

## 透明物体表示のための改良光線追跡法†

安田孝美<sup>††</sup> 横井茂樹<sup>††</sup> 鳥脇純一郎<sup>†††</sup>  
 鶴岡信治<sup>††††</sup> 三宅康二<sup>††††</sup>

透明な物体を表示するとき、光の反射のほかに、透過・屈折効果表現する必要がある。これら表現する方法として、従来 T. Whitted が光線追跡法 (ray tracing algorithm) を考案している。これは、視点に対し、ある視線方向から入ってくる光線を物体表面上での光の反射および屈折を考慮し、その光線のある閾値まで逆方向に追跡しつつ輝度計算を行うもので、かなり現実感のある結果を与える。しかし、この方法では、反射率および透過率を一定値に定めているため、光の反射および屈折の割合が物体表面全体で等しくなり、透明質感が損われることがある。本来、反射率は物体の屈折率と入射角とで決定される量で、フレネルによる反射法則で与えられる。本文では、この光線追跡法にフレネルの反射法則に基づく反射率を導入し、透明な物体の表示において、より現実感のある表示画像を得る方法について述べる。また、この反射法則の導入による計算時間の増加は、それほどないことが明らかになった。フレネルの反射法則による反射率を用いた改良光線追跡法による生成画像と、一定反射率のものとの比較し、本方法の有効性について述べる。

## 1. まえがき

透明または半透明な物体は、それを通して背後の物体を見ることができる。これは、背後の物体から出た光がその物体を透過してくるためである。このとき、物体境界において光は曲げられ (屈折効果)、背後の物体が歪んで見える。

そこで、透明または半透明な物体を表示するときには、光の反射のほかに、透過・屈折効果表現する必要がある。これら表現する方法として、従来、T. Whitted が光線追跡法 (ray tracing algorithm) を考案している。これは視点に対し、各視線方向から入ってくる光線を視点から逆にたどるものであり、表現能力の高いアルゴリズムである。しかし、彼の方法では反射率および透過率を一定値にしているため、光の反射および透過の割合が物体表面全体で一様となり、透明な物体の質感が十分に表現されず、不自然さが残る。一方、文献 2) では反射率および屈折率を入射角の関数としているが、その与え方は明らかにされていない。ところで、反射率は本来、物体の屈折率と光の

入射角とで決定される量であり、フレネルの反射法則で与えられる。

本文では、この光線追跡法にフレネルの反射法則に基づく反射率および透過率を導入し、透明物体の表示においてより現実感のある画像を得る方法 (改良光線追跡法) を開発したので、その方法について述べる。なお、文献 1) で Whitted はフレネルの反射法則を利用する可能性は指摘しているが、具体的な方法は示しておらず、この法則を用いたアルゴリズムを述べるのは本論文が最初である。

## 2. T. Whitted の光線追跡法

光線追跡法は、図 1 に示すように、視点に対し、各視線方向 (視点と表示画面 (投影面) 上の各画素を結ぶ直線) から入射してくる光線を、物体表面での光の反射および屈折を考慮しながら、視点から逆方向にたどり、輝度計算を行うものである。

輝度計算の基本式は、次のように与えられている。物体表面の一点から出てくる光の強度  $I$  は、

$$I = I_a + k_d \sum_{j=1}^l (N \cdot L_j) + k_s S + k_t T \quad (1)$$

で与えられる。

ただし、

$I_a$ : 背景光による反射光

$k_d$ : 拡散反射係数

$l$ : 光源の個数

$N$ : 対象点での面の単位法線ベクトル

$L_j$ : 光源  $j$  の方向の単位ベクトル

† An Improved Ray Tracing Algorithm for Rendering Transparent Objects by TAKAMI YASUDA, SHIGEKI YOKOI (Department of Information Science, Faculty of Engineering, Nagoya University), JUN-ICHIRO TORIWAKI (Department of Electronics Engineering, Faculty of Engineering, Nagoya University), SHINJI TSURUOKA and YASUJI MIYAKE (Department of Electronics Engineering, Faculty of Engineering, Mie University).

†† 名古屋大学工学部情報工学科

††† 名古屋大学工学部電子工学科

†††† 三重大学工学部電子工学科

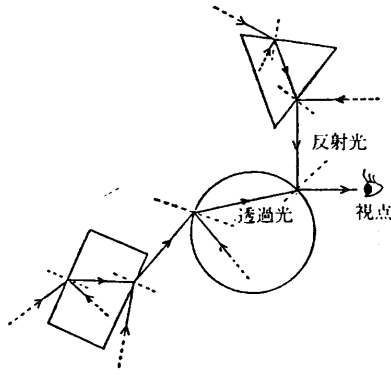


図1 光線追跡法  
Fig. 1 Ray tracing algorithm.

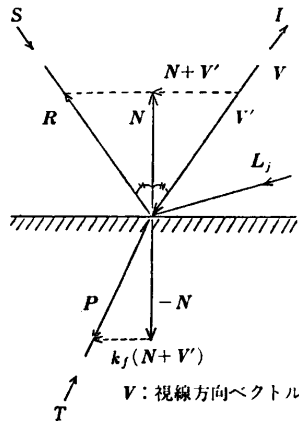


図2 光線追跡法での基法ベクトル  
Fig. 2 Fundamental vectors for ray tracing algorithm.

$k_s$ : (鏡面反射) 反射係数 (一定値)

$S$ :  $R$  方向からの入射光強度

$k_t$ : 透過係数 (一定値)

$T$ :  $P$  方向からの入射光強度

ここで、 $R$  方向は視線方向ベクトル  $V$  に対する正反射方向、 $P$  方向は  $V$  方向に対する透過方向である。これらの方向を与えるベクトル  $R, P$  はスネルの法則を用いて求められ、次式で与えられる (図2)。

$$R = V' + 2N \quad (2)$$

$$P = k_t(N + V') - N \quad (3)$$

ただし、

$$V' = \frac{V}{|(V, N)|} \quad (4)$$

$$k_t = (n^2 |V'|^2 - |V' + N|^2)^{-1/2} \quad (5)$$

$n$ : 屈折率

鏡面反射光  $S$  と透過光  $T$  を逆にたどると、次に到達する物体の境界面で再び反射と透過の2方向に分岐する。したがって、ある視線方向から視点に入射する

光を逆方向にたどると、視点を根とする光の木構造が求められる。ここで、木構造は記憶容量が許すだけの深さまで求まる。実際の輝度計算では、最初に、分岐する点の座標と分岐方向を含む木構造を求めておき、木構造の葉から順次 Bottom upして計算していき、最後に木構造の根の部分での光の強度を求める。

### 3. 改良光線追跡法

ここでは、純粋な透明物体を表示するために、Whittedの光線追跡法を改良したアルゴリズムを述べる。

#### 3.1 改良光線追跡法

純粋な透明物体では拡散反射 (内部反射) は起こらないので、Whittedのモデルで、第1項 (背景光による反射光) および第2項 (拡散反射光) は省いてよい。

さらに、Whittedのモデルでは反射率および透過率を一定にしているが、透明物体表面でのこれらの係数を厳密に求めるには、フレネルの反射法則を用いる必要がある。これらの点を考慮して、次のようなモデルを考案した。

物体表面の一点からある方向に出てくる光の強度  $I$  は、次式から求められる。

$$I = k_s S + k_t T \quad (6)$$

ただし、

$$k_s = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{C_i - n C_r}{C_i + n C_r} \right)^2 + \left( \frac{n C_i - C_r}{n C_i + C_r} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

$$k_t = 1 - k_s \quad (8)$$

$$C_i = \cos \theta$$

$$C_r = \cos \varphi$$

ここで、 $S, T$  はそれぞれ反射光、透過光の強度であり、これらの方向は Whitted のモデルと同じである

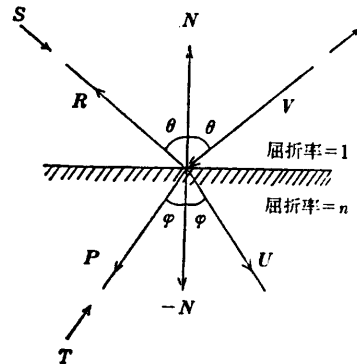


図3 改良光線追跡法における基法ベクトル  
Fig. 3 Fundamental vectors for improved ray tracing algorithm.

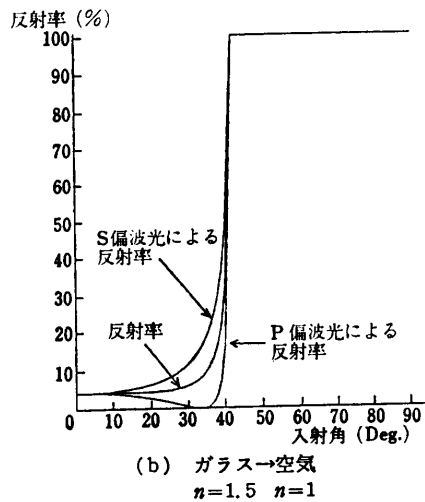
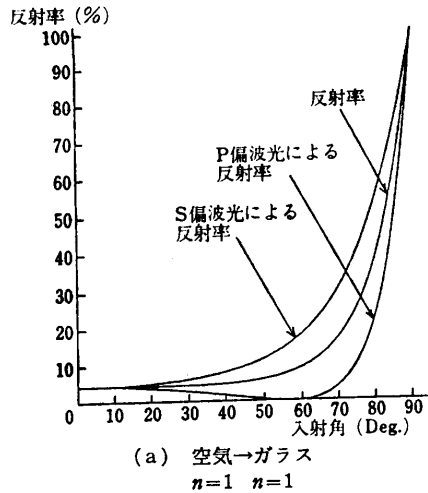


図 4 反射率の入射角による変化  
Fig. 4 Angle of incidence dependences of reflectivity.

(図 3).

上式を基本として、光線追跡は Whitted の場合と同様に、視点から逆にたどる木構造を求めることによって行われる。

3.1.1 反射率、透過率について

式(7), (8)の反射率, 透過率について説明する。反射率  $k_s$  はフレネルの反射法則をそのまま利用しており<sup>3)</sup>,  $k_s$  の第1項はS偏光による反射率, 第2項はP偏光による反射率を表わしている。自然光では, 両偏光が半分ずつ含まれているので, 両者の平均をとったものとして  $k_s$  が与えられる。

一方, 透過率  $k_t$  は少し考察を要する。 $k_t$  は, P方向から入射した光がU方向に反射するときの反射率を  $k_u$  とすると, 明らかに,  $k_t = 1 - k_u$  で与えられる。ところで,

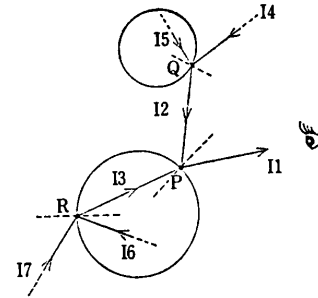


図 5 視点からの光線の追跡  
Fig. 5 Tracing a ray from view point.

$$k_u = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{n C_t - 1 C_i}{n C_t + 1 C_i} \right)^2 + \left( \frac{C_i / 1 - C_t / n}{C_i / 1 + C_t / n} \right)^2 \right\} = k_s$$

が成り立つので,  $k_t = 1 - k_s$  として求められる。

ここで, 式(7)に従って,  $n=1.5$  (ガラスにほぼ等しい) のときの反射率の入射角に対する依存グラフを示しておく(図4)。

図4のように, 反射率は入射角に依存して大きく変化する。このグラフから, 反射率および透過率を一定とすることにはかなり無理があり, 現実感を損なう可能性があることがわかる。反射率は, S偏光とP偏光の反射率の平均として与えられるが, 図からわかるように, これらのどちらかの反射率を単独で用いても大きな差はないと考えられる。

次に, 式(6)を基本として光線追跡の手順を導く。

3.1.2 光線追跡木の計算

図5に示すように, 視点にある方向から入ってくる光  $I_1$  を逆方向にたどると, 透明物体境界面で2分岐する。このとき  $I_1$  は式(9)を満たす。

$$I_1 = r_P I_2 + (1 - r_P) I_3 \tag{9}$$

ここで,  $r_P$  はP点での反射率である。

さらに,  $I_2$  は他の透明物体境界面に当たって2分岐する。ここでも,  $I_2$  は次式を満たす。

$$I_2 = r_Q I_4 + (1 - r_Q) I_5 \tag{10}$$

ここで,  $r_Q$  はQ点での反射率である。

また,  $I_3$  も次の境界面で2分岐し, 次式を満たす。

$$I_3 = r_R I_6 + (1 - r_R) I_7 \tag{11}$$

ここで,  $r_R$  はR点での反射率である。

このように, 光線は次々に2分岐を繰り返す。ここで, ある境界面から次の境界面までの光路を基本光路と呼ぶ。各基本光路をノードで表し, それが分岐してできる基本光路を子ノードとして表し, その間を反射率または透過率をもったブランチで結ぶと図6のような木構造で表現されることになる。これを光線追跡木

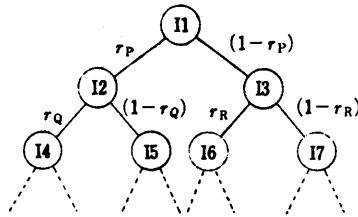


図 6 光線追跡木

Fig. 6 Ray tracing tree.

と呼ぶことにする。ここで、ある基本光路をたどると不透明な物体、あるいは背景に達したときは、それ以上光は分岐せず、その部分での木の生成は終わる。次に、式(10)、(11)を式(9)に代入すると、

$$I_1 = r_P r_Q I_4 + r_P (1-r_Q) I_5 + (1-r_P) r_R I_6 + (1-r_P)(1-r_R) I_7 \quad (12)$$

となるが、ここで各係数  $r_P r_Q$ ,  $r_P(1-r_Q)$ ,  $(1-r_P)r_R$ ,  $(1-r_P)(1-r_R)$  は、それぞれ各基本光路での光の強度  $I_4, I_5, I_6, I_7$  が視点に達したときに減衰している割合を示しており、これを積算減衰率と呼ぶ。 $I_4, I_5, I_6, I_7$  がさらに分岐した次の基本光路では、積算減衰率はそれらの積算減衰率にさらに境界面での反射率あるいは透過率を掛けたものとして与えられる。光線追跡木の生成において、光線の2分岐に従って順次枝を伸ばしていくが、そのとき積算減衰率を求めながら行い、これが十分小さい値(あらかじめ定めた値)になったとき、その光路での光が視点に入るとき、ほとんど影響を与えないとして木の生成を打ち切れればよい。

ところで、Whittedの光線追跡法では最初に木構造を求めておき、次に木の葉の部分(先端部分)での陰影計算から始めて、順次その親ノードの輝度値を計算するというBottom upな計算方法を行う必要があったが、本方法では、木の根の部分(視点に入る基本光路)での光の強度は、木構造の葉の部分のみの陰影値と積算減衰率を掛けて足し合わせることで求められるので、Bottom upして計算する必要がないし、木構造全体を記憶する必要もない。結局、次のような手順で陰影計算が行われる。

### 3.1.3 改良光線追跡法アルゴリズム

- ① 視点からある視線方向に直線を延ばす。
- ② 上の直線と交わりをもつ視点に最も近い透明物体を求める。
- ③ 直線と物体との交点およびそこでの法線を求め、式(2)~(5)に従って、反射方向ベクトル  $R$ 、透過方向ベクトル  $P$  を求め、反射率および透過率を式(7)、(8)で計算する。

④ 分岐した2方向を二つの基本光路として、分岐した点(基本光路の始点)と方向ベクトルおよび反射率および透過率をそれぞれの積算減衰率として、リストに記憶する。

⑤ リストに記憶されている基本光路のうち、最初に入れられたものを取り出し、始点と方向ベクトルで定まる直線と最初の境界面を求める。

この境界面が不透明物体の表面あるいは背景のとき:

そこでの陰影値を求め、積算減衰率を掛けて、陰影値計算用変数(最初は0にセットされている)に加算して次のステップへ。

そうでないとき:

次のステップへ。

⑥ 上の境界面での反射方向ベクトル  $R$ 、透過方向ベクトル  $P$  を求め、反射率および透過率を計算し、親ノードの積算減衰率に掛けてそれぞれの積算減衰率とする。この積算減衰率があるしきい値以下のものは捨て、ほかは再び始点位置、方向ベクトルおよび、積算減衰率をリストに記憶して、ステップ⑤へ戻る。

リストに記憶されている基本光路がなくなるまで、⑤、⑥を繰り返す。最終的に陰影値計算用変数に与えられた値(色)が、求める視線方向の陰影値を与える。

## 3.2 改良光線追跡法に関する検討・注意点

### 3.2.1 反射率 $k_r$ の計算

ここで、 $k_r$  の計算について考察しておく。 $k_r$  は次のように定義されている。

$$k_r = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{C_i - nC_r}{C_i + nC_r} \right)^2 + \left( \frac{nC_i - C_r}{nC_i + C_r} \right)^2 \right\}$$

ここで、 $n$  は定められた値を用いているので、 $C_i$  と  $C_r$  が必要になる。ところで、これらは光線の分岐を求めるときに、ベクトル  $V, P$  が求められているので、これを用いて次式で簡単に計算される。

$$C_i = \frac{(V, N)}{(|V||N|)}$$

$$C_r = \frac{(P, N)}{(|P||N|)}$$

したがって、この反射率を計算するのに必要な計算量は、全体の計算量に対して大きく増加しない。

### 3.2.2 ハイライトについて

実際の透明物体を見ると、光源からの直接光による反射光が物体にスポット状に映って見える。これは一般にハイライトといわれるが、このハイライトが透明

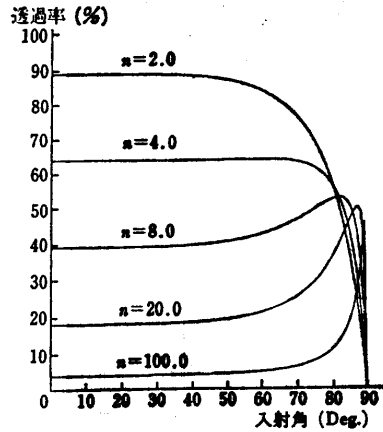
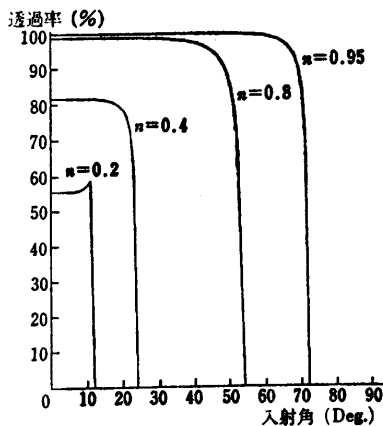
(a)  $n$  (屈折率)  $> 1.0$  の場合(b)  $n$  (屈折率)  $< 1.0$  の場合

図 7 透過率の入射角, 屈折率による変化  
Fig. 7 Angle of incidence and index of refraction dependences of transmissivity.

物体の質感に重要な役割を果たす。従来, このような効果は光源を点光源として扱って, 物体表面で多少の散乱をもつ鏡面反射を計算することにより付けられていたが<sup>(4), (5)</sup>, われわれは光線追跡法のなかで統一的に扱うため, 一般の物体より数十倍の輝度をもつ球状の光源を仮定し, 光線追跡の際に, 光源の球に当たった部分では定められた高い輝度を与えることにより, ハイライトを表示している。

### 3.2.3 透過率の屈折率による変化

ここでは, 透過率  $t_i$  が物体の屈折率に依存して, どのように変化するかを示しておく。屈折率が 1.0 より大きい場合は, 図 7(a) が示すように屈折率が大きくなればなるほど透過率は減少し, 光をより反射する傾向をもつことがわかる。また, 屈折率が約 5.0 以上では, 入射角が大きくなるに従って透過率が高くなるが, 70° 以上でピークをもち, そこから急に減少する

という特殊な形をもっている。

また, 屈折率が 1.0 より小さい場合 (屈折率が大きい物体から小さい物体へ入射する場合を含む) は, 図 7(b) が示すように, 一般的に, ある入射角 (臨界角と呼ばれる) 以上の部分では, 透過率 = 0 となり全反射する。また, 屈折率を小さくするに従って, 臨界角が小さくなるとともに透過率が小さくなり, 光をより反射する傾向をもつことがわかる。

## 4. 透明物体の表示例

屈折率を変化させた球の表示例 (現実には存在しないものも含む) を図 8 に示す。

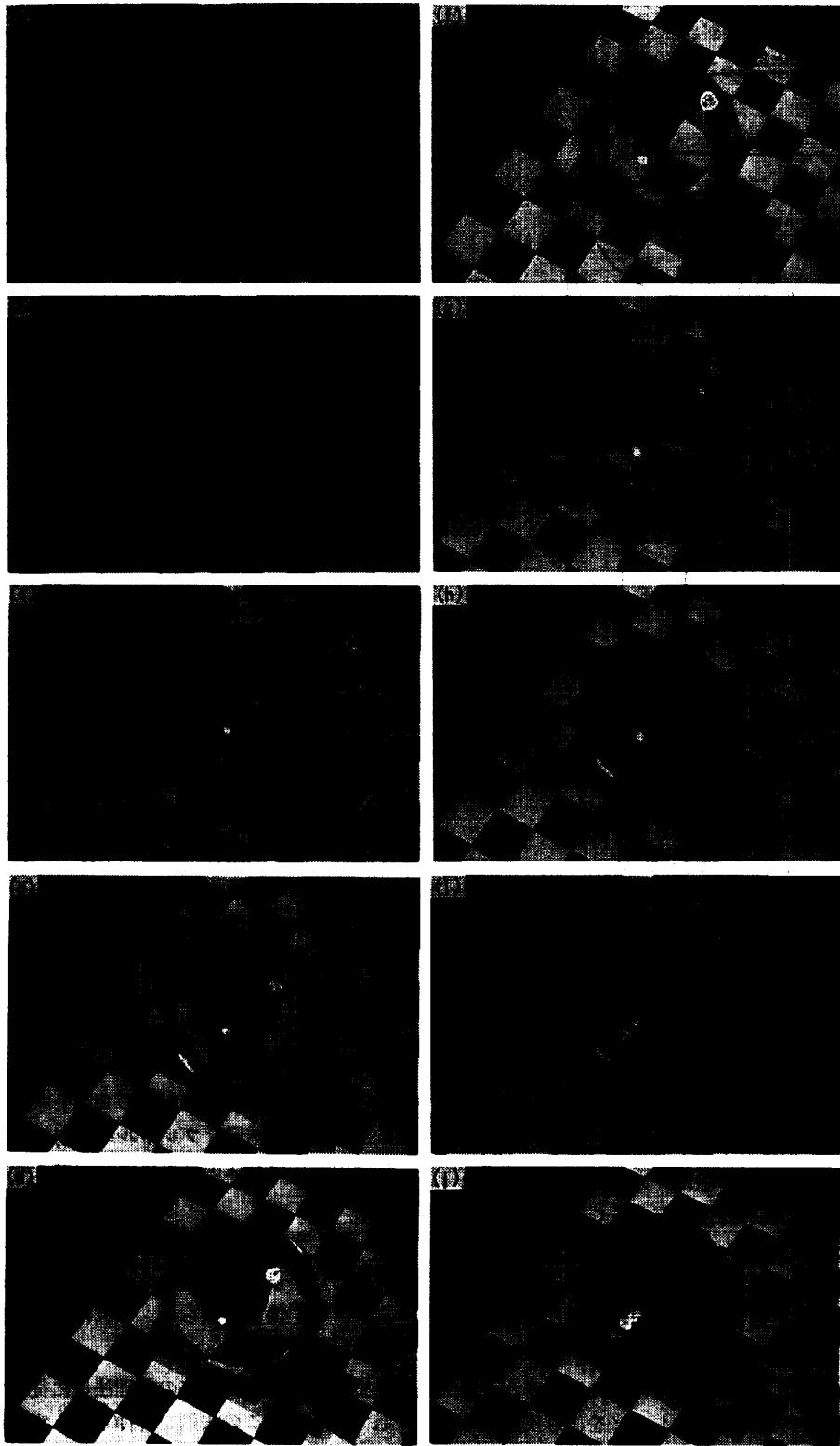
また, 比較のために, 反射率および透過率を一定として表示した球の例を図 9 に示す ( $n=1.52$  で反射および透過方向を決めている)。

## 5. むすび

光線追跡法に, フレネルの反射法則に基づいて反射率および透過率を変化させる方法を導入し, 透明な物体の表示において, より現実感のある表示画像を得る方法を開発した。本方法は, 従来の光線追跡法に比べ, 反射率の計算に若干計算を要するが, その計算量の増加は大きくない。すなわち, 各交点で必要な計算は交点が求まっているとき, 面の法線ベクトルの計算, スネルの法則を用いた反射方向ベクトル, 透過方向ベクトルの計算および積算減衰率の更新であり, これにフレネルの反射法則に基づく反射率 (透過率) の計算が追加されることにより, 乗除算回数で見て約 4 割ほど増加する。しかし, 各光路で次の交点を求めるとき, シーン中の一つの面に対して交点の計算にこれと同程度の計算量を要する。したがって, シーン中の面の個数倍だけの計算が次の交点を求めるのに要することになる。結局, フレネルの反射法則導入による計算量の増加は全体の計算量に比べて大きく増加はしない。

一方, 光線追跡の木構造の計算の際に積算減衰率を計算しながら木の生成を進めていくことにより, 木のノードの記憶量を減らせ, それに伴う計算量も減らせるという利点も持っている。

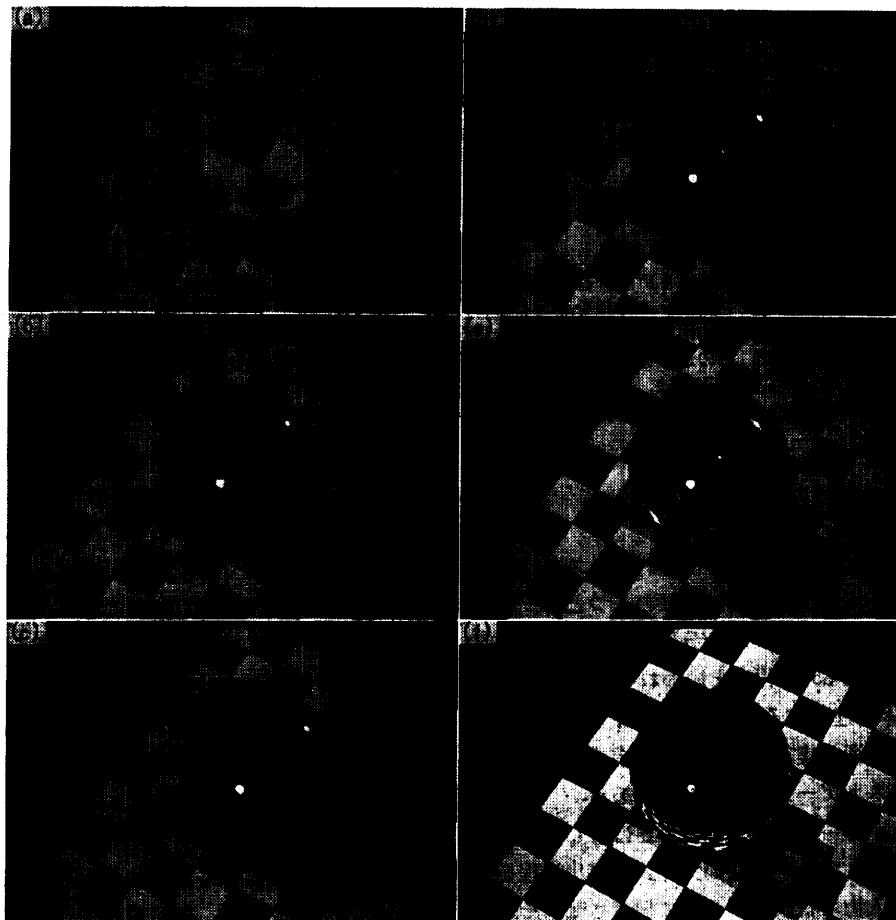
また, 本方法は実際の物理法則に従って物体を表示しているが, この法則を外挿して, 実際に存在しない屈折率をもった物体の表示が可能であり, その例も示した。なお, 本報告で用いた計算機はミニコンの OKITAC SYSTEM 50/40 で, 図 8 の表示時間は約



屈折率: (a) 0.1, (b) 0.4, (c) 0.8, (d) 1.309 (氷, 0°C), (e) 1.333 (水), (f) 1.501 (ベンゼン, 20°C), (g) 1.52 (ガラス), (h) 2.2 (ダイヤモンド), (i) 5.0, (j) 10.0.

図 8 改良光線追跡法による球の表示例

Fig. 8 Display of transparent sphere using the improved ray tracing algorithm.



反射率: (a) 0.0, (b) 0.2, (c) 0.4, (d) 0.6, (e) 0.8, (f) 1.0.

図 9 反射率 (透過率) 一定としたときの球の表示例

Fig. 9 Display of transparent sphere with a constant reflectivity (transmissivity).

10分であった。

**謝辞** 日頃、有益なご助言をいただき、名古屋大学福村教授、ならびに三重大学木村助教授に感謝いたします。

#### 参 考 文 献

- 1) Whitted, T.: An Improved Illumination Model for Shaded Display, *C. ACM*, Vol. 23, No. 6, pp. 343-349 (1980).
- 2) 吉村他: LINKS-1 における画像生成手法, 情報処理学会マイクロコンピュータ研究会, 24-5

(1982.11).

- 3) 山口: 屈折率, 共立出版, 東京(1981).
- 4) Phong, B. T.: Illumination for Computer Generated Images, *C. ACM*, Vol. 18, No. 6, pp. 311-317 (1975).
- 5) Blinn, J. F.: Models of Light Reflection for Computer Synthesized Pictures, *Proc. SIGGRAPH' 77*, pp. 192-198 (1977).

(昭和 59 年 1 月 30 日受付)

(昭和 59 年 5 月 15 日採録)