦略 [2] と呼ばれる手法を用いて、意思決定者に任意の数の解候補を提示するシステムを提案する。

2 多目的最適化問題

2.1 多目的最適化

多目的最適化問題は、 k 個の互いに競合する目的関数 $f(x)$ を、 m 個の不等式制約条件のもとで最小化する問題と定式化される [1]。

多目的最適化では目的関数が複数存在する。そのため、ある目的関数の値を改善するためには、少なくとも他の 1 つの目的関数の値を改善せざるをえないようなパレート最適解という概念が導入されている。すなわち、多目的最適化はパレート最適解を導出することが目標となる [1]。本論文では、パレート最適解により形成される領域を、パレート最適フロントと呼ぶ。

2.2 選好解の決定

多目的最適化では、パレート最適解を求める最適化計算によって得られた、他のどの解にも劣らない解を非劣解と呼ぶ。そしてこの非劣解集合の中から、意思決定者は選好解を決定する。しかし、解の選好基準が曖昧な場合、意思決定者はすべての非劣解を比較検討する必要が生じ比較作業が困難となる。よって、非劣解集合の中から選好解の候補として少数の解を意思決定者に提示することが望まれる。そこで本論文では、意思決定者に任意の数の解候補を提示するシステムを提案する。

3 α 抽出法

提案するシステムでは、 α -domination 戦略を用いて、得られた非劣解集合の中から任意数の解候補を抽出し、意思決定者に提示する。本論文では、このシステムで用いられる手法を α 抽出法と呼び、また非劣解集合の中から抽出される解を抽出解と呼ぶ。

3.1 α -domination 戦略

α -domination 戦略は、解の優越領域をパラメータ α によって決定するものである [2]。図 1 に α -domination 戦略の概念図を示す。この図に示すように、 α の値が増加すると各解の優越領域が広がる。よってパラメータ α の値を $0 \leq \alpha < 1$ の範囲で増加させた結果、どの解にも dominate されない解は、比較的重要な解であるといえる。そこで α 抽出法は、 α -domination 戦略のパラメータ α を変化させることによって、非劣解集合の中から比較的重要な解を選び出す。

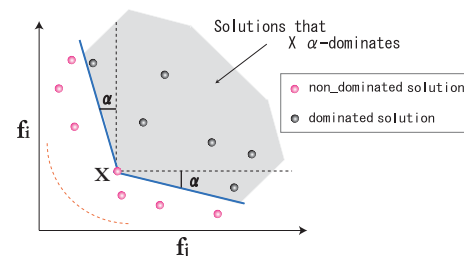


図 1: α -domination

3.2 α 抽出法のアルゴリズム

n 個の解からなる非劣解集合 $N_x (a_n, N_x, x = 0, 1, 2, \dots)$ に対して α 抽出法を適用する手順を示す。

Step1 最適化によって得られた非劣解集合を $N_x (x = 0)$ とする。また、各目的関数の最適値を保持する解に評価値 1.0 を与える。

Step2 非劣解集合 N_x に、 α -domination 戦略を適用する。パラメータ α の値を $0 \leq \alpha < 1$ の範囲で増加させ、他の解に dominate されず最終的に残った解 a_i を抽出解とする。ただし $0 < i < n$ である。

Step3 非劣解集合 N_x の抽出解 a_i に、評価値 R_x を式(1)で与える。

$$R_x = \frac{N_0 \text{の要素数}}{N_x \text{の要素数}} \quad (1)$$

Step4 a_0, \dots, a_i を非劣解集合 $N_{2x+1}, a_i, \dots, a_n$ を解集合 N_{2x+2} とし、 $x = x + 1$ とする。

Solution candidates extraction from non-dominated solutions using α -domination strategy

[†] Tomoyuki HIROYASU (tomo@is.doshisha.ac.jp)

[†] Mitsunori MIKI (mmiki@mail.doshisha.ac.jp)

^{††} Mifa Kim (kim@mikilab.doshisha.ac.jp)

[‡] Shinya Watanabe (sin@mikilab.doshisha.ac.jp)

[‡] Tamaki Okuda (elmo@mikilab.doshisha.ac.jp)

Department of Knowledge Engineering, Doshisha Univ ([†])

Department of Knowledge Engineering, Doshisha Univ (^{††})

Graduated School of Knowledge Engineering, Doshisha Univ ([‡])

1-3 Miyakodani, Tatara, Kyotanabe, Kyoto 610-0321, Japan

Step5 解集合 N_x の全ての解に評価値が与えられていなければ Step2 に戻り，上述の操作を繰り返す。

Step6 評価値の小さな解から選好解候補として意思決定者に提示する。

4 数値実験

提案するシステムの有効性を検証するために，非劣解集合のうち各目的関数の最適値を保持する解の重心から，最も近い非劣解を順次選出する手法との比較を行った。本論文では，この手法を中点抽出法と呼ぶ。

4.1 実験内容

抽出解集合の描く近似曲線とパレート最適フロントの誤差を比較する。対象は 2 目的の最適化問題とし，非劣解集合はすでに得られているものとする。対象問題および非劣解集合の探索方法の説明については紙面の制限から省略する。

まず，得られた非劣解集合に α 抽出法と中点抽出法を適用し，任意数の解を抽出する。この抽出解から 3 次スプライン補間を用いて近似曲線を描く。近似曲線に対して f_1 軸の区間を n 分割し， n 個の点 (f_1, f_2) を選択する。パレート最適フロント $P(f_1)$ と近似曲線 f_2 の値との差を，近似平均誤差 E として式(2)で求める。ただし本論文では $n = 300$ とする。

$$E = \frac{1}{n} \sum^n |P(f_1) - f_2| \quad (2)$$

E の値が小さいほど抽出解はパレート最適フロントを近似できているといえる。

実験データには，パレート最適フロントの形状が凸および非凸となる 2 目的最小化問題の非劣解を用いる。またそれぞれの問題において，探索途中の非劣解のデータと，ほぼパレート最適フロント上に非劣解が存在する探索終了時のデータを用いて比較実験を行う。本実験では，探索途中のデータとして，遺伝的アルゴリズムによる最適化計算で得られた 5 世代目の結果を，また探索終了時のデータには 15 世代目の結果を用いた。

4.2 実験結果

パレート最適フロントの形状が凸で，探索途中のデータを用いた実験結果を図 2 に，探索終了時のデータを用いた実験結果を図 3 に示す。同様にパレート最適フロントの形状が非凸の場合の結果を図 4，図 5 に示す。各グラフの横軸は抽出する解の個数，縦軸は誤差である。

図 2-5 からどの非劣解集合を用いた場合にも， α 抽出法で抽出した解による近似曲線の方が誤差が少ないことが分かる。これは中点抽出法では，中点近傍の

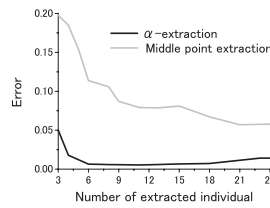


図 2: 凸:探索途中

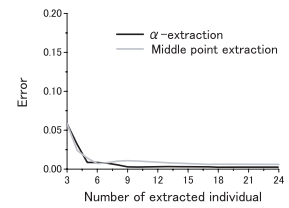


図 3: 凸:探索終了時

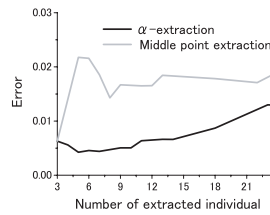


図 4: 非凸:探索途中

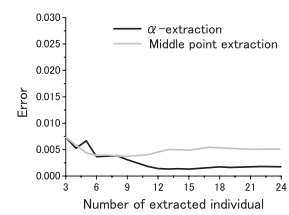


図 5: 非凸:探索終了時

解であれば探索が進んでいない解も抽出してしまうことに対し， α 抽出法では探索の進んだ解，すなわちパレート最適解に近い解を抽出することから，比較的パレート最適フロントに近似的な曲線を描くことができるためである。

図 2，図 3 を比較すると，探索終了時のグラフでは α 抽出法と中点抽出法の差が小さくなっていることが分かる。これは，探索終了時のデータでは，用いている非劣解集合がほぼパレート最適フロント上に存在するため，どちらの抽出法においてもパレート最適フロントを近似しやすい。しかし，探索終了時においても α 抽出法を用いた場合に，よりパレート最適フロントに近い近似曲線を得られている。図 4，図 5 を比較した場合も同様のことがいえる。

5 おわりに

本研究では，多目的最適化によって得られた非劣解集合の中から，選好解の候補を決定するためのシステムを提案した。本システムでは，非劣解集合から α 抽出法により解の抽出を行っている。 α 抽出法は， α -dominaiton 戦略を用いて，非劣解集合の中からどの解にも dominate されない解を抽出する。実験の結果 α 抽出法を用いた場合に，中点抽出法と比較して，よりパレート最適フロントを近似するような解を抽出することができた。このことから α 抽出法は膨大な非劣解集合の中から，解候補の提案を行う有効な手法の一つであるといえる。

参考文献

- [1] 坂和正敏, 田中雅博. "遺伝的アルゴリズム". 朝倉書店, 1997.
- [2] K.Ikeda, H.Kita, and S.Kobayashi, Failure of Pareto-Based MOEAs, Dose Non-Dominated Really Mean Near to Optimal? Congress on EC pp.957-962, 2001