

割込み型サーバ同時保留のある ネットワーク型待ち行列の近似解法†

池 原 悟††

計算機システムでは1つのジョブが複数のリソースを同時に保留することがある。このような同時保留のある計算機システムをネットワーク型待ち行列を用いてモデル化し、近似的な解法を提案した。

従来のネットワーク型待ち行列理論では各サーバはお互いに独立して動作することが条件となっており、サーバ間で同時保留のある場合は解析できない。そこで、筆者等はすでに従来のネットワーク型待ち行列(BCMP型)を拡張してアクティブサーバとパッシブサーバからなるネットワーク型待ち行列を考え、両者の間で同時保留のあるモデルについての近似解法を提案した。本論文ではその考えを一歩進め、アクティブサーバ同志で同時保留のある場合を扱ったものである。アクティブサーバとパッシブサーバの同時保留モデルではパッシブサーバへの競合を考慮した解析が必要であったのに対して、アクティブサーバ同志の同時保留のある場合は、同時保留要求処理によって生じる通常処理の遅れと、同時保留要求同志の競合による処理の遅れを考えなければならず、異なった解法となっている。

本解法を用いれば、プロセッサ間で通信処理のある分散処理モデル、IO 割込み処理モデルなどサーバ間に同時保留のあるシステムモデル全体の性能を容易に解析することができる。

1. ま え が き

計算機システムの解析的性能評価の手段として、ネットワーク型の待ち行列理論^{1)~4)}が注目され、分散処理システムモデル^{5), 6)}をはじめとする各種の計算機システムモデルの解析^{7), 8)}に用いられている。この待ち行列は種々のプロセッサや装置類の上を渡り歩きながら処理を受けていくジョブのモデルを解析する上で効力があり、マルチプロセッサ方式、TSS 処理システム、混合ジョブモデルなどの解析にも用いられている。

ところで、これらのネットワーク型待ち行列では、各ステージのサーバはお互いに独立して動作することが仮定されており、1つの呼がステージにまたがって2つ以上のサーバを同時に使用することはできない。計算機システムでは各システム資源が独立でなく、1つのジョブが複数の資源を同時に使用する機会が多い。たとえばCPUはメモリやその上に格納された制御表、ファイルなどの資源を使用してジョブを実行し、入出力装置もCPUに割り込んでCPUを使用する。また分散処理システムなどではプロセッサ間の通信を行うのに送信側と受信側のプロセッサが同一の目的で同時に使用されることがある。

このような同一ジョブによる複数資源の同時保留現象には、同時に保留される資源のタイプに応じて2つのモデルが考えられる。1つは通常独立してジョブを実行することのできるアクティブ・サーバと単独ではジョブ実行能力をもたないパッシブ・サーバが1つのジョブによって同時に使用されるモデルであり、CPUとメモリ、制御表等の関係がこれに代表される。今1つはアクティブ・サーバ同志の同時保留モデルで、プロセッサ間通信やIO割込み処理などで代表される現象である。筆者等はすでに前者の型のモデルについての近似解法を提案した⁹⁾。本論文は後者のタイプのモデルについての近似解法を提案するものである。

アクティブ・サーバ、パッシブ・サーバ間の同時保留ではパッシブ・サーバはアクティブ・サーバから参照されるのみであり、独自に実行するジョブを持たないため、パッシブ・サーバに対するアクティブ・サーバからの参照要求の競合の影響を考慮すれば良かった。それに対して、アクティブ・サーバ間の同時保留ではアクティブ・サーバがほかのアクティブ・サーバを使用するため、アクティブ・サーバに対する同時保留要求の競合のほかに、アクティブ・サーバが同時保留要求を受けつけることによって生じる本来の処理の遅れをも考慮しなければならない。システム内でジョブの多重度が一定に保たれる場合、同時保留されるサーバの本来の処理の遅れがまわりめぐって同時保留要求の発生頻度を減少させる。したがって、アクティ

† Asymptotic Approximation Analysis of Queueing Networks with Multiserver Occupation by Preemption by SATORU IKEHARA (Yokosuka Electric Communication Laboratories, N. T. T.).

†† 日本電信電話公社横須賀電気通信研究所データ通信研究室

ブ・サーバ間の同時保留モデルを解析するにはアクティブ・サーバ、パッシブ・サーバ間の同時保留の場合とは異なった方法が必要とされる。

本論文ではまず第2章でサーバの同時保留のあるネットワーク型待ち行列をサーバのタイプとアクセス競合の性質に着目して分類し、本論文の対象とするモデルを定義する。第3章でそれらのモデルのタイプごとに近似解法を提案する。現実のシステムモデルでは第3章で扱うモデルタイプが混在するケースが多いので、第4章で事例をあげて具体的に解法の適用の仕方を示す。また本解法で得られた結果と、同時保留の負荷を単純に保留時間に加えた場合を比較し、本解法の役割について述べる。

2. サーバ同時保留と解析モデル

2.1 サーバ同時保留現象のモデル化

計算機システムもしくは計算機ネットワーク等において、通常独立して動作する複数の装置またはシステムが単一の目的の為に同時に保留される現象としては以下のものが考えられる。

- ① CPU, CCP (通信制御装置) 間の通信,
- ② IO 装置から CPU への割込み処理,
- ③ その他, マルチプロセッサ, 機能分散システムのプロセッサ間のジョブ連送等に伴う通信,
- ④ 計算機ネットワーク内での複数センタの同時保留,
- ⑤ その他

これらのうち①では CPU の負荷をおさえるため, CCP から CPU へ割り込む契機が設計上の重要なポイントになっており, 端末からのジョブの依頼を即座に CPU に伝える方法やある程度まとめて CPU に伝える方法などが考えられている。②ではチャネルから CPU への割込みに伴うオーバーヘッドをさけるため, IOC (I/O コントローラ) にデバイス側からの要求をためておき, CPU 上でのジョブの切れ目に CPU が IOC を見に行くキューイングチャネル方式などが考えられている。また③は複合計算機を設計する場合の重要なポイントであり, プロセッサ間の通信を少なくするにはどのように1つのジョブを分解してプロセッサに割り当てるかが分散処理システム設計上の重要課題となっている。④はバンキングシステムなどで見られる現象で, ある銀行からほかの銀行口座にある預金を引き出すときなどでセンタ間の同時保留が生じる。

これらのサーバ同時保留現象のうち, 系外からの呼

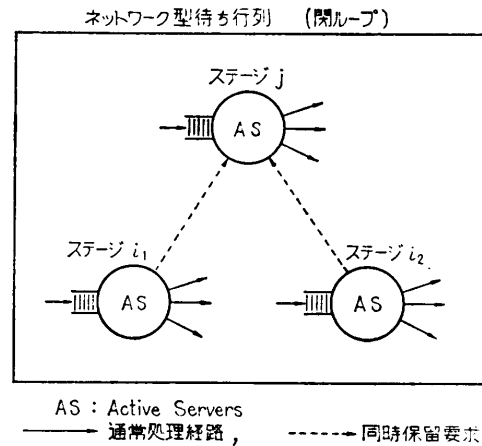


図1 同時保留現象のモデル例

Fig. 1 Example for simultaneous occupation models.

到着がポアソン過程で近似されるような場合, たとえば④などは, 系の平衡状態が存在するときはスループットは外部からの到着率で定まるため, 文献9)の方法を若干拡張すれば解析することができるので, ここでは系内呼数(ジョブ多重度)が一定に保たれる場合, (たとえば①~③ではメモリ容量制限から, そのようなスケジュールが行われることがある)を考える。

さて, 複数の資源をもち, 系内呼数が一定に保たれるシステムにおいて, 1つのジョブが複数の資源を同時に保留することのある場合の動作を図1に示すようなネットワーク型待ち行列でモデル化する。ジョブ(呼)は実線の矢印で示される経路を経て処理されるとする。ジョブの通過経路は閉ループをなし, 系内のジョブ多重度は常に一定に保たれる。図中の破線の矢印は同時保留要求を示す。すなわち, ステージ i_1 または i_2 でジョブが処理される間にステージ i_1, i_2 はステージ j の処理能力の手助けを求め, その間ジョブはステージ i_1 と j もしくは i_2 と j を同時に使用する。

一般に, 破線の同時保留を無視したとき, 系はBC-MP型のネットワーク型待ち行列⁹⁾になるものとする。ただし, この場合, 呼種は1種, 閉ループのみからなるものとする。また, 同時保留は2サーバ間のみでおこるものとし, 同一ジョブが3以上のサーバを同時に保留は考えない。同時保留のあるステージではジョブはFCFS(先着順)に処理されるとする。

以上のモデルを同時保留要求を発生するステージ i とそれを受けとるステージ j のサーバ数等に注目して9つのタイプに分ける。

表 1 同時保留ステージによる分類
Table 1 Classification of multiserver occupation.

ステージ i	ステージ j	サーバ数 n	
		1ステージ	n ステージ
サーバ数 1 (1ステージ)	サーバ数 1 (1ステージ)	A	D
	サーバ数 n	B	E
サーバ数 n	1ステージ	C	F
	n ステージ	G	I

A: 単純同時保留モデル
B: ホモジニアス競合型同時保留モデル
C: ヘテロジニアス競合型同時保留モデル
D~F: 対マルチサーバ型同時保留モデル
G~I: それぞれA~Cに帰着する。

2.2 モデルの分類

今、ステージ i からステージ j へ同時保留要求* が出されるものとする、このモデルはステージ i と j のタイプに着目して表 1 の通り分類される。この表に示されるモデルのうち G, H, I は j 側のステージごとに分解すればそれぞれ A, B, C のモデルに帰着するので、実質的には A~F のモデルが解析できるとよい。A~F のモデルを図に示せば図 2 の通りである。

ところで、これらのモデルのうち D~F では j 側のサーバがマルチプロセッサとなっている。マルチプロセッサのステージではすべてのサーバが同時にビジーである確率は通常小さく、同時保留要求に対して待ちの生じる確率は小さいと思われるので、対象から除外する。以上から、本論文では A~C のモデルを対象とする。

2.3 モデルの定義

BCMP 型ネットワーク型待ち行列を構成するステージ間で図 2 の A~C の型の同時保留のあるモデルを考え、以下の条件を仮定する。

- ① ステージ i , ステージ j では FCFS スケジュール方式で通常処理が行われる。
- ② ステージ i から j への同時保留要求は通常処理に割り込み優先的に処理される。
- ③ ステージ i における通常処理の平均保留時間を h_i とすると同時保留要求は通常処理保留中にランダムに生起し、アクセス回数の平均は h_i 秒当り d_{ij} 回である。
- ④ 同時保留要求 1 回当たりの保留時間は平均 $x_{ij}h_i$ の指数分布をとるものとする。
- ⑤ 同時保留要求同志が競合するときは FCFS で処

* 同時保留の要求を同時保留要求とし、通常のステージでのジョブ処理を通常処理として区別する。

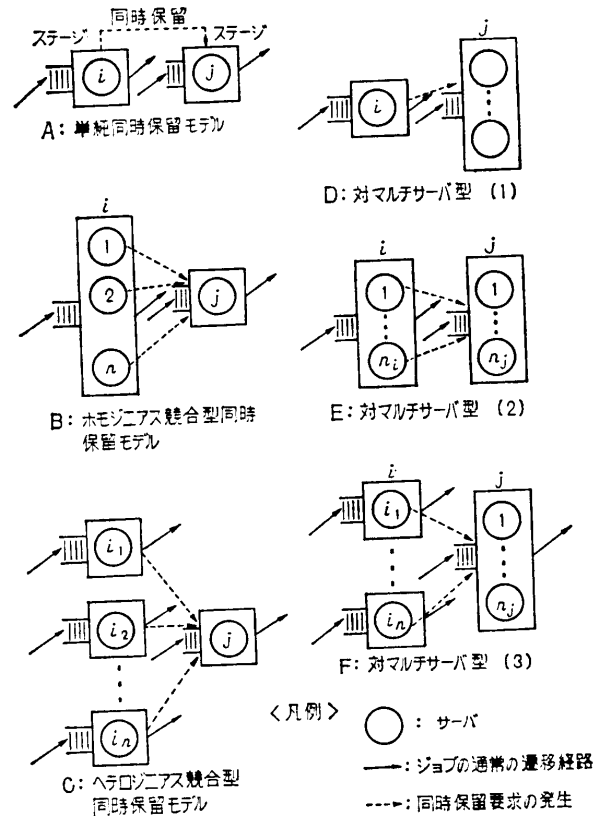


図 2 サーバ同時保留モデルのステージによる分類
Fig. 2 Classification of multiserver occupation.

理され、同時保留要求が待ち状態にあるときはその要求を発生したステージ j のサーバも待ち状態にあるものとする。

3. 近似解法

3.1 単純割込み型同時保留モデルの解析 (A)

この型の同時保留モデルではステージ i からステージ j に出された同時保留要求に競合はなく、ステージ j では通常処理に優先して処理される。その代り、ステージ j の通常処理はステージ i からの同時保留によって遅れが生じる。したがってステージ j の通常処理の遅れが分ればシステム全体の特性が求まる。

さて、ステージ i , ステージ j での通常処理の平均保留時間を $h_i (= 1/\mu_i)$, $h_j (= 1/\mu_j)$ とする。またステージ i, j の使用率が求まったとしてこれを ρ_i, ρ_j で表わす。すると、平衡状態ではステージ i は単位時間当り $\rho_i/h_i (= \lambda_i)$ 件づつ処理を行っていることになる。ステージ i では処理当りステージ j に対して d_{ij} 回、平均保留時間 $x_{ij}h_i$ の同時保留要求を出すから、ステージ j の同時保留の負荷 ρ_{ij} は

$$\rho_{ij} = x_{ij} d_{ij} \rho_i \quad (1)$$

となる。割込み優先型の処理の負荷が ρ_{ij} のとき、非優先処理のサービス率は文献 10) から、

$$\mu_j' = \mu_j(1 - \rho_{ij}) \quad (2)$$

で表される。

すなわち、この型の同時保留モデルでは同時保留される相手側のステージのサービス率 μ_j' が分かれば、このモデルは BCMP 型のネットワーク型待ち行列に帰着し、プログラム QSEC^{11), 12)} によって解析結果が得られることが分かる。ところで、 μ_j' を知るには ρ_i を知ることが必要であるが、 ρ_i は一意には求まらない。ここでもし μ_j', ρ_i が正しく求まったとするとそれらは(1)の関係および BCMP 型待ち行列理論で規定される与えられた待ちモデルの μ_j' と ρ_i の関係を満足するから、適当に μ_j' を仮定して QSEC によりモデルを解析し得られた ρ_i を(1)式に代入して得た μ_j' がもとの μ_j' に一致したとき μ_i, ρ_i は正しく、ほかの特性も正しく求まることが分かる。この点に着目してここでは以下の漸近法によって解を求める。

<解析手順>

① まず、同時保留の無い ($x_{ij} \equiv 0$) モデルを QSEC によって解き ρ_i を求める。

② ステージ j のサービス率を(1)式で計算し、 μ_j' に変えてモデルを解く。

③ その結果得た ρ_i が前に得た ρ_i に必要な精度で一致すれば解析は終了し、一致しなければ一致するまで②をくり返す。

この手順はすべての同時保留のあるステージの組 i と j について同時に実行される。この方法によって得られる ρ_i が真の値に収れんすることはこの系が負のフィードバック系であること、条件から $x_{ij} d_{ij} < 1$ であるため(1)式から得られるフィードバックにはダンピングがかかる*ことを用いて確かめることができる。

3.2 ホモニアス割込み競合型同時保留モデルの解析 (B)

このモデルでは同時保留要求の間で競合があり、ステージ i では一種のブロッキング現象が生じるため、ステージ j が負担する同時処理負荷のほかに、ステージ i での処理の遅れも考慮しなければならない。以下では同時保留要求がホモニアスな有限線群または無限線群で近似できる場合に分けて議論する。

(1) 有限線群近似

図2のモデルBではステージ i の n 個のサーバは均質であるから、各サーバから生起する同時保留要求をランダム生起で近似すれば、同時保留要求は入線有限線群 $M(n)/M/1$ によって表現される。ステージ i の使用率が $\rho_i (0 \leq \rho_i \leq n)$ のときは、前と同様にしてステージ i のサーバ1つ当たり

$$\rho_{ij} = \rho_i x_{ij} d_{ij} / n \quad (3)$$

の呼が処理されていることになる。ステージ j で実際に処理される同時保留要求を ρ_{xj} で表わすと、 ρ_{xj} は

$$\rho_{xj} = n \rho_{ij} \quad (4)$$

である。

ところでステージ i から j への同時保留要求の生起呼空間隔を $1/\lambda_{ij}$ とし平均保留時間を $h_{ij} (= x_{ij} h_i)$ とすると、ステージ j の同時保留での使用率 ρ_{xj} および平均待ち時間 W_{ij}/h_{ij} は $M(n)/M/1$ 待ち行列によって、

$$\rho_{xj} = 1 - 1 / \left\{ \sum_{l=0}^n (n)_l (\lambda_{ij} h_{ij})^l \right\} \quad (5)$$

$$W_{ij}/h_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^{n-1} l (n-1)_l (\lambda_{ij} h_{ij})^l}{\sum_{l=0}^{n-1} (n-1)_l (\lambda_{ij} h_{ij})^l} \quad (6)$$

で表される¹³⁾。ここで平衡状態では(4)式と(5)式の ρ_{xj} は一致するはずであり、 ρ_i が既知とすると(4)式から ρ_{xj} を求め、それを(5)式に用いて λ_{ij} を求める*ことができる。したがって得られた λ_{ij} を(6)式に代入すれば、 W_{ij} を求めることができる。

以上から、本モデルではステージ i と j のサービス率が共に変わり、

$$\mu_j' = \mu_j(1 - \rho_{xi}) \quad (7)$$

$$\mu_i' = \frac{\mu_i}{1 + d_{ij} W_{ij}/h_i} \quad (8)$$

となる。

ここでも前節と同様ステージ i の使用率を求めるには漸近法が必要である。 ρ_i を求めるには前節の手順の②において μ_j' の計算に(7)式を用いるほか、 μ_i' についても(8)式によって計算しおきかえるとよい。

(2) 無限線群近似

同時保留要求に関する競合を有限線群で近似する場合は入線ごとの呼量を計算するのに2分検索もしくはニュートン法のような方法が必要であるが、ステージ i のサーバ数が十分大きく、無限線群 $M/M/1$ で近似

* 真の値を ρ_i^k とし k 回目得られた ρ_i を $\rho_i^{(k)}$ とすると、 $|\rho_i^{(k)} - \rho_i^{(k+1)}| > |\rho_i^{(k+1)} - \rho_i^{(k)}|$ が成立することが導かれる。

* $\lambda_{ij} h_{ij} = h_{ij} / (1 / (\lambda_i d_{ij}) - W_{ij} - h_{ij})$ となり W_{ij} を含むため隔には計算できない。 $\rho_{ij} < 1$ のときは $\lambda_{ij} h_{ij} = \rho_{ij} / (1 - \rho_{ij})$ により近似すると便利である。

できる場合はもっと簡単に W_{ij} を求めることができる。

この場合はステージ j の同時保留の負荷 ρ_{xj} および平均待ち時間 W_{ij}/h_{ij} は

$$\rho_{xj} = \rho_i x_{ij} d_{ij} \quad (9)$$

$$W_{ij}/h_{ij} = \frac{\rho_{xj}}{1 - \rho_{xj}} \quad (10)$$

で表されるから、これらの式を(7)式、(8)式に代入すれば μ_i', μ_j' が求まる。以下前項と同様の漸近法によって真の ρ_i を求めるとよい。

3.3 ヘテロジニアス割込み競合型同時保留モデルの解析 (C)

(1) プロセッサ・シェアリングによる近似

ステージ i_1, i_2, \dots, i_n からステージ j に対して同時保留要求の出されるタイプCのモデルでは、各ステージからの要求は一般に均質ではなく、同時保留要求を解析するのは困難である。そこで、ここではステージ j がタイム・クオンタム無限小の TSS 方式 (プロセッサ・シェアリング) で処理するものとみて良い場合について述べる。

さて、ステージ j において同時保留要求がプロセッサ・シェアリング方式で処理されるときは、ステージ j の同時保留の負荷 ρ_{xj} は

$$\left. \begin{aligned} \rho_{xj} &= 1 - p(\delta) \\ p(\bar{n}) &= |\bar{n}|! \prod_{i=1}^n (n_i \lambda_{ij} h_{ij} + \bar{n}_i) p(\delta) \\ p(\delta) &= 1 / \sum_{\bar{n}} p(\bar{n}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし、

$$\bar{n} = (n_1, n_2, \dots, n_n), \quad n_i = 0 \text{ or } 1$$

$$\bar{n}_i = 1 - n_i$$

で表わされる。また、平均待ち時間 W_{ij} は

$$W_{ij} = \frac{\sum_{\bar{n}, n_i=1} p(\bar{n})}{\lambda_{ij} \sum_{\bar{n}} \{p(\bar{n}) / |\bar{n}|\}} - h_{ij} \quad (12)$$

から求まる。以下、前節と同様にして真の ρ_i を求めれば良い。

(2) 複合ポアソン過程近似

図2のモデルCにおいてステージ i_1, i_2, \dots, i_n のサーバ数が十分大きく、それぞれのステージが λ 線無限と見なせる場合は、同時保留要求は Ryzhikov の方法で解析することができ、ステージ j の同時保留使用率 ρ_{xj} と平均待ち時間 W_{ij} が求まるから、以下同様にしてシステム全体の特性を求めることができる。

4. 事例検討

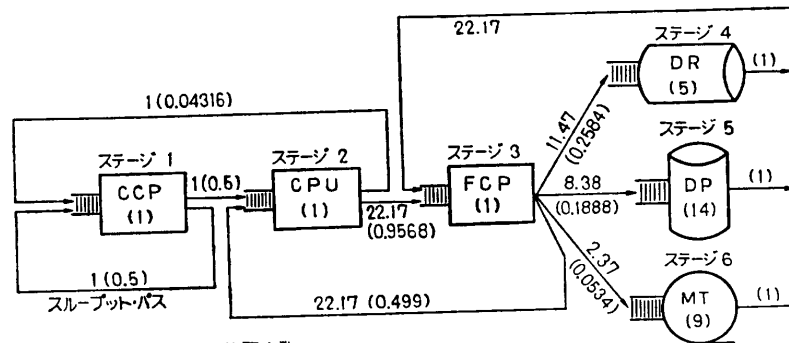
4.1 ジョブ処理モデル

前章で述べた近似解法を3種のプロセッサ CCP, CPU, FCP と3種の I/O 装置 DR, DK, MT からなる分散処理システムに適用する。本システムにおけるジョブ処理モデルを図3に示す。本モデルでは種類のジョブがコンカレントに処理される。モデル記述パラメータの値は表2に示される通りとする。

ここで、サーバの同時保留のある場合として、次の2つの場合に分け、同時保留のシステム性能に与える影響を評価する。

(1) プロセッサ間通信のための同時保留

プロセッサ CCP, CPU, FCP 間でジョブ遷移が行われるとき、遷移元と遷移先のプロセッサ間で同時保留がある場合について評価する。



(注) 装置内数字()は装置台数。
 →: ジョブ経路, ジョブ経路に示した数字はジョブ当りのバス通過回数
 () つかの数字は遷移確率を示す。

図3 評価モデル構成図
 Fig. 3 Evaluation model.

表 2 モデル記述パラメータ
Table 2 Model description parameters.

パラメータ ステージ	サーバ数	ジョブ当りの 通過回数	保留時間 h_i (mS)	サービス率 μ_i (/秒)
1. CCP	1	2	46.40	21.55
2. CPU	1	23.27	3.71	269.54
3. FCP	1	44.34	1.39	719.42
4. DR	5	11.47	17.20	58.14
5. DK	14	8.38	61.70	16.21
6. MT	9	2.37	55.90	17.89

CCP: Communication Control Processor
FCP: File Control Processor
DR: Drum, DK: Disk, MT: Magnetic Tape

表 3 同時保留要求回数 (d_{ij})
Table 3 Number of multiserver occupation call.

ステージ i \ j	1	2	3
1	0	0.5	0
2	0.04316	0	0.9568
3	0	0.499	0

(2) I/O 終了割込み時の同時保留

I/O 終了時に I/O 装置から FCP への I/O 終了割込みが生じ、一定時間 I/O 装置と FCP 間で同時保留がある場合について評価する。I/O 開始時の同時保留については同時保留要求を処理する側のステージのサーバ数が複数であり、空きサーバの存在する確率が大きく、処理の遅れは無視できるものとして考慮に入れない。

4.2 プロセッサ間通信のための同時保留の解析

プロセッサ CCP, CPU, FCP 上でのジョブ処理終了時に遷移先のプロセッサを1回同時保留するとすれば、同時保留要求回数 d_{ij} は表3の通りとなる。

このモデルはタイプAのモデルであり、3.1節の方法で解析できる。

(1) ρ_{ij} の計算

まず、ステージ i がステージ j のサーバを同時保留するための使用率 ρ_{ij} を求めると、

$$\left. \begin{aligned} \rho_{21} &= \rho_2 x_{21} d_{21} \\ \rho_{12} &= \rho_1 x_{12} d_{12} \\ \rho_{32} &= \rho_3 x_{32} d_{32} \\ \rho_{23} &= \rho_2 x_{23} d_{23} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

となる。

(2) ステージ2の競合の解析

このモデルではステージ2にはステージ1,3からの同時保留が競合するので、競合によって生じる待ち時

間 W_{32}, W_{12} を求める。 W_{32}, W_{12} は(11)(12)式から、

$$W_{32} = \frac{\gamma_{12} h_{32}}{1 + \gamma_{12}} \quad W_{12} = \frac{\gamma_{32} h_{12}}{1 + \gamma_{32}} \quad (14)$$

ただし、 $\gamma_{12} = \rho_{12}/(1 - \rho_{12})$, $\gamma_{32} = \rho_{32}/(1 - \rho_{32})$

と求まる。また、ステージ2の同時保留使用率 ρ_{22} は、

$$\rho_{22} = \frac{\gamma_{12} + \gamma_{32} + 2\gamma_{12}\gamma_{32}}{1 + \gamma_{12} + \gamma_{32} + 2\gamma_{12}\gamma_{32}} \quad (15)$$

となる。

(3) μ_i' の計算

そこで各ステージのサービスレート μ_i' を求める。ステージ1については ρ_{21} の負荷と W_{12} の遅れがあるから、 μ_1' は(2)(8)式から

$$\left. \begin{aligned} \mu_1'' &= \mu_1(1 - \rho_{21}) \\ \mu_1' &= \mu_1'' / (1 + d_{21} W_{12} \mu_1'') \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

となる。ステージ2は ρ_{22} を用いて、

$$\mu_2' = \mu_2(1 - \rho_{22}) \quad (17)$$

であり、ステージ3はステージ1と同様にして、

$$\left. \begin{aligned} \mu_3'' &= \mu_3(1 - \rho_{23}) \\ \mu_3' &= \mu_3'' / (1 + d_{32} \mu_3'' W_{32}) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

によって計算できる。

以上から、これらの関係を満足する ρ_i を漸近法によって求めると良い。

(4) 同時保留分を通常処理に加算した場合

前に述べた漸近近似法の代わりに、同時保留処理を単純に通常処理に加える(負荷分離)ことによって近似的にシステムの特性を求める。

この方法によれば各ステージの通常処理の保留時間 h_j が Δh_j だけ増大したものと考えられることから、

$$\left. \begin{aligned} h_j' &= h_j + \Delta h_j \\ \Delta h_j &= \sum_i h_i x_{ij} d_{ij} n_i / n_j \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

とすれば良い。したがって、

$$\left. \begin{aligned} \Delta h_1 &= h_2 x_{21} d_{21} n_2 / n_1 \\ \Delta h_2 &= h_1 x_{12} d_{12} n_1 / n_2 + h_3 x_{32} d_{32} n_3 / n_2 \\ \Delta h_3 &= h_2 x_{23} d_{23} n_2 / n_3 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

によってあらかじめ Δh_i が求められるから、

$$\mu_j' = \mu_j / (1 + \mu_j \Delta h_j) \quad (21)$$

によって各ステージのサービス率を求め、QSECによって解析すれば良い。

(5) 評価結果の比較

以上の方法で図3のモデルを解析した結果とシミュレーション結果を比べて図4~図6に示す。図では同時保留の割合 x_{ij} は

$$x_{ij} \equiv 0.1, 0.3 \quad (22)$$

の2つのケースを示している。

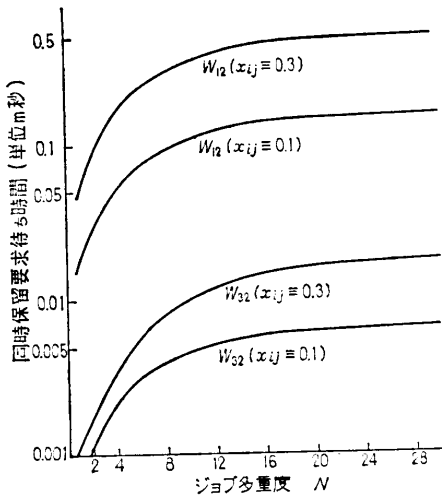


図 4 同時保留要求の平均待ち時間

Fig. 4 Mean waiting time of multiserver occupation.

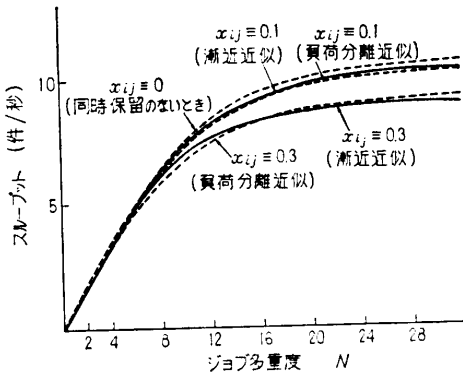


図 5 スループット (通信同時保留モデル)

Fig. 5 Throughput (communication model).

これらの結果から以下の考察が得られる。

- ① ジョブ多重度を増すにつれて同時保留要求の処理量が増大すると共に同時保留要求の平均待ち時間が増し、その結果ステージ 1, 2, 3 の通常処理のサービスレートが見かけ上下がる。
- ② したがって、ジョブ多重度が大きい程、プロセッサ間同時保留の影響によってシステム性能の低下が大きくなる。通常処理の 10%, 30% 分の通信処理があると、システムのスループットはそれぞれ 0~5%, 0~15% 低下し、応答時間はそれぞれ 0~4%, 0~15% 悪くなる。
- ③ 負荷分離による近似法によれば低負荷のときは同時保留の影響が大きく見つもられ過ぎ、負荷の大きいときは逆に小さく見つもられることになる。これは、同時保留要求は同時に使用できるサーバがあると

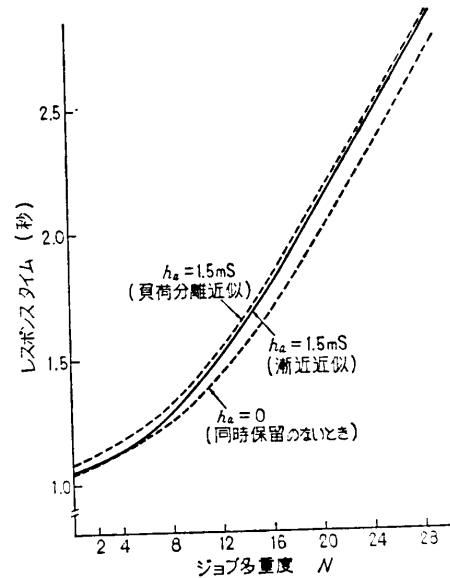


図 6 レスポンスタイム (通信同時保留モデル)

Fig. 6 Response time (communication model).

きは一定時間で同時保留処理が終了するのに対して、これを分離すれば、それぞれ別のサーバ上で別々に同時保留分の処理時間を使用することになり、全体で見れば処理時間がのびるものとして評価されることによる。また、負荷の大きい領域では負荷分離による近似では同時保留要求間のアクセス競合が評価されていない為、逆に実際よりも良い結果になる。

4.3 I/O 終了割込み同時保留の解析

DR, DP, MT における I/O 処理時に各 I/O 装置から FCP へ終了割込みを行い、FCP が割込み処理を行う間、割り込んだ I/O 装置も停止状態となる。この場合、同時保留要求回数 d_{ij} は

$$d_{43}=1, d_{53}=1, d_{63}=1 \quad (23)$$

である。

このモデルでは同時保留要求はヘテロジニアスな割込み競合型のモデルとなり、DR, DP, MT の台数が 1 より十分大きいとして複合ポアソン過程で近似することができる。しかし、本モデルは FCP での割込み処理が I/O 装置種別によらず一定であると仮定すると、単純に 3.2(2) で述べた無限線群で近似することが可能となる。

(1) ρ_{xj}, W_{ij} の計算

上記の理由により、同時保留要求を M/M/1 モデルで近似すると、FCP の割込み処理の負荷 ρ_{x3} は

$$\rho_{x3} = \rho_4 x_{43} d_{43} + \rho_5 x_{53} d_{53} + \rho_6 x_{63} d_{63}$$

で表わされる。ここで条件から、

$$h_{43} = h_{53} = h_{63} \equiv h_a \quad (24)$$

とすると,

$$x_{43} = h_a/h_4, x_{53} = h_a/h_5, x_{63} = h_a/h_6 \quad (25)$$

となり, ρ_{x3} は計算される.

したがって割込み要求の平均待ち時間 W_{43}, W_{53}, W_{63} は(10)式から,

$$W_{43} = W_{53} = W_{63} = \frac{\rho_{x3} h_a}{1 - \rho_{x3}} \quad (26)$$

で表される.

(2) μ_j' の計算

FCP のサービス率は(7)式から,

$$\mu_3' = \mu_3(1 - \rho_{x3}) \quad (27)$$

となり, DR, DP, MT のサービス率はそれぞれ,

$$\left. \begin{aligned} \mu_4' &= \mu_4 / (1 + d_{43} \mu_4 W_{43}) \\ \mu_5' &= \mu_5 / (1 + d_{53} \mu_5 W_{53}) \\ \mu_6' &= \mu_6 / (1 + d_{63} \mu_6 W_{63}) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

で表される.

以上からこれらの関係を満足する ρ_i を漸近法によって求めると良い.

(3) 同時保留分を通常処理に加算した場合

I/O 終了割込み処理を FCP の通常処理の増分として評価すると(負荷分離近似)すれば, 前の例と同様にして FCP の通常処理の平均保留時間 h_3 が

$$\Delta h_3 = (h_a/n_3)(d_{43}n_4 + d_{53}n_5 + d_{63}n_6) \quad (29)$$

だけ増大したものと考えられるから, これを(21)式に代入すれば μ_3' は直接計算できる. そこでステージ3のサービス率を μ_3' として QSEC により直接求める解析結果が得られる.

(4) 評価結果の比較

以上の方法で I/O 割込み処理のある図2のシステムモデルを解析すれば図7~図9の結果を得る. 図では I/O 割込み処理の平均保留時間 h_a として, $h_a = 1.5$ mS の場合を示した.

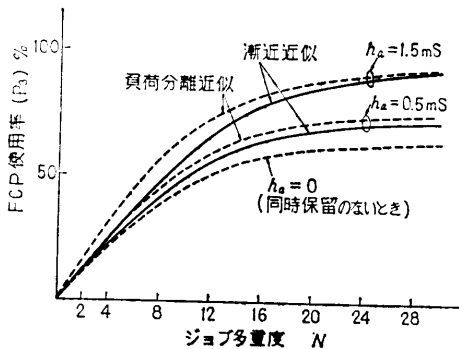


図7 FCP (ステージ3) の使用率 (I/O 割込みモデル)
Fig. 7 FCP utilization (I/O preemption model).

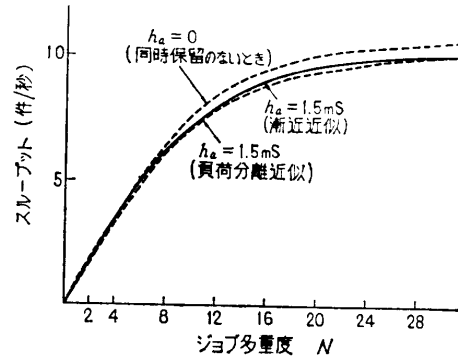


図8 スループット (I/O 割込みモデル)
Fig. 8 Throughput (I/O preemption model).

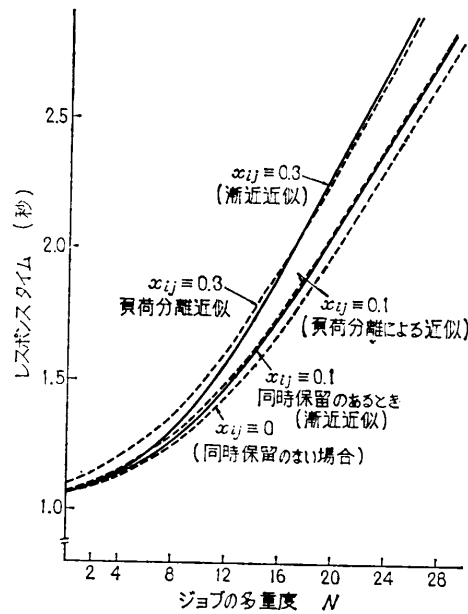


図9 レスポンスタイム (I/O 割込みモデル)
Fig. 9 Response time (I/O preemption model).

これらの結果から前の事例と同様の観察が得られる.

5. あとがき

1つのジョブが2つのハードウェア資源(メモリは除く)を同時に使用することのある計算機システムを解析的に評価する方法として, アクティブサーバ間で同時保留のあるネットワーク型待ち行列の近似解法を提案した. 本論文ではアクティブサーバ間の同時保留現象を, 同時保留要求の発生元と使用される側のステージのタイプに応じて9つのモデルを考え, そのうち, 同時保留現象の影響の比較的大きいとみられる3つのモデルについて近似解法を提案し, それぞれの事例をあげて適用方法を述べた.

本近似解法では、解析モデルを解く段階で以下の近似を行っている。

① 同時保留要求は間歇生起であるところをランダム生起で近似した。

② 優先処理される同時保留要求の通常処理に与える影響を入線無限モデルで近似した。

③ ヘテロジニアスな同時保留要求の場合についてはサーバが PS (プロセッサ・シェアリング) でサービスすることを仮定した。

これらの近似については、それぞれ文献 9), 14) 等で実用上良い精度の結果が得られることが示されており、本解法においても実用上必要な精度の解が得られるものと期待される。本解法による結果と、同時保留要求を各ステージの通常処理に加え込んだ負荷分離法による近似と比較した結果によれば、負荷分離近似は高負荷領域ではかなり精度が良いが、低負荷領域では誤差が大きく、本解法の有効性が示されている。

本解法と文献 9) の方法を組み合わせれば、ハードウェアとソフトウェアから構成され、ハードウェアとソフトウェア間もしくはハードウェア間でサーバの同時保留のある計算機モデルの解析が可能であり、計算機システム評価におけるネットワーク型待ち行列の役割が拡大するものと期待される。

参 考 文 献

- 1) Gordon, W. J. and Newell, G. F.: Closed Queueing Systems with Exponential Servers, *Opr. Res.* 15, No. 2, pp. 254-265 (1967).
- 2) Buzen, J. P.: Computational Algorithms for Closed Queueing Networks with Exponential Servers, *Comm. of the ACM*, Vol. 16, No. 9, pp. 527-531.
- 3) Baskett, F., Chandy, K. M., Muntz, R. R. and Palacios, F. G.: Open, Closed and Mixed Net-

works of Queues with Different Classes of Customers, *J. of the ACM*, 22, 2, pp. 248-260 (1975).

- 4) Reiser, M. and Kobayashi, H.: Queueing Networks with Multiple Closed Chain: Theory and Computational Algorithms, *IBM J. Res. Develop.* pp. 283-294 (May 1975).
- 5) 池原: 待ち行列モデルによる機能分散型分散処理方式の性能評価, *情報処理*, Vol. 18, No. 11, pp. 1102-1109.
- 6) 池原: 分散処理の性能評価, *研究実用化報告*, Vol. 27, No. 10, pp. 2225-2247 (1978).
- 7) Kobayashi, H. and Konheim, A. G.: Queueing Models for Computer Communications System Analysis, *IEEE Trans. on Communication*, Vol. COM-25, No. 1, pp. 2-28 (1977).
- 8) Bard, Y.: An Analytic Model of the VM/370 System, *IBM J. Res. Develop.* Vol. 22, No. 5, pp. 498-508 (1978).
- 9) 池原: パッシブ・サーバをもつネットワーク型待ち行列を用いた計算機の性能評価法, *情報処理学会論文誌*, Vol. 20, No. 2, pp. 105-112.
- 10) Sevcik, K. C.: Priority Scheduling Disciplines in Queueing Network Models of Computer Systems, *IFIP Congress Proceedings* pp. 565-570 (1977).
- 11) 池原, 山田: 汎用ネットワーク型待ち行列解析プログラム QSEC, *研究実用化報告*, Vol. 29, No. 5, pp. 1051-1078 (1980).
- 12) 池原, 山田: 汎用ネットワーク型待ち行列解析プログラム QSEC について, *通信学会部門別全国大会*, 昭 53 年 3 月.
- 13) 雁部: 電話交換トラヒック, *電気通信協会*, 昭和 41 年.
- 14) 池原, 宮崎, 山田: 混合ジョブシステムにおけるスケジュール方式の解析とジョブ多重度の最適化, *信学技報*, EC 80-13 (1980/6).

(昭和 55 年 5 月 9 日受付)

(昭和 55 年 12 月 18 日採録)