

IE-3 量子計算のシミュレーション実験

徳永 裕己 長井 歩 山崎 智弘 今井 浩
東京大学大学院理学系研究科情報科学専攻

1 はじめに

量子状態は非常に不安定で、量子計算機の実現の研究は困難を極めている。それに対し、既存の計算機を用いて量子計算のシミュレーションをする意義として次のようなことが考えられる。(1) 実際にアルゴリズムを動作させてどのように振る舞うかの認識を得て、新たな知見を得る [1, 5, 7]。具体的には、理論的解析が厳密に難しい点について、シミュレーションにより数値解を得て実験解析する、量子アルゴリズムを考案する際に様々な部分をシミュレートして感触を得ながら開発する、などである。(2) 量子計算特有のデコヒーレンスによるエラーがどのくらい大きくなるかをシミュレートし、エラーの特徴、回路のロバスト性を調べる [2, 5]。これによって、量子回路設計・最適化に有益な知見を得る。(3) 将来、量子コンピュータの実現に有望な物理系が出来たときにその物理系の特徴を組み込んで予備実験として用いる。シミュレータの直接的応用として、当面実現できていない数十量子ビットの問題に対して事前に正確な数値解を与えることができ、実験の正しさの検証に用いることができるとともに、量子デバイスのモデル化を通して物理実験補助に有益な情報を提供できる。

本研究では、上述の目的を達成する第一歩として、汎用的な量子コンピュータのシミュレータの開発を目指し、計算環境として通常のワークステーション上で動くものを開発した。このシミュレータは 1999 年 5 月より開発されている。量子回路を模倣するよう構成されており、量子ビットは直接的に表現している。これにより、量子計算の過程での情報が全て見てとれる。汎用性から量子回路の物理系の特徴的な誤差などを組み込んだシミュレーションを行うこともできる。

量子計算シミュレーションは、既に研究されている。量子回路模倣の、インタフェースも充実したシミュレータも販売されている [4]。並列シミュレータ [3]、量子計算コンパイラ [6] もある。本研究のシミュレータは、研究用に開発し、公開ソフトとしても提供するものである。また、FFT 導入など数値計算の技法の一部をそのまま用いることにより、以下にも示すように汎用で大規模な実験が当初より可能となっている。デコヒーレンスの物理モデル導入など、さらなる高度化を検討している。

本稿では、この汎用シミュレータを用いて、Shor の素因数分解アルゴリズムとその変形のシミュレーション実験と成功確率の検証を行えるという結果と、また Grover のアルゴリズムなどに位相エラーを入れてデコヒーレンスの実験を行った結果についてまとめる。

実験は Solaris2.6, Ultra SPARC II 360MHz, メモリ 2GB にて行なった。言語は C++ を使用した。一つの振幅保存に対して実部、虚部の二つの倍精度浮動小数点を用いるため $2 \times 8B = 2^4B$ のメモリを使う。途中計算のために $2 + \alpha$ 倍のメモリが必要である。 n 量子ビットで 2^n 個の振幅を持つので $2GB = 2^{31}B$ のメモリで可能な最大の量子ビット数は 25 量子ビットとなる。

2 Shor の素因数分解アルゴリズムの実験

複数の値に対して素因数分解の実験を行い、実験成功確率と理論保証確率を比較した (表 1)。437 など実験成功確率が理論保証確率の約 2.46 倍とる場合もあり、かなり良い理論保証になっているときもあることが分かった。

表 1: Shor アルゴリズムの実験成功確率と理論保証確率の比較

n	実験成功確率	理論保証確率	実験/理論
$221=13 \times 17$	0.4251	0.0675	6.29
$323=17 \times 19$	0.3564	0.0648	5.50
$437=19 \times 23$	0.1556	0.0630	2.46
$667=23 \times 29$	0.2013	0.0607	3.31

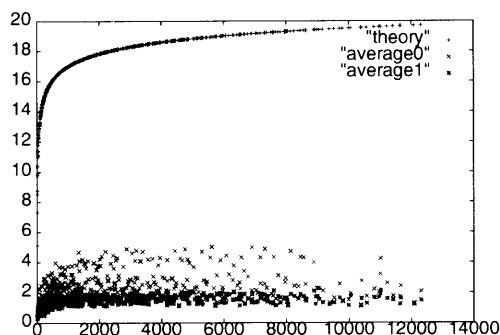


図 1: Shor アルゴリズムの反復回数理論値と実測による平均値 (横軸が素因数分解する数、縦軸が素因数分解が成功するまでの繰り返し回数)

より詳しい状況を調べるため我々は Shor のアルゴリズムの専用のシミュレータも作成した。これは汎用シミュレータのようにメモリが指数的に増加しないのでさらに大規模な実験ができる。図 1 は 100 程度までの 2 つの素数をかけあわせた数それぞれに対して Shor のアルゴリズムを 1000 回ずつ適用し、素因数が得られるまでの試行回数の平均値を求めたものである。図における“theory”, “average0”, “average1” はそれぞれ、「一般的な場合の理論値」, 「Shor のアルゴリズムをそのまま実装したものによる平均値」, 「正しくない位数が得られた場合に次に得た位数との最小公倍数をとるように Shor のアルゴリズムを改良して実装したものによる平均値」を表している。図を見ると理論値の緩さが観察され、元のままの実装では試行回数にばらつきが見られたが、この原因は数

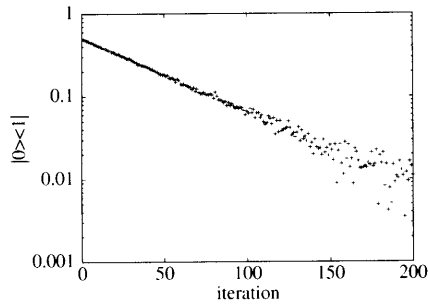


図 2: 位相エラーによる非対角項の減少

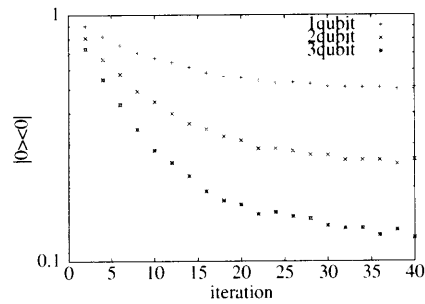


図 3: WH 変換繰り返し中の位相エラーによる $|0^k\rangle\langle 0^k|$ 項の減少, $\alpha = 0.1$

論解析部に要因がある。また改良アルゴリズムで反復回数が減少する効果も見られた。

3 位相エラーによるデコヒーレンス実験

デコヒーレンスの最も単純なモデル化の一つとして位相エラーの実験を試みた(細谷 [2] 参照)。

3.1 位相エラーのシミュレーション

1 qubit に対し単純に位相エラーのみが起これ続ける場合である。シミュレータによる実験結果が図 2 である。純粋状態のシミュレーションなので、確率的に位相エラーを起こして 1 万回シミュレーションを繰り返しそれぞれの密度行列の $|0\rangle\langle 1|$ 項を計算し、その平均値をとっている。

3.2 WH 計算中の位相エラーのシミュレーション

WH 変換を繰り返し実行中に位相エラーが起きるとする。

$|0^k\rangle$ から上の変換を繰り返したときの偶数回のときの密度行列の $|0^k\rangle\langle 0^k|$ 項の減少の様子シミュレーション結果を図 3 に示す。

3.3 Grover のアルゴリズムにおける位相エラーのシミュレーション

Grover のアルゴリズムの繰り返しの 1 ステップ (G 変換と呼ぶ) に対して、位相エラーが各 qubit に対してある確率で起きるとする。図 4 は 3 qubit における Grover のアルゴリズムの計算中に位相エラーが各ビットに確率 0.1 で起きるときのシミュレーション結果である。実線がエラーのない理想状態のときの所望の状態の観測確率の推移の参考で、点線がシミュレーションである。Grover のアルゴリズムを繰り返すにつれ、位相エラーにより理想状態と比べて減衰していく様子がうかがえる。図 5 は 8 キュービット 256 基底状態において、Grover のアルゴリズムと上記の WH 変換の位相エラー

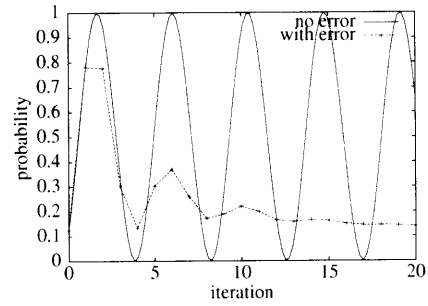


図 4: G 変換繰り返し中の位相エラーによる観測確率の変化

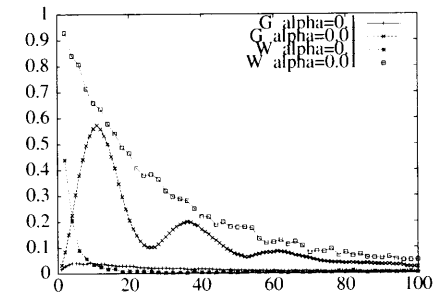


図 5: G 変換と WH 変換におこる位相エラーの比較

による観測確率の減少の比較である。Grover のアルゴリズムは所望の解の観測確率をプロットしてある。エラーがなければ 1 に近い値を周期的に取るはずである。WH は $|0..0\rangle$ の初期状態から始めて、密度行列の $|0..0\rangle\langle 0..0|$ 項をプロットしてある。こちらはエラーが無ければ 1 を保つ。位相エラーにより同様な減少をしていることから Grover のアルゴリズムも位相エラーによって、上記の WH の繰り返しの解析と同じような減少の過程をとると考えられる。

謝辞 デコヒーレンスについて、細谷暁夫先生、吾妻広夫さんに多くのことを教えて頂きましたことを感謝します。

参考文献

- [1] 渥美賢嗣, 西野哲朗. 因数分解に対する量子アルゴリズムのシミュレーション. 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J81-A, pp. 1670-1677, 1998.
- [2] 細谷暁夫. 量子計算とデコヒーレンス. 第 3 回量子情報技術研究会資料, 2000.
- [3] K. M. Obenland and A. M. Despain. A parallel quantum computer simulator, Proc. of the High Performance Computing'98, 1998.
- [4] 亘香通商. <http://www.senko-corp.co.jp/qcs/>
- [5] 徳永裕己, 長井歩, 山崎智弘, 今井浩. 量子計算汎用シミュレーションシステム. 第 3 回量子情報技術研究会資料, 2000.
- [6] R. P. Tucci. A rudimentary quantum compiler, 1999. Los Alamos eprint quant-ph/9902062.
- [7] C. P. Williams and S. H. Clearwater. *Explorations in Quantum Computing*. Springer-Verlag, 1998.