

フライトシミュレーションによる 方向転換時の曲線の当てはめ*

星 仰 田口亜希彦†

茨城大学‡

1 はじめに

従来、地表上のフライトシミュレーションの方向転換では、円弧カーブがよく用いられてきた。しかし、直線と円弧カーブを接続した場合に、接続点において曲率半径が無限大からある値（円弧カーブの半径）に急に変化してしまう。そこで曲率半径の急な変化を防ぎ滑らかな方向転換を行うために、直線と円弧カーブとの間に、両端において接続する線と共通の接線を持ち、かつ曲率半径は始点において無限大、終点において円弧カーブの半径に等しい線が必要となる。すなわち、緩和曲線が必要となる。そこで、本研究では直線と円弧カーブとの間に緩和曲線を挿入し、フライトシミュレーションなどにおいて滑らかな方向転換を行う方法について述べる。

2 緩和曲線の取得方法

緩和曲線を挿入するにあたり、その種類としてはクロソイド曲線、三次放物線、レムニスケート曲線などが考えられる。これらの緩和曲線についての概要を述べる。

2.1 クロソイド曲線

クロソイド曲線は、等速で進行する自動車においてドライバーがハンドルを等角速度で回すときの自動車の走行軌跡とほとんど同じ形になるために、道路設計によく用いられる緩和曲線である。この曲線は2つの値を指定することによって求めることができる。この曲線は曲率半径 r とその弧の長さ l と接線角 τ の関係で表される。これは $l=0$ において $r=\infty$ 、 $l=L$ において $r=R$ となり、 r と l が反比例する曲線となる。この関係を式(1)に示す。

$$rl = RL = A^2 \quad (A: \text{定数}) \quad (1)$$

ここに、 R はクロソイド曲線の終点における曲率半径、 L はその弧の長さである。ところで、クロソイ

* "Application of the Curved Line at Direction Change Using Flight Simulation"

† Takashi Hoshi and Akihiko Taguchi

‡ Ibaraki University, 4-12-1 Naka-narusawa, Hitachi, Ibaraki 316-8511, Japan

ド曲線上の $p(x, y)$ の値は式(2)から導き出される。

$$dx = dl \cos \tau \quad dy = dl \sin \tau \quad (2)$$

上記の τ はクロソイド曲線の接線の角度である。これを書き直して積分すると式(3)、(4)のようになる。

$$x = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^\tau \frac{\cos \tau}{\sqrt{\tau}} d\tau \quad (3)$$

$$y = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^\tau \frac{\sin \tau}{\sqrt{\tau}} d\tau \quad (4)$$

これを無限級数に展開すると次のような式が導き表され $p(x, y)$ を得ることができる。

$$x = A\sqrt{2}\tau \left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \frac{\tau^6}{9360} + \dots \right) \quad (5)$$

$$y = A\sqrt{2}\tau \left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \frac{\tau^7}{75600} + \dots \right) \quad (6)$$

ここでは、式(5)、(6)の括弧内の第3項以降は非常に0に近い値となるので第3項以降は省いて計算する。

2.2 三次放物線

三次放物線は三次螺旋より得られ、鉄道によく用いられる緩和曲線である。接線角 τ が約 24° のときに曲率半径が最大になるため、それ以上の部分では使用することができない。この緩和曲線は交角、主接線長、三次放物線の終点における曲率半径、 x 軸方向の大きさ、 y 軸方向の大きさの中から3つを指定することによって決定することができる。まず、三次放物線を得るにあたり2つの三次放物線の交角 I と三次放物線の x 軸方向の大きさ X を決定しておく。三次螺旋は式(2)において $\sin \tau \approx \tau$ とおき、それを積分することによって得ることができる。

$$y = \frac{l^3}{6RL} \quad (7)$$

三次放物線の式は $l = x$ 、 $L = X$ とおくことによって次式が得られる。

$$y = \frac{x^3}{6RX} \quad (8)$$

また、曲線長 l に対する x 座標は式(9)となる。

$$x = l - \frac{l^5}{40R^2X^2} \quad (9)$$

式(8)、(9)より三次放物線上の $p(x, y)$ を求めることができる。

2.3 レムニスケート曲線

レムニスケート曲線は、曲率半径の小さくなる度合いがクロソイド曲線よりも小さく、三次放物線よりも大きい曲線である。この曲線は、2つの値を指定すれば曲線の大きさと曲線上の座標の位置を指定することができる。また、接線角は 135° まで適用できるので、比較的半径の小さい市街鉄道や地下鉄道によく用いられる。レムニスケート曲線を得るために、レムニスケート曲線の終点、すなわちレムニスケート曲線と円弧カーブの接続する点における動径 P と2つのレムニスケート曲線の交角 I を決定しておく。動径を求めておくことによってレムニスケート曲線長を式(10)より導くことができる。

$$l = \int_0^P \frac{d\rho}{\sqrt{1 - \rho^4/a^4}} \quad (a: \text{パラメータ}) \quad (10)$$

また、レムニスケート曲線は曲率半径が動径に反比例する緩和曲線であり、その式は次のように示すことができる。

$$\rho^2 = a^2 \sin 2\delta \quad (11)$$

ここに、 δ は動径の角度である。この式から δ を導くことによって式(12)のレムニスケート曲線上の座標の位置を指定することができる。

$$x = a\sqrt{\sin 2\delta} \cos \delta \quad y = a\sqrt{\sin 2\delta} \sin \delta \quad (12)$$

3 適用例

これまで述べてきた緩和曲線の形状を図1に示す。左の曲線から順次、円弧カーブ、クロソイドを用いた曲線、レムニスケートを用いた曲線、三次放物線を用いた曲線を示している。ここでは、円弧カーブの半径 $R = 500$ 、交角 $I = \pi/2$ とし、それぞれの緩和曲線を得るための初期値として、クロソイド曲線の場合はクロソイド曲線長 $L = 500$ 、三次放物線の場合はその x 軸方向の大きさ $X = 600$ 、レムニスケート曲線の場合はレムニスケート曲線の終点における動径 $P = 600$ とした。そして、それらの曲線上から距離 $l = 20$ ごとに測点に相当する位置を抽出した場合の結果を表1に示す。なお、ここで用いている画像は標高データから得られたデータをカラーコード化して作成したものであり、図1の画像は大分県付近を背景に

示している。この結果、表1からも分かるように、緩和曲線と円弧カーブを用いた曲線は、円弧カーブのみの曲線よりも方向転換に要する距離が長くなり、かなり緩やかに行うことができる。

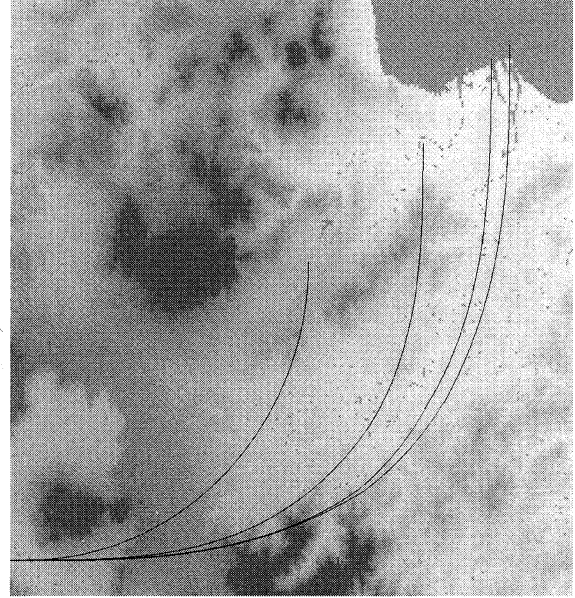


図1：緩和曲線の適用例

表1：曲線上の点の数

曲線名	点の数
円弧のみ	3 9
クロソイド曲線	6 3
三次放物線	7 4
レムニスケート曲線	7 1

4 おわりに

本研究では曲線の交角を $\pi/2$ の場合について行った。しかし、様々な方向への方向転換が考えられるので、その場合は緩和曲線の設置法が参考になろう。

参考文献

- [1] 星 仰：“地形情報処理学”、森北出版株式会社、pp.101~125、1991
- [2] 森 忠次：“測量学2 応用編”、丸善株式会社、pp.216~230、1981
- [3] 佐島 秀夫、新井 春人：“測量(下)”、コロナ社、pp.131~147、1964