

2R-06 温度並列シミュレーテッドアニーリングにおける重要温度と改悪エネルギーの分布

三木 光範[†] 廣安 知之[†] 吉田 武史[‡] 窪田 耕明^{††}

[†]同志社大学工学部 ^{††}同志社大学大学院 [‡]同志社大学工学部学生

1 はじめに

温度並列シミュレーテッドアニーリング (TPSA)[1] は、最適化アルゴリズムの一つであるシミュレーテッドアニーリング (SA) を改良した並列アルゴリズムである。TPSA では温度スケジュールを自動化でき、しかも並列処理との親和性が高いという特徴を持つが、最高温度、最低温度などの初期設定が解の精度に影響する。

我々はすでに解の精度に対する温度の影響を調べるため、巡回セールスマン問題 (TSP) に関して、解交換を行わない TPSA を用いて重要温度 [2] と平均経路長との関係を明らかにした。しかしながら、なぜ平均経路長が重要温度と関係があるのかについて不明であった。

ここでは、各温度で生じる改悪のエネルギーと重要温度の関係を検証し、平均経路長と重要温度の関係を明らかにし、重要温度が現れるメカニズムを調べる。

2 平均経路長と ΔE の分布

SA では式 (1) に示す Metropolis 基準を用いて確率的に改悪方向の受理判定を行う。 ΔE は状態遷移におけるエネルギーの変化量を示す。

$$A(E, E', T) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{T}\right) \quad (1)$$

我々はすでに TSP において、重要温度と平均経路長に関係があることを示した。一方、式 (1) より温度は ΔE に関係がある。そこで平均経路長と ΔE の関係について検証する。

対象問題として表 1 に示す 5 つの TSP を取り上げ、解交換を行わない TPSA を適用した。各問題の重要温度で得られた最適解の平均経路長と全摂動に関する ΔE の平均の関係を図 1 に示す。図 1 より、平均経路

長と ΔE はほぼ等しい。こうして重要温度と密接な関係があるのは平均経路長ではなく、 ΔE の平均値でなにかと思われる。このことを検証するため次のような実験を行う。

表 1: 対象問題

問題	都市数	最適解
eil51	51	426
kroA100	100	21282
pr152	152	73682
bier127	127	118282
pr76	76	108159

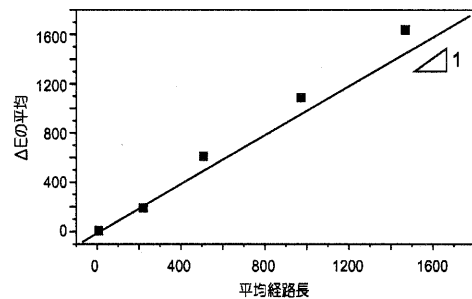


図 1: 平均経路長と ΔE の関係

3 重要な改悪

改悪と解の精度の関係を、異なる受理基準を用いたアルゴリズムを用いて検証する。

指定する範囲の改悪のみ受理する (Method-1)

改悪の受理判定として式 (2) を用いる。

$$A(E, E') = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E_0 \leq \Delta E < \Delta E_0 + h \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

この基準では ΔE が幅 h に含まれるとき 100% の確率で受理する。

指定する改悪以下を受理する (Method-2)

改悪の受理判定として式 (3) を用いる。

$$A(E, E') = \begin{cases} 1 & \text{if } 0 < \Delta E \leq \Delta E_0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

この基準では ΔE_0 以下の改悪を 100% の確率で受理する。

Important Temperature and Distribution of Changing Energy for the worse at TPSA

[†] Mitsunori MIKI (mmiki@mail.doshisha.ac.jp)

[†] Tomoyuki HIROYASU (tomo@is.doshisha.ac.jp)

[‡] Takeshi YOSHIDA (undery@mikilab.doshisha.ac.jp)

^{††} Koumei KUBOTA (southern@mikilab.doshisha.ac.jp)

Department of Knowledge Engineering and Computer Science, Doshisha University (†)

Graduated School of Knowledge Engineering and Computer Science, Doshisha University (††)

Undergraduate student, Department of Knowledge Engineering and Computer Science, Doshisha University (‡)

1-3 Miyakodani, Tatara, Kyotanabe, Kyoto 610-0321, Japan

実験では Method-1 の h を 2 と 0.2 に設定し、各アルゴリズムで ΔE_0 を 0 から 20 まで変化させた。結果を図 2 に示す。図 2 の横軸は ΔE の大きさ、縦軸は得た解の経路長である。なお試行回数は 20 回である。

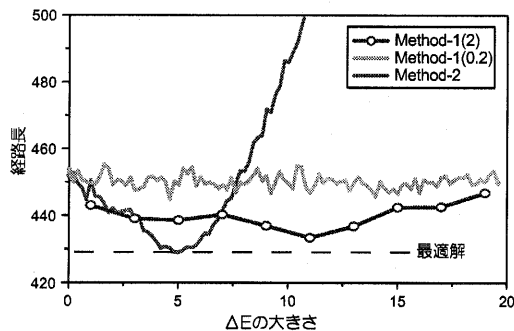


図 2: Method-1 および Method-2 による実験結果

図 2 より、Method-2 では $\Delta E_0=5$ 付近で最適解を得ることができるが、受理する改悪が 5 より小さいと局所解に収束し、5 より大きいと解が収束せず悪くなる。一方、Method-1 では、 $h=0.2$ では改悪をほとんど受理せず局所解に収束するが、 $h=2$ になると改悪を受理することによって解の精度が向上する。しかし、Method-2 で重要と考えられた $\Delta E_0=5$ 付近を受理しても、最適解を得ることはできなかった。つまり、ある大きさまでの改悪以下を受理することが最適解を得ることにつながる。このため *eil51* では 5 以下の改悪が重要な改悪と考えられる。

このことは非常に重要なことで、ある適切なレベルまでの改悪であれば、100%受理しても最適解が得られる。この原理は SA における新しい方法を示唆する。

4 受理確率と改悪

3 節において、重要な改悪以下を受理することで良好な精度を示すことがわかった。しかし、通常の受理判定では Metropolis 基準を用いている。そこで Method-2 における改悪の受理確率を変化させて実験を行う。

4.1 受理確率による比較

改悪の受理確率を 100%、50%、10% に設定して解の精度を比較する。実験結果を図 3 に示す。図 3 の横軸は ΔE の大きさ、縦軸は経路長である。なお試行回数は 20 回である。

図 3 より、どの受理確率においても、 ΔE_0 が重要な改悪の上限 (約 5.0) に近づくとともに、解の精度が向上することがわかる。受理確率が 100% の場合、 ΔE_0 が重要な改悪の上限に達すると最適解を得る。しかし ΔE_0 がその値より大きくなると解の精度が悪くなる。

一方、受理確率が 100% より低い場合には最適解を得る改悪の上限が増加し、 ΔE_0 の範囲が広がることわかった。

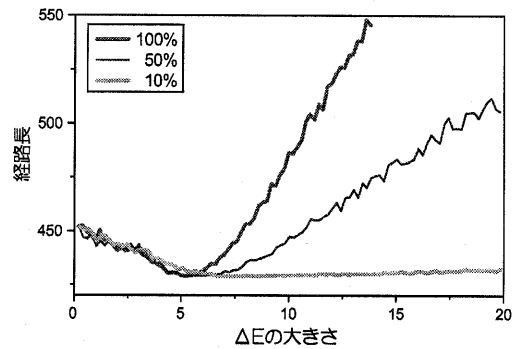


図 3: 受理確率が異なる Method-2

4.2 考察

図 2 と図 3 について考察を行う。図 2 で、ある値以下の改悪を 100% 受理することで最適解が得られることを示したが、この値を決定するには実感が必要である。しかし図 3 に示したように受理確率を下げることで、最適解を得る改悪の上限値の設定が容易になることがわかった。

一方、図 1 において平均経路長と ΔE がほぼ等しい関係を示した。*eil51* の平均経路長の値 (約 8.0) は、図 3 の横軸において 10% の受理確率における重要改悪の上限と考えることもできる。つまり経験則として、 ΔE の平均以下の改悪を 10% の確率で受理することで、良好な解を得ることができる。

一方、Metropolis 基準を用いる場合には ΔE の平均値 (約 8.0) を 10% の確率で受理することから、式 (1) より重要温度の近似値として 3.5 を得る。この値は実験で求めた重要温度に非常に近い値である。よって TPSA において決定困難なパラメータである最高温度、最低温度を、この値を挟む値にすることによって、良好な解を得ることができる。

5 謝辞

本研究は文部科学省科学研究費補助金 (基盤研究 C: No.12650100)、および同志社大学学術フロンティア研究プロジェクトからの研究費を用いて行われた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- [1] 小西健三, 瀧和男, 木村宏一, 『温度並列シミュレーテッドアニーリング法とその評価』, 情報処理学会論文誌, 1995.
- [2] David T. Connolly, 『An improved annealing scheme for the qap.』, *European Journal of Operational Research*, 1990.
- [3] TSPLIB, 1995. <http://softlib.rice.edu/softlib/tsplib/>