

形状解析のための点グラフとヒストグラム†

黒 住 祥 祐††

線図形や2値画像の形状解析は図形の特徴を抽出するために使う。この技法として、ラベル付け、分割、細線化などがある。これらの形状解析に先立って、図形の一般形状を簡単に調べる方法を提案する。線図形では、周囲長、直線度、円形度、曲率、角の形状などを求めるが、これらの特徴量を明示する方法として点グラフ法を示す。点グラフ法は隣り合う2線分で構成する三角形の底辺長と垂線長をそれぞれ横軸と縦軸にとり、すべての線分についてプロットしたものである。これにより、線図形の特徴量を表現できるほか、形状解析への応用に適することを示す。点グラフ法を2値画像の3×3画素に適用し、境界部分の形状解析に使う。3×3画素の境界形状は14個の基本パターンで構成され、他の形状はそれらの合成(論理積)で表現できることを示す。そこで、14パターンに対する頻度分布をヒストグラムで表し形状解析に有用であることを示す。

1. ま え が き

画像処理の基本的な技法のひとつに濃度ヒストグラムがある。濃度ヒストグラムとは横軸に濃度値、縦軸にその濃度の画素数とする棒グラフである。このヒストグラムは簡単な操作で濃淡またはカラー画像の性質を明示し画像の改善、認識、保存のためのパラメータ決定に有用である。

ヒストグラムの横軸は濃度値のほか、さまざまな特徴量が使われる。たとえば、隣り合う画素の濃度勾配(微分)を横軸におきヒストグラムに描くとエッジ検出に役立てることができる。

このように濃度ヒストグラムは濃淡画像を対象として、各画素について独立に処理するため形状に対する情報は失われ、2次元な特徴はとらえられない。

画像処理の次の段階では、領域分割から境界線や心(細)線の追跡を行う。この結果は折線やチェーン符号で求められる。つまり2値画像から線図形に変換されることになる。線図形の解析は理論的にはグラフ理論で論ぜられるが実用的には使いにくい¹⁾。

線図形の実用的な形状解析とは、①周囲長、②直線度、③円形度、④曲率と傾き、⑤角の形状、⑥重心からの位置、などの特徴を調べる²⁾。

本文では線図形の点グラフおよび2値画像のヒストグラムを定義し、それらの形状解析への応用の可能性を説明する。

2. 2線分の形状量

境界線、心線、波形などは順序づけられた折線であ

ることが多い。連結画素やチェーン符号であっても折線で表し、その交点の座標を求めることは容易である。図1は、3点とそれらを結ぶ2線分である。点 P_{i-1}, P_i, P_{i+1} の座標値によりつぎの量 (b_i, h_i) を定義する。

$$b_i = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}$$

$$h_i = (s/|s|) |(y_{i-1} - y_{i+1})(x_i - x_{i-1}) - (x_{i-1} - x_{i+1})(y_i - y_{i-1})| / b_i$$

ただし

$$s = (y_{i+1} - y_i)(x_i - x_{i-1}) - (y_i - y_{i-1})(x_{i+1} - x_i)$$

b_i は線分 $\overline{P_i P_{i+1}}$ の長さである。 h_i の絶対値は $\overline{P_{i-1} P_{i+1}}$ に P_i から下した垂直の長さであり、符号は垂線の方向で決める。すなわち、進行方向に向かって左に折れば正、右に折れば負とする。

b, h はいずれも長さを単位とし、座標ではないから、図形の方法や位置には依存しない。また、図形の最大長に対する比で表せば、無次元化できるので大きさにも依存しない。つまり、 b, h は図形の形状を表す量となる。ところが、 b, h のみでは3点の相対位置も確定しない。しかし、点 P_{i-1}, P_i と b_i, h_i が定まれば、点 P_{i+1} の位置は確定するから、最初の2点と (b_i, h_i) ($i=2, \dots$)により、順次、点 P_i が求められる。結局、 (b_i, h_i) ($i=2, \dots$)と (x_i, y_i) ($i=3, \dots$)は必要十分条件の関係にある。

3. 線図形のヒストグラムと点グラフ

線図形の (b_i, h_i) を求め、それぞれを横軸とし、その値をもつ点の個数を縦軸とするヒストグラムを作成できる。このヒストグラムにより、線図形の特徴がわかるが、2種のグラフとなり、十分な情報が得られない。

横軸に b 、縦軸に h をとれば点グラフとなり、 b と

† Point Graph and Histogram for Shape Analysis by YOSHISUKE KUROZUMI (Institute of Computer Sciences, Kyoto Sangyo University).

†† 京都産業大学計算機科学研究所

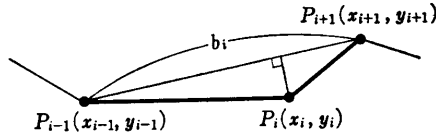


図 1 3点と2線分に対する底辺と垂線
Fig. 1 Base and perpendicular for 3 points and 2 lines.

h の分布状態が明確となる。しかし、同一点は幾つあっても 1 個に見えるので、重ならない近傍の点で表現するなどの工夫が必要である。この点グラフを形状点グラフと呼ぶ。形状点グラフは 1 章で述べた線図形の特徴量のうち、① 周囲長、② 直線度、③ 円形度、④ 角の形状、などを明示する。

4. 形状点グラフ

形状点グラフとその特性について、つぎの図形を例にあげて説明する。

4.1 周囲長

(b_i, h_i) と直前の線分長 l_i が既知ならば、線分長 l_{i+1} は次式で与えられる。

$$l_{i+1} = \sqrt{b_i^2 + l_i^2 - 2b_i l_i \cos \theta_i}$$

したがって、図形の周囲長はこれらの和であり、容易に求められる。図 2 は正三角形と正方形の形状点グラフであり、各辺の長さと同角が等しいので、一カ所に重なる。

4.2 直線度

h は 3 点を三角形としたときの垂線であり、3 点の直線性を表す。 b が大で、 $|h|$ が小ならば、直線度は高い。 $|h|/b$ を直線度とみなすことができる。図 3 は

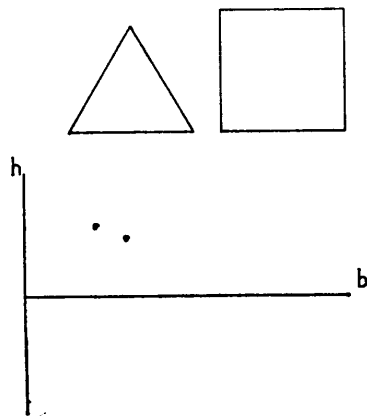


図 2 三角形と四角形
Fig. 2 Triangle and rectangle.

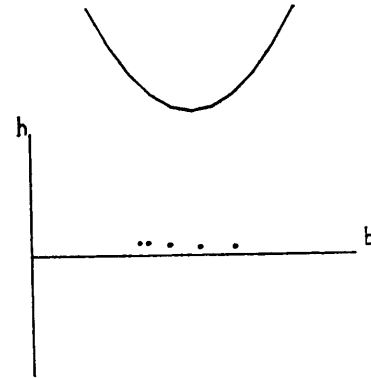


図 3 放物線
Fig. 3 Parabola.

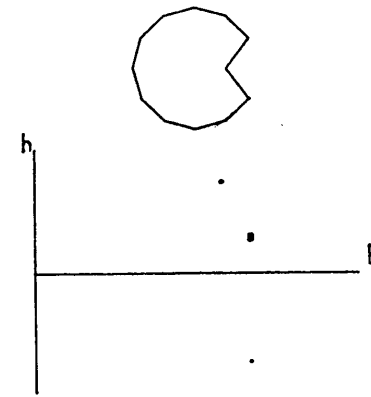


図 4 多角形-1
Fig. 4 Polygon-1.

放物線の形状点グラフで、 b 軸に近い点は両端部分を表す。

4.3 円形度

円周上の点を等間隔にとると、時計回りで正、反時計回りで負となる。正 n 角形であれば、一点に集中する。円周上に不整合なところがあれば、数点が散在する。各点の距離の和を円形度とすると、0 に近いほどよい。図 4 は正 12 角形の一部が欠けた図形の形状点グラフである。

4.4 角の形状

$|h|/b$ が小ならば、とがった角が多いことを示す。しかし、 h と b のみでは 3 角形は決定しないので、角度は求められない。図 5 は星形の形状点グラフである。

5. 代表的な幾何図形の形状点グラフ

図 6 に関数で表現できる幾何図形の形状点グラフを示す。これらは図形と形状点グラフの関連を明示する

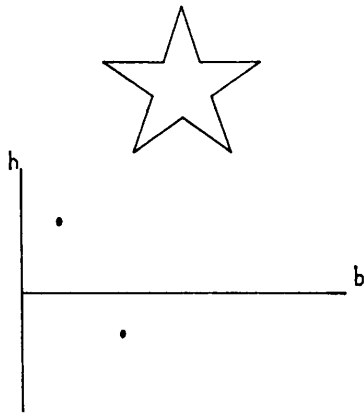


図 5 多角形-2
Fig. 5 Polygon-2.

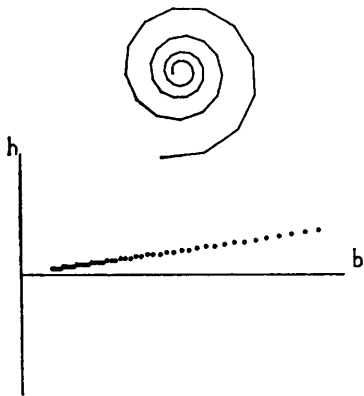


図 6(a) スパイラル
Fig. 6(a) Spiral.

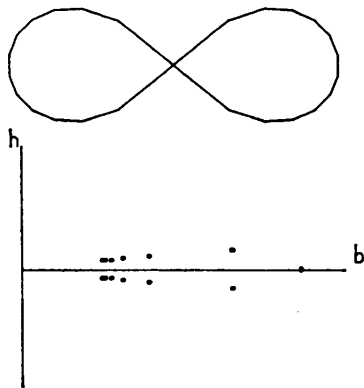


図 6(b) 連珠
Fig. 6(b) Lemniscate.

のに好例である。

6. 形状点グラフの問題点

形状点グラフは3点の相対的な位置関係のうち、三角形とした底辺 b と垂線 h のみを順序なしで表現して

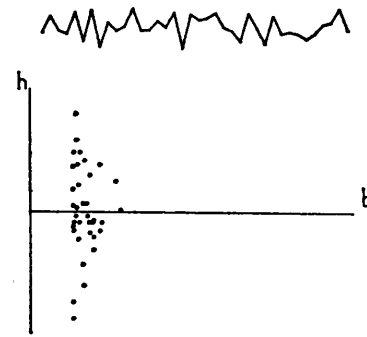


図 6(c) 波形
Fig. 6(c) Wave form.

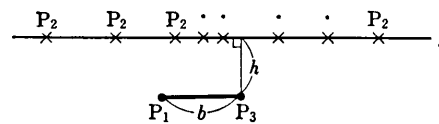


図 7 同じ (b, h) を与える点 P_2 (\times)
Fig. 7 Points P_2 (\times) giving the same (b, h) .

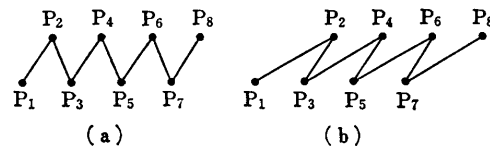


図 8 同じ形状点グラフを与える図形
Fig. 8 Figures giving the same shape graph.

いる。このため、形状点グラフの表現力は図形の局所的な形状は表すが、全体的には不十分である。このことは濃度ヒストグラムと同じである。さらに、つぎのような性質がある。

図 7 において、長さ b の線分の両端を P_1, P_3 とし、距離 h にある直線を l とする。明らかに l 上の点 P_2 はすべて同じ量 (b, h) をもつ。

このため、図 8 (a)(b) は同一の形状点グラフを与える図形である。つまり、形状点グラフでは、ノコギリ状のトガリを正しく表現できない。このことは観測波形のように時系列で表される図形では注意が必要である。しかし、平面図形で点列の順序が任意であるときは、この性質を利用して、次章のように、点列の順序を評価できる。

7. 形状点グラフの応用

形状点グラフは与えられた点数 n に比例する時間で表示できるため、図形の形状解析に適する。3章で述べた直線度や円形度のほかに、つぎの応用が考えられる。

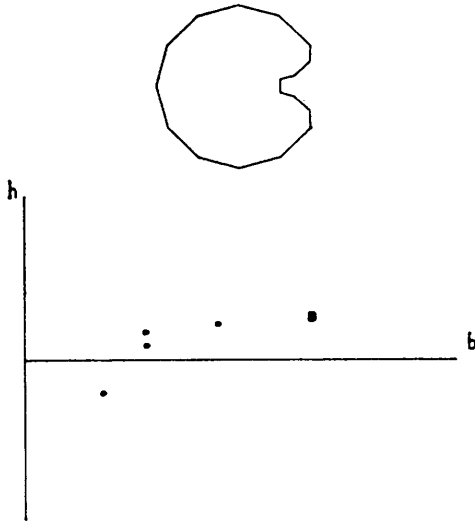


図 9 多角形-3
Fig. 9 Polygon-3.

7.1 波形の線分近似

波形の解析やデータの保存のために、微少な変動を平滑化した線分近似を行うことが多い。線分近似は折点の位置を求めるために、かなりの計算量を必要とする³⁾。しかし、形状点グラフの縦軸 h の値に注目すると、簡単に折点の位置を推定できる。なぜならば、 E を線分近似の最大誤差とすると、 $|h| > E$ であるところで必ず折点が現れる。この折点までを直線近似すればよいので、多角形近似が容易になる。

7.2 形状変更

図 4 において形状点グラフで孤立する点はもとの図形でも特異な点である。図 9 のように等間隔の比較的滑らかな点に変更すると、形状点グラフにも孤立点は現れない。このことから、形状点グラフは特異な部分を発見し、その形状変更のための指針を与える。

7.3 折線の滑らかさ

順序が決まっていない点をできるかぎり滑らかな折線で結ぶ問題がある。画像の点を座標で扱うとき、この問題が生じる。折線長の総和を最小とする最適問題にすると計算量が大きくなり、また必ずしも滑らかとはいえない。滑らかさの評価基準のひとつとして

$$L = \sum_i l_i + \sum_i |h_i|$$

を提案する。 l_i は折線長であり、 $|h_i|$ は垂線長である。いずれも長さを単位とする量で、これらの和 L を最小とする折線がもっとも滑らかであるとする。

たとえば、一直線上の点は、端から順番に結んだとき、 L が最小である。これがもっとも滑らかである。

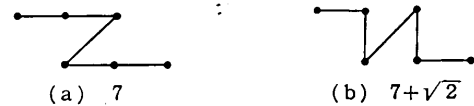


図 10 滑らかな点の結び方
Fig. 10 Smooth connection of points by lines.

図 10 (a)(b) において、格子間隔を 1 とすると、線長はいずれも同じである。しかし、 L は (a) 7, (b) $7 + \sqrt{2}$ であり、(a) がより滑らかである。このような例は 4 近傍の細線化などで、しばしば現れる。

このように形状点グラフの諸量から、折線の滑らかさの尺度を定義することができる。

8. 2 値画像の形状特性

画素で表された 2 値画像の境界部分に形状点グラフ法を適用し、その形状を知ることができる。2 値画像では、8 近傍形状 (3x3 画素) に注目することが多い。線図形で方向を固定したときは、66 個のパターンがあることが知られている⁴⁾。

ここでは、中心が 1 である境界部分の 8 近傍形状を考え、また、部分的な形状のみに注目するため方向は考えない。そこで、まず 8 画素すべてが 0 と 1 のものを除くと、254 パターンがある。このうち、直角方向に回転すると自己同一になるパターンが 6 個あり、そのほかは他のパターンと同一になる。この結果、同じパターンをまとめて $(254 - 6) / 4 + 6 = 68$ パターンとなる。

これら 68 パターンについて、境界部分の形状に注目すると、1 個から 4 個までのパターンで構成される。1 個の境界形状のみをもつパターンは 14 種あり、これらを基本パターンとして図 11 に示す。基本パターンのうちパターン 13 を除くすべてのパターンは 4 隣接のいずれかの画素を境界とするが、パターン 13 のみは 8 隣接の 1 画素を境界とする。このため、パターン 13 はパターン 7, 8, 10, 11, 12 に含まれることが多い。

基本パターンは 4 隣接の 0 画素が 1 成分のみであ

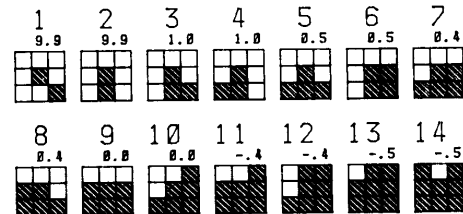


図 11 基本パターン
Fig. 11 Basic patterns.

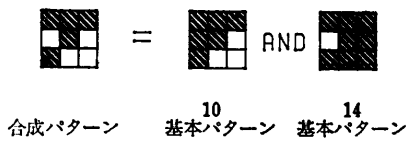


図 12 合成パターンと基本パターンの関係
Fig. 12 Relation of a compound pattern and basic patterns.

り、そのほかの 54 パターンは 0 画素が 2 成分以上ある。これらのパターンは基本パターンで合成できるので、合成パターンと呼ぶ。合成パターンは 0 画素が 2 成分以上あるから、ある 0 成分をそのままとし、そのほかの 0 成分を 1 にすると、基本パターンが得られる。この操作をすべての 0 成分について行くと、合成パターンを基本パターンに分解できる。一例を図 12 に示す。また、合成パターンは基本パターンの論理積として合成できることも明らかである。

画像の境界部分は 14 種の基本パターンで表現できることを示した。そこで境界追跡により、基本パターンの連(チェーン)に変換する。1 章の最後に示したように、境界出発点の 2 画素を確定すると、基本パターンの連と原図形は必要十分条件の関係にある。ところで、チェーン符号は 1 画素あたり 3 ビットであり⁵⁾、連続した二つのチェーン符号により、基本パターンに変換できる。基本パターンは 14 種あり、4 ビットとなるが、そのまま形状の表現力をもつ。

9. 形状ヒストグラム

画素間の距離を 1 とし、基本パターン境界部分の形

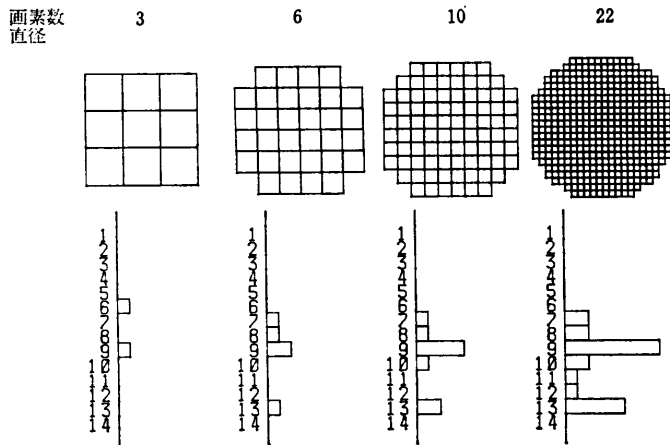


図 13 正方形から円への図形とそのヒストグラム
Fig. 13 Figures from a rectangle to a circle and their histograms.

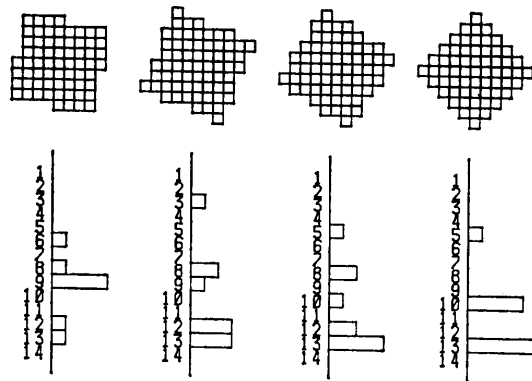


図 14 正方形の回転図形とヒストグラム
Fig. 14 Figures of a rotating rectangle and their histograms.

状点グラフ値を求める。さらに、境界の直線度を示すために、画素の中心を座標値とし、 $|h|/b$ を求め、その値の大きい順に基本パターンを並べたものが図 11 の値である。ただし、 $b=0$ のとき $|h|/b=9.9$ としている。

形状ヒストグラムとは 2 値画像の各 3×3 画素について基本パターンを求め、横軸に基本パターンを、縦軸にその出現頻度を図示したものである。これは濃度ヒストグラムの濃度値を基本パターン番号に置きかえたものである。つぎに、代表的な幾何図形の形状ヒストグラムを示す。

図 13 は円を画素で表現するために画素数を変え、その形状ヒストグラムを求めたものである。直径方向の画素数は 3 が最小で、このときは正方形であるが、順次、カドがとれて円に近づく、円を画素で表す方法はいろいろある⁶⁾。しかし、直径が 24 を越えるとヒストグラムはほぼ同一となり、この近くの画素数から真円に見えることが判明した。図 14 は正方形を回転したときの図形とその形状ヒストグラムを示す。

もとの正方形はパターン 6, 9 のみで、45 度回転するとパターン 5, 10, 13 となる。徐々に回転することにより、パターン 1, 2, 14 以外のすべてのパターンが出現する。正方形の辺の部分のみに注目すると、角度によりヒストグラムは変わるが画素数には関係しない。つまり、境界部分が直線状のとき、ヒストグラムから傾きを求めることができる。

図 15 は 14 基本パターンすべてをもつ図形とその形状ヒストグラムである。5×5 で 1 の画素数が 11 である。これらの図形が画素

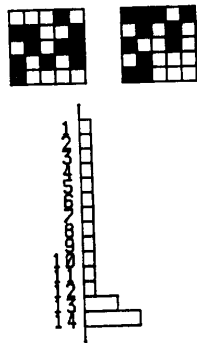


図 15 14 基本パターンをもつ図形とヒストグラム
Fig. 15 Figures contain 14 basic patterns and the histogram.

数最小であることはコンピュータシミュレーションで容易に確かめられた。

10. 形状ヒストグラムの応用

形状ヒストグラムは画素数に比例する時間で求められ、また走査方向に依存しないので並列に求めることもできる。簡単な図形ならば全体のヒストグラムを求め、複雑ならば分割か境界追跡の結果のヒストグラムを求める。これからつぎのような形状解析に応用できる。

10.1 直線度

直線部分の既知のヒストグラムと比較することにより、直線度と傾きを知ることができる。しかし、ヒストグラムから原図形を復元できないので、直線であることを証明するには十分でない。

10.2 円形度

直径が約 20 画素以上あれば、円のヒストグラムは同じであるので、円形度を知ることができる。

この場合も、円である保証はないが、欠けや突起は容易に発見できる。

10.3 雑音除去

パターン 1, 2, 14 は雑音であることが多い。太めの図形で、原図形と縮小図形とのヒストグラムを比較し、パターン 1, 2, 14 に差があれば、雑音として除去できる。

10.4 特徴抽出

パターン 1, 2, 3, 4 は図形の端点を示すことが多い。文字や図面ではこれらのパターンが多く、ヒストグラム中の頻度で特徴抽出が可能である。

10.5 解像度の選択

直線や円のヒストグラムで述べたように、ある解像

度を越えるとヒストグラムが一定になる。このことから端点 (パターン 1, 2, 3, 4) を除いたヒストグラムに注目し、解像度を変更することにより、合理的な解像度を選ぶことができる。カメラの距離設定に有用である。

11. あとがき

本文では、形状点グラフと形状ヒストグラムを導入し、定義、問題点、応用について述べた。点グラフは線図形に、ヒストグラムは 2 値画像に適する。線図形は量子化できないため座標値でプロットし、画素による 2 値画像は量子化されているのでヒストグラムとした。いずれも、図形として形状表示のための最小部分に注目し、その幾何形状の出現率を図示したものである。最小に限ったため、広域な形状情報は失われるが、局部的には高速で処理できる。

濃度ヒストグラムに対応する意味で、本格的な形状解析の前段階として利用できるものと考えられる。

例として基本図形のみをあげ、実用的な応用にはほとんど言及していない。今後は、この技法の応用に努めること、さらに、3 点または 3×3 画素を 4 以上に拡張して形状変更にも応用したい。また、境界部分の基本パターンの連とチェーン符号との関連についても考察したい。

参考文献

- 1) Pavlidis, T.: *Algorithms for Graphics and Image Processing*. pp. 4-7, Computer Science Press, Rockville, MD, USA (1982).
- 2) 尾崎 弘, 谷口慶治, 小川秀夫: 画像処理, pp. 196-207, 共立出版, 東京 (1982).
- 3) Kurozumi, Y. and Davis, W. A.: Polygonal Approximation by the Minimax Method, *Comput. Gr. Image Process.*, Vol. 19, No. 5, pp. 248-264 (1982).
- 4) 美濃導彦, 坂井利之: 二直線図形に対する画質判定と雑音除去法, *情報処理*, Vol. 24, No. 2, pp. 182-190 (1983).
- 5) Rosenfeld, A. and Kak, A. C.: *Digital Picture Processing*, pp. 3-6, Academic Press, New York (1976).
- 6) Nakamura, A. and Aizawa, K.: Digital Circles, *Computer Vision, Gr. Image Process.*, Vol. 26, No. 4, pp. 242-255 (1984).

(昭和 59 年 9 月 6 日受付)

(昭和 59 年 12 月 20 日採録)