6J-03

頂点のもつ可変量均等化を利用した グラフの分割状況に対する辺重要度算出手法

濱田　賢人†　　　篠宮　紀彦†
†創価大学　工学部　情報システム工学科

1 はじめに

グラフにおける辺の重要度は，分野を問わず幅広く研究が行われてきた．例えば，情報通信ネットワークにおける輻輳が生じやすい通信リンクの解析 [1] や，ソーシャルネットワークにおける人間関係の考察 [2] などが挙げられる．

重要な辺はネットワークトポロジの中心に集まりやすいと考えられるため，辺重要度算出の主だった手法に，グラフ理論における中心性が用いられてきた．実際に，中心性は多様なネットワークモデルの解析に用いられている [1].

ネットワーク上の伝搬を考慮したグラフモデルにおける辺重要度は，グラフの頂点がもつ可変量の伝搬を考慮する必要がある．この例として，ソーシャルネットワークにおける噂や話題などに代表される情報が伝搬するモデルが考えられる．情報に対して個人はその価値をみなしている．その価値が大きくなるほど情報伝搬の勢いは大きくなると考えられ，時間が経過するに従ってその伝搬の勢いを失っていく．

中心性の概念が用いられていた従来の研究 [3] では，情報を一つの物体とみなした伝搬操作によって辺重要度を算出する方法が提案されてきた．前述した伝搬の勢いや収束といったような性質を考慮した場合，情報の広めやすさといった辺重要度は従来の中心性と異なる可能性がある．しかし，[2] でグラフが不変ならば中心性は一意に定まると述べられており，以上に挙げた性質を考慮することは出来ない．そこで本研究では，頂点に伝搬可能な可変量をもつグラフにおける，辺の重要度算出手法を提案する．

本稿ではまず，頂点重み均等化と呼ばれる頂点の重み伝搬手法を定義し，その手法を示す．つぎに，この頂点重み均等化手法の均等化時間と辺の関係に着目し，新たな辺重要度の性質の考察および定義を示す．最後に，この辺重要度が示す性質を確認するための検証実験を行う．

2 頂点重み均等化

ここでは，頂点間の重みを交換することによって，全頂点間の重みの差を小さくすることを目的とする．また，情報の伝搬と収束に関する本質的な特徴を分析するために，頂点が自律分散的に重みを交換する手法を用いる．

2.1 定義

グラフ $G(V,E)$ を，頂点集合 $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ と辺集合 $E = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$ からなる二辺連結無向グラフとする．各頂点 v_i は重み $W(v_i) \in \mathbb{R}$ をもち，自身に接続している辺を通じてその重みの一部を隣接頂点に渡せる．頂点は隣接頂点の情報，つまり隣接頂点の重みの情報のみ取得でき，ホップ数が 2 以上離れている頂点の重みの情報を取得できない．重みを送信しても，グラフ上の頂点の重みの総和はグラフ全体で保存されるものとする．このとき，隣接頂点間で複数回の重みの送受信によって，頂点の重みの平均値 $\overline{W}$ と各頂点の重み $W(v_i)$ の差の絶対値を ε (頂点の重みと比べて十分に小さい) 未満にすることを，頂点重み均等化と定義する．また，その状態を重みが収束したと呼ぶ．

Proposition of quantifying edge importance with manipulation of equalizing variables on node
†Kento Hamada　†Norihiko Shinomiya
†Faculty of Engineering, Soka University

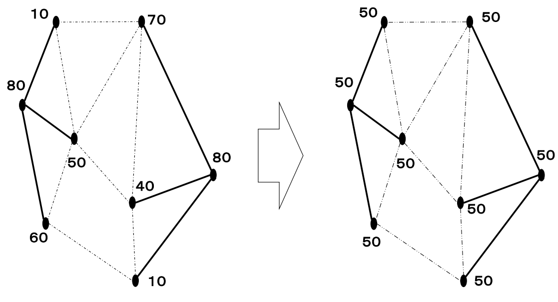

図 1: 局所的な重み均等化

2.2 均等化手法

各頂点が自律分散的に重みを交換する均等化手法の一つとして，グラフのスター構造に着目したアルゴリズムを用いる．このアルゴリズムは，以下の 4 つの段階に分かれている．

(1) 重みの初期化
グラフ上の各頂点 v_i に重み $W(v_i)$ を割り当てる．全ての頂点に重みの割り当てが終了したら，頂点の重みの平均 $\overline{W}$ の情報をもたせる．

(2) スターの生成
グラフ上の全頂点で，自身が中心頂点となるようなスターを生成する．ここで，スターは木構造をもち，中心頂点と葉のみからなるグラフである．中心頂点から各葉までのホップ数は 1 となっている．

(3) スターの彩色
スター間で共有頂点をもっているとき，この二つのスターは隣接しているという．まず，スターの中心に位置する頂点は，他のスターの中心頂点とのメッセージの送受信により，隣接スターを認識する．そして，隣接するスターには異なる色を割り当てるように彩色する．

(4) 局所的な重み均等化
均等化する際には，(3) の操作で同色を割り当てられた全てのスターを選択する．選ばれたスターは，図 1 のように，スターに含まれる全ての頂点の重みの平均値を，頂点の重みとして置き換える．次に，先ほどとは別の色を割り当てられた複数のスターを選択する．その選ばれたスターは，先ほど同じように全ての頂点の重みをその平均値に置き換える．

(4) の均等化操作は，重みが収束するまで繰り返され，この操作 1 回分を 1 ラウンドと定義する．

3 重要度算出

辺の重要度の値を算出する手法として，頂点重み均等化を用いる．2.2 項で述べた均等化手法での収束までのラウンド

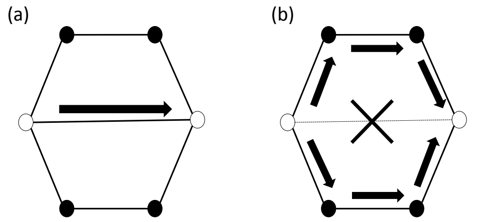

図 2: 辺の有無による重み移動経路の変化

数 t_G が短くなったとき，グラフ G は重みが移動しやすいグラフと言える．よって，G から辺を取り除く前のグラフでの重み収束までのラウンド数 t_G と，辺を取り除いた後のグラフでの重み収束までのラウンド数 $t_{G\setminus\{e_j\}}$ との差は，辺の有無によるグラフ形状変化が与える重みの移動しやすさへの影響度を表している．

またこの差が大きくなった時には，取り除いた辺が重みを伝搬させるときに重要な辺であったことが分かる．例えば，図 2 の (a) のグラフの場合，重みの余剰分は隣接頂点間で直接移動することができるが，(b) のグラフの場合は迂回させる必要がある．そのため，重みが迂回すればあるほど，収束までのラウンド数はより長くなると考えられる．

従って，$t_{G\setminus\{e_j\}}$ と t_G の比を辺 e_j の重要度の値と定義する．辺の重要性の評価値を $D\left(e_j\right)$ とすると，以下の式で表せる．

$$D\left(e_j\right) = \frac{t_{G\setminus\{e_j\}}}{t_G} \tag{1}$$

4 シミュレーション

4.1 概要

シミュレーションを行うグラフモデルとして，頂点数 100 の梯子グラフ，バラバシアルバート (BA) モデルを用いる．頂点 v_i に与える初期の重み $W(v_i)$ として，$[0, 100]$ を満たす実数値をランダムに与えた．また，頂点重み均等化のスターを彩色するアルゴリズムとして，$\Delta + 1$ 頂点彩色アルゴリズム [4] を用いた．このときに，媒介中心性での値と提案手法によって得られた値の比較，考察を行った．

4.2 結果

図 3 は，頂点数 100 の梯子グラフでの，媒介中心性と提案する重要度の関係を示している．媒介中心性が高くなるにつれて，提案する重要度は高くなっていく傾向が確認できる．また，相関係数は 0.885 となっているため，梯子グラフでは，媒介中心性と提案する重要度に相関関係があることがわかる．

図 4 は，頂点数 100 の BA モデルでの，媒介中心性と提案する重要度の関係を示している．媒介中心性が高くなっても，提案する重要度に変化があらわれなかった．媒介中心性が低い箇所に，高い重要度を持つ辺が確認できる．また，このときの相関係数は 0.025 となっているため，BA モデルでは，媒介中心性と提案する重要度は相関関係にないことがわかる．

4.3 考察

まず，梯子グラフにおいて，梯子の側面の部分に位置する辺のもつ媒介中心性は高くなる．梯子グラフでは，媒介中心性が高くなる辺を取り除くと，最短道のホップ数が 3 長くなるような二頂点の組み合わせが多数存在する．すると，3 節で示したように，余剰分の重みが迂回してしまうため，この

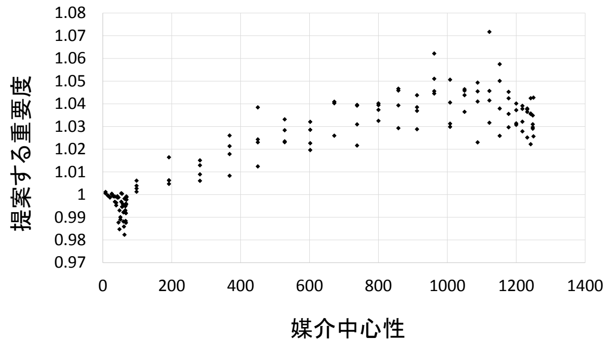

図 3: 梯子グラフ - 頂点数：100

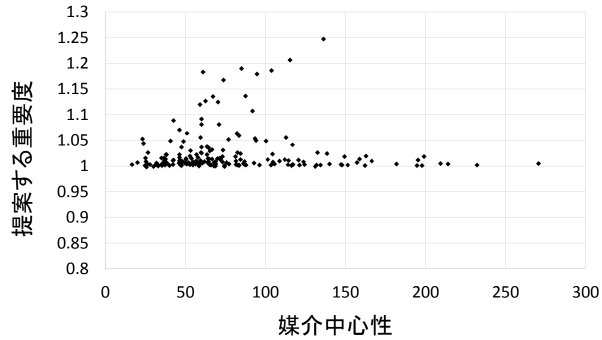

図 4: BA モデル - 頂点数：100

ような辺の重要度が高くなると考えられる．しかし，BA モデルは梯子グラフに比べると密なグラフなので，その辺を通らない複数の最短道が複数存在する．つまり，その辺を抜いても最短ホップ数は変わらない．そのため，一つの辺が取り除かれても $t_{G\setminus\{e_j\}}$ と t_G の差に与える影響が小さい．また，媒介中心性の値が少し小さいときに，提案する重要度の値が大きくなっている辺が存在している．この考察を，今後の課題にする．

5 まとめ

本研究では，ネットワーク上の伝搬における，情報伝搬時の勢いや収束といった性質を考慮するために，頂点重み均等化を定義し，その手法を用いた辺重要度算出方法を提案した．そして，梯子グラフと BA モデルの二種類のグラフでシミュレーションを行い，提案した重要度が高くなる時には，頂点間での迂回路の本数が少なくなることがわかった．

また，今後は実験するグラフを増やし，提案する重要度の性質を明らかにしていく．

参考文献

[1] Mark Newman. *Networks: An Introduction*. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 2010.

[2] Ulrik Brandes and Thomas Erlebach. *Network Analysis: Methodological Foundations (Lecture Notes in Computer Science)*. Springer-Verlag New York, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2005.

[3] Pasquale De Meo, Emilio Ferrara, Giacomo Fiumara, and Angela Ricciardello. A novel measure of edge centrality in social networks. *Knowledge-based systems*, Vol. 30, pp. 136–150, 2012.

[4] Michael Luby. Removing randomness in parallel computation without a processor penalty. In *Foundations of Computer Science, 1988., 29th Annual Symposium on*, pp. 162–173. IEEE, 1988.