

屈折面における光線空間の幾何光学的・波動光学的変化を用いた透明物体の3次元形状復元

石原 裕之^{1,a)} 延原 章平¹ 松山 隆司¹

概要: 本研究では、背景とカメラの間に透明物体が存在する状況を想定し、物体表面で表側・裏側の計2回発生する屈折によって、光路がどのように変化するかという幾何光学的制約と、偏光がどのように変化するかという波動光学的制約を統合することで透明物体の形状を単視点から推定する手法を提案する。物体外部の光線空間を入力として、スネルの法則による光路の整合性およびミュラー計算による偏光状態の整合性を制約式として、この両者をともに満たすような光路の奥行きを各画素について推定する。単視点での形状復元を考えた場合、それぞれの制約を単体のみで用いた場合では法線ベクトル・奥行きに曖昧性が生じてしまう。本論文ではこの両者を組み合わせることで一意な法線ベクトル・奥行き推定が可能であることを示した。また、シミュレーション環境で提案手法を用いた形状復元を行い、本手法の有効性について検証した。

1. 序論

コンピュータビジョンにおける撮影画像からの対象物体の3次元形状復元は、撮像面から対象物体までの光の経路のモデル化によって実現され、これまで多くの手法が提案されてきた [1][2]。しかし、これらの手法は対象物体が不透明な場合を想定したものが多数であり、透明・半透明物体を対象とした3次元形状復元手法は不透明物体のそれと比べて少ない。これは、旧来のモデルではあくまで対象物体表面上における反射光のみを観測しており、物体表面からカメラの撮像面まで光が直進することを仮定していることが理由である。

我々が透明物体を観測するときは物体を介して背景を観測しているとみなすことができ、背景の任意の点からカメラの撮像面までの光の経路は直進するとは限らず、透明物体の表面での反射・屈折による光路の変化、さらに物体が半透明の場合は内部での吸収・散乱といった現象が発生する。したがって、透明・半透明な物体に対しては旧来のモデルをそのまま適用することはできず、3次元形状復元を実現するためにはこれらの光学現象をモデル化する必要がある。これにより一般的な環境で3次元形状復元が実現でき、具体的には細胞や受精卵の発達過程や稚魚の運動の3次元解析などにつながり、医学・生物学分野への応用が期待される。

本研究では透明物体の表面で発生する屈折に着目し、屈折によって変化する光線の幾何光学的な変化、および波動光学的な変化を用いた新しい表面形状の推定手法を提案する。背景とカメラの間に、計測対象の透明物体が存在する場合を想定する。なお対象物体は屈折率が既知であると、背景からカメラの画素に至るまで屈折が表と裏の面で計2回発生することを仮定する。このとき物体外部の光線空間が測定可能であるものとして、透明物体を介することで各画素における光線の進行方向と偏光がどのように変化するかという点から物体内部の光線空間を推定することで物体形状を復元するというアプローチをとる。

2. 関連研究

2.1 屈折による光路の変化を用いた3次元形状復元

平行平面 [3] や球といった特殊なものを除いた一般的な透明物体について、Kutulakoz ら [4] はその表面形状を計算するために必要な、〈視点の数 N , 参照点から観測点に至るまでに発生する屈折および鏡面反射の回数 K , 観測する参照点の個数 M 〉の関係を Light-Path-Triangulation (以後 LPT) として定式化し、〈 N, K, M 〉 = 〈3, 2, 2〉のときの透明物体の復元結果を示した。

Tsai ら [5] は対象物体の形状が多面体であるという仮定を設け、ある領域では物体表面の法線が共通であるという条件を用いることで単視点での形状復元を行った。この2つの研究は対象物体を取り扱ったときの撮影画像を入手する必要があるが、Chari ら [6] は、光路の変化に加えて輝度

¹ 京都大学大学院情報学研究科
Graduate School of Informatics, Kyoto University
^{a)} ishihara@vision.kuee.kyoto-u.ac.jp

の変化を考慮することで、1回だけの光路の変化を対象にした場合に対象物体を取り払うことなく表面形状を推定できることを理論的に示した。また、Wetzsteinら[7]は屈折回数が1回に近似できるような薄い透明物体を対象に、背景を異なる2か所で測定するのではなく、背景の前に小型レンズアレイを配置し、光線方向を色で符号化することで単一視点・1枚の観測画像から表面形状を推定した。Shanら[8]は、裏面が平面で背景がその平面に接触している撮影環境を想定し、背景の位置はそのままに物体がある場合とない場合の屈折像の変化と正射影モデルを用いることで単視点での表面形状推定手法を提案している。

他にも、屈折率が均一でない物体に対して符号化光の強度を2か所で測定した時の差分情報を用いるもの[9]や、動画像を用いる手法[10][11]、物体外部(背景側)の観測空間の媒質を空気・水の2通りの場合で既知背景を撮影して得られる2つの光線空間から裏面の形状を推定する手法[12]、複数視点からみたときに対象物体の辺縁領域では屈折像の変化が少ないことを利用して辺縁領域の形状を復元する手法[13]などがある。

2.2 偏光情報を用いた3次元形状復元

光は物体表面で反射・屈折することでその偏光状態は変化する。その偏光状態の変化を観測することで対象物体の形状を推定する手法がいくつか提案されている。その多くは物体表面での反射光の偏光状態を利用するものであり、例えばChenら[14]は半透明物体を対象に拡散反射光の偏光情報と位相シフトを用いることで対象の表面形状を推定している。

しかし、物体の透明度が高い場合は観測される反射光の偏光が1回反射のものであるとは限らず、透過して内部で相互反射したものである可能性もある。Drouetら[15]は、薄い透明物体に対して表側の面での鏡面反射光に加え、裏側の面での鏡面反射も考慮した復元手法を提案した。また、Miyazakiら[16]は複数回の物体内部での相互反射を考慮するために、裏面を平面で既知であるとし、撮影画像の偏光の度合いが最も近くなるように表面形状を反復的に計算する手法を提案した。この手法は、表面形状を裏面からのHeight Fieldとして定義し、与えた初期形状の偏光度と単一カメラで観測した偏光度の差が小さくなるように表面形状を変形させていくものである。一方で、多数の相互反射を考慮した場合に同様の手法で検証を行った結果、単一カメラで観測した偏光情報のみから透明物体の表・裏面を同時に推定することは限界があることが示唆されている[17]。

2.3 本研究の位置づけ

本研究で対象とする透明物体は、屈折率が既知で均質なものであるとする。そして、発生する屈折回数は表・裏の計2回を想定し、内部での相互反射は考慮しない。背景を

異なる2か所から観測した場合、表2.1より屈折による光路の変化のみを考慮した場合、必要な視点数は最低3つであるが、本研究では制約を増やすために偏光情報を利用することを考える。また、偏光情報は背景からの透過光のもののみを利用する。このときに、ある画素1つに着目して、形状復元のための幾何光学的な制約および波動光学的な制約について考察する。

本手法と最も近いアプローチをとっているのは[5]である。[5]では対象物体が多面体であるという仮定を設定しているが、本研究では対象物体の形状に制限を設けない。そのかわり物体外部の光線空間の幾何学情報と偏光情報を組み合わせることで、任意形状の透明物体形状を復元する。

3. 光の幾何光学・波動光学モデル

ある媒質中を進んでいる光が別の媒質を持つ物体との境界に到達したとき、一部は反射し、残りは屈折して内部へ透過する。このとき光線の進行方向の性質を幾何学的に解析する光学の分野を幾何光学とよぶ。一方、光は波であるため進行方向だけではなく振幅や位相、波長といった情報も含んでおり、偏光、分光といった現象も発生する。これらの現象を扱う分野を波動光学(または物理光学)とよぶ。

3.1 幾何光学モデル

3.1.1 反射

光が物体の境界にぶつかって反射するとき、その反射光は大きく分けて鏡面反射と拡散反射に分けられる。拡散反射は入射光が様々な方向に反射されるものであり、それに対して鏡面反射の場合は反射光の進行方向は一方向のみである。入射光と法線のなす角度を入射角 θ 、鏡面反射光と法線のなす角度を反射角 θ' とすれば、 $\theta = \theta'$ という反射の法則が成り立つ。

3.1.2 屈折

光が異なる屈折率の物体に透過するとき、媒質ごとに光の進む速度は決まっているため光は屈折し、進行方向が変化する。屈折率が μ_1 の物体から μ_2 の物体へ光が透過するとき、入射光と法線のなす角度を入射角 θ 、透過光と法線のなす角度を屈折角 θ' とすれば、屈折現象はスネルの法則 $\mu_1 \sin \theta = \mu_2 \sin \theta'$ で表される。

また、入射光の方向ベクトルを \mathbf{v} 、透過光の方向ベクトルを \mathbf{v}' 、屈折点における境界面の法線方向ベクトルを \mathbf{n} と定義すると、スネルの法則は $\mu_1(\mathbf{v} \times \mathbf{n}) = \mu_2(\mathbf{v}' \times \mathbf{n})$ とも表される。

特に $\mu_1 > \mu_2$ 、屈折率が大きい物質から小さい物質へ光が入射するとき、ある入射角 θ_c において屈折角が 90° になり入射角をそれ以上大きくした場合、光は屈折せずに反射する。これを全反射、全反射が発生するときの角度 $\theta_c = \sin^{-1} \frac{1}{\mu}$ を臨界角とよぶ。ただし μ は相対屈折率であり、 $\mu = \mu_2/\mu_1$ である。

3.2 波動光学モデル

3.2.1 フレネルの式

前節で述べた反射・屈折の法則はあくまで幾何光学的なモデルであり光の進行方向に関する関係しか表せていない。光を波として考えた場合、ある入射角 θ で光が入射したときの振幅の反射率・透過率を表す式がフレネルの式である。フレネルの式を記述するために、入射光の電場ベクトルを入射面に平行な成分(添え字: \parallel), 垂直な成分(添え字: \perp)に分解する。ここでいう入射面とは入射と法線, それぞれの方向ベクトルで張られる平面のことである。このとき, それぞれの成分における振幅反射率 r と振幅透過率 t は以下のように表される。なお, θ' は反射角または屈折角である。

$$r_{\parallel} = \frac{\tan(\theta - \theta')}{\tan(\theta + \theta')}, r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta - \theta')}{\sin(\theta + \theta')} \quad (1)$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 \cos \theta \sin \theta'}{\sin(\theta + \theta') \cos(\theta - \theta')}, t_{\perp} = \frac{2 \cos \theta \sin \theta'}{\sin(\theta + \theta')} \quad (2)$$

3.2.2 偏光

光の振動方向がある方向に偏っている状態, およびその状態の光のことを偏光と呼ぶ。光の電場ベクトルを2つの波に分解したとき, その2つの波の振幅と位相差によって偏光は以下のように分類される。

- 直線偏光: 位相差が 0° または $\pm 180^\circ$ のもの
- 円偏光: 振幅が等しく, かつ位相差が $\pm 90^\circ$ のもの
- 楕円偏光: 位相差が上記以外の値のもの

また, 偏光していない光を自然偏光, または非偏光と呼ぶ。さらに, 偏光の一部に非偏光が混ざっているものを部分偏光, 混ざっていないものを完全偏光と呼ぶ。

偏光の観測

人間の目には偏光を観測することができない。一般に, 偏光を観測するためにはカメラの前に直線偏光板を設置し, 偏光板を回転させたときの輝度変化を観測する。このときなるべく光線が偏光板の面に垂直に入射するようにする。直線偏光板を介して光を観測することで観測光は直線偏光になる。円偏光・楕円偏光のときの位相差を測定するには, 直線偏光板に加えて波長板が必要になるが, 本研究では円偏光・楕円偏光は使用しないためこれ以上言及しない。

偏光板を回転させながら対象の輝度変化を観測したとき, 偏光板の回転角度 α (偏光角と定義する), 観測輝度の最大値 I_{max} , 観測輝度の最小値 I_{min} , I_{max} が観測されたときの偏光板の回転角度 ψ (位相角と定義する) とすると, 輝度 $I(\alpha)$ は以下に従う。

$$I(\alpha) = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} + \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cos(2\alpha - 2\psi) \quad (3)$$

このときの I_{max}, I_{min}, ψ が直線偏光を表すパラメータで

あり, 最低3つの偏光角のときの輝度を測定すれば3つのパラメータを求めることができる [18]。まず式 (3) は, $I = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} + \frac{I_{max} - I_{min}}{2} (\cos 2\alpha \cos 2\psi + \sin 2\alpha \sin 2\psi)$ のように式変形できる。そして, 異なる3つの偏光角 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ のときの輝度を測定することで次のような線形連立方程式が手に入る。

$$\begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha_1 & \sin 2\alpha_1 \\ 1 & \cos 2\alpha_2 & \sin 2\alpha_2 \\ 1 & \cos 2\alpha_3 & \sin 2\alpha_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \\ \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cos 2\psi \\ \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \sin 2\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I(\alpha_1) \\ I(\alpha_2) \\ I(\alpha_3) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

この連立方程式の解 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T$ から I_{max}, I_{min}, ψ はそれぞれ以下のように求まる。

$$I_{max} = x_1 + \sqrt{x_2^2 + x_3^2} \quad (5)$$

$$I_{min} = x_1 - \sqrt{x_2^2 + x_3^2} \quad (6)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x_3}{x_2} \quad (7)$$

ストークスベクトルとミュラー計算

光の偏光状態の変化を計算するための手法の1つとしてミュラー計算法がある。ミュラー計算法では, ある光の偏光状態をストークスベクトルという4次元ベクトルで表し, 偏光状態の変化を 4×4 のミュラー行列をかけることで計算する。 I_{max}, I_{min}, ψ を用いたとき直線偏光に関するストークスベクトル \mathbf{s} は以下で定義される。

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{max} + I_{min} \\ (I_{max} - I_{min}) \cos 2\psi \\ (I_{max} - I_{min}) \sin 2\psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

また入射光がある面で反射および透過するとき, 偏光状態の変化を表すミュラー行列 M_r, M_t は, 角度に相当するパラメータ ϕ, θ を用いて $M_r = C(\phi)R(\theta)C(-\phi)$ および $M_t = C(\phi)T(\theta)C(-\phi)$ と表される。ただし $C(\phi)$ は回転ミュラー行列であり, 以下で定義される。

$$C(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\phi & -\sin 2\phi & 0 \\ 0 & \sin 2\phi & \cos 2\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

また, $R(\theta), T(\theta)$ はそれぞれ, $\phi = 0$ のときのミュラー行列であり以下のように定義される。

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} (R_{\parallel} + R_{\perp})/2 & (R_{\parallel} - R_{\perp})/2 & 0 & 0 \\ (R_{\parallel} - R_{\perp})/2 & (R_{\parallel} + R_{\perp})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{R_{\parallel} R_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{R_{\parallel} R_{\perp}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} (T_{\parallel} + T_{\perp})/2 & (T_{\parallel} - T_{\perp})/2 & 0 & 0 \\ (T_{\parallel} - T_{\perp})/2 & (T_{\parallel} + T_{\perp})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{T_{\parallel} T_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{T_{\parallel} T_{\perp}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ここで $R_{\parallel}, R_{\perp}, T_{\parallel}, T_{\perp}$ はフレネルの式より導かれる強度反

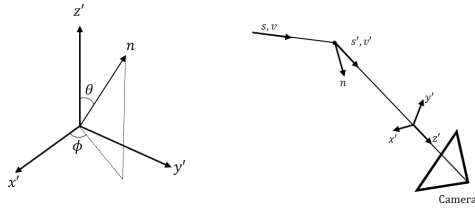


図1 ストークスベクトル観測時のミュラー行列と法線ベクトルの関係性

射率・強度透過率であり, $R_{\parallel} = r_{\parallel}^2, R_{\perp} = r_{\perp}^2, T_{\parallel} = t_{\parallel}^2, T_{\perp} = t_{\perp}^2$ である. 添え字はそれぞれ, \parallel : 入射面に平行な成分, \perp : 入射面に垂直な成分であることを示す. また入射面とは入射光・反射(透過)光が作り出す平面のことを指し, θ' は反射角または屈折角である.

ここでこのミュラー行列は観測対象の光線の進行方向の正面を見たときのものであり, 光線の正面方向から法線ベクトルを見たとき, ϕ, θ はそれぞれ方位角と天頂角に対応する. また, この天頂角は入射角に相当する. つまり, 観測対象の光線の進行方向の正面から法線ベクトルを見たとき, その法線ベクトル \mathbf{n} はミュラー行列の要素 ϕ, θ を用いて $\mathbf{n}(\phi, \theta) = [\cos\phi \sin\theta \ \sin\phi \sin\theta \ \cos\theta]^T$ ($\theta \in [0^\circ, 90^\circ], \phi \in [0^\circ, 360^\circ)$) のように表すことができる.

偏光度

観測した光がどの程度偏光しているかを表す指標を偏光度と呼ぶ. 一般に非偏光のときは偏光度が0であり, 完全偏光のときは偏光度が1になる. 偏光度 ρ はストークスベクトルの各要素を用いて以下のように定義される.

$$\rho = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0} \quad (12)$$

4. 提案手法

4.1 前提条件

本研究では以下の仮定を設定し, それを基にした復元アルゴリズムを提案する.

- 対象の透明物体は静止している
- 対象の透明物体の屈折率は既知であり, 複屈折が発生しないような均質な物体である.
- 透明物体内部での吸収・散乱は無視できる
- 屈折は表面・裏面での計2回発生し, 内部で相互反射した光はカメラに届かない
- 光の波長依存性は無視する
- 背景から照射される光は非偏光
- 各画素におけるカメラ～物体間の光線と物体～背景間の光線は幾何学的にねじれている.(=カメラ～背景までの光路が同一平面上に乗らない)

4.2 計測モデル

光線空間から透明物体の形状を推定するためには, カメ

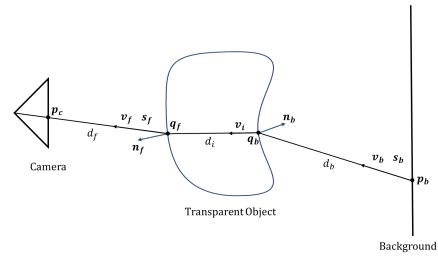


図2 カメラ～背景間の光路

ラから背景に至るまでの光線のモデリングをしなければならない. そこで, 本研究では物体外部(カメラ側, 背景側)の光線空間が計測可能として, そこから内部の光線空間を求めることを試みる. ここで本論文では, 光線空間をさらに幾何学的光線空間と波動光学的光線空間の2つに分解し, それぞれ以下のように定義する.

- 幾何光学的光線空間: 各画素における光線の半直線の方程式
- 波動光学的光線空間: 各画素における光線のストークスベクトル

4.3 制約条件

4.3.1 幾何光学的制約条件

ある背景上の任意の点からそれに対応するカメラの画素に届くまでの光路を考える. このとき, カメラ側の光線方向, および背景側の光線方向を用いてそれぞれ計算した内部の光線の方向は一致しなければならない.

ここである画素について, カメラ側・背景側の光線の方向ベクトル: $\mathbf{v}_f, \mathbf{v}_b$, カメラ側・背景側の画素の位置ベクトル: $\mathbf{p}_f, \mathbf{p}_b$, 法線ベクトル: $\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_b$ とすればスネルの法則によって物体内部の光線の方向ベクトル \mathbf{v}_i は, 以下のように求められる.

$$\mathbf{v}_i = \frac{\mathbf{v}_f}{\mu} - (\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}_f - \sqrt{(\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}_f)^2 - (1 - \mu^2)}) \frac{\mathbf{n}_f}{\mu} \quad (13)$$

$$\mathbf{v}_i = \frac{\mathbf{v}_b}{\mu} - (\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{n}_b + \sqrt{(\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{n}_b)^2 - (1 - \mu^2)}) \frac{\mathbf{n}_b}{\mu} \quad (14)$$

したがって, 両面の法線ベクトル $\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_b$ の間では, 光線の方向ベクトルを用いて以下の関係を満たす必要がある.

$$\frac{\mathbf{v}_f}{\mu} - (\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}_f - \sqrt{(\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}_f)^2 - (1 - \mu^2)}) \frac{\mathbf{n}_f}{\mu} = \frac{\mathbf{v}_b}{\mu} - (\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{n}_b + \sqrt{(\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{n}_b)^2 - (1 - \mu^2)}) \frac{\mathbf{n}_b}{\mu} \quad (15)$$

このとき, $\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_b$ の間の関係性として以下の定理が成り立つ.

定理 4.3.1. 法線ベクトル $\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_b$ のどちらか一方を与えたときに光路が成立したと仮定する. また, 法線ベクトルの向きはどちらも物体の外側を向いているものとする. このと

き, もう一方の法線ベクトルはただ1つ定まる.

proof. 法線ベクトル $\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_b$ のどちらか一方を与えたとき, 内部の光線の方向ベクトルはスネルの法則によって一意に決定される. つまり, もう一方の法線ベクトルが一意に定まることを示すためには, 入射光 \mathbf{v} と屈折光の方向ベクトル \mathbf{v}' が与えられたときに, 法線ベクトル \mathbf{n} が一意に決定されることを示せばよい.

\mathbf{v}, \mathbf{v}' のなす角度を θ_d とおくと, $\theta_d = \cos^{-1}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')$ で与えられ, 入射角 θ , 屈折角 θ' との関係は, $\theta' = \theta - \theta_d$ となる. このとき, スネルの法則より, 入射角 θ は, θ_d と相対屈折率 μ を用いて以下のように表される.

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\mu \sin \theta_d}{\mu \cos \theta_d - 1} \quad (16)$$

\mathbf{v}, \mathbf{v}' および \mathbf{n} はある同一平面上に存在するため, $\mathbf{v} \times \mathbf{v}'$ を軸に角度 θ だけ回転する行列を $R(\mathbf{v} \times \mathbf{v}', \theta)$ とおくと, 法線ベクトル \mathbf{n} は,

$$\mathbf{n} = R(\mathbf{v} \times \mathbf{v}', \theta)(-\mathbf{v}) \quad (17)$$

となり, 入射角 θ に依存する. 入射角 θ の定義域は $[0^\circ, 90^\circ]$ であるため, 式 (16) より入射角は一意に求まる. したがって, 法線ベクトル \mathbf{n} も一意に決定される. \square

また法線ベクトルと, 光路が成立するときの光線の奥行きの関係性について以下が成立する.

定理 4.3.2. 法線ベクトルの組み合わせを与えたときに光路が成立したとする. また, このときの光路が同一平面上に乗らないと仮定する. このとき, 光路が成立したときの奥行き組み合わせはただ1つ定まる.

proof. 法線ベクトルの組み合わせを1つ与えたときに光路が成立したときの奥行き組み合わせが複数定まった, つまり光路が複数成立したと仮定する. このとき, どの光路においても物体内部の光線の方向ベクトルは等しいため, 光路が複数成立するためにはどの光路も同一平面上に乗っている必要があり, 同一平面上に乗らないという仮定に反する. よって題意は示された. \square

また, 定理 4.3.1 と定理 4.3.2 より以下が導かれる.

定理 4.3.3. 奥行き組み合わせを与えたときに全反射が発生しない光路が成立したとする. また, 法線ベクトルの向きはどちらも物体の外側を向いており, 光路が同一平面上に乗らないと仮定する. このとき, 光路が成立したときの法線ベクトルの組み合わせはただ1つ定まり, かつ別の奥行き組み合わせのときにその法線ベクトルが重複することはない.

奥行き・法線ベクトルの曖昧性

以上で示したように, 奥行き, または法線ベクトルの組み合わせをどちらか一方決めればもう一方はただ一つに

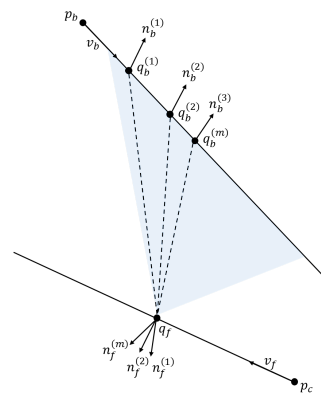


図3 単一カメラからみたときの法線ベクトル・奥行き曖昧性

定まる. しかし, 単視点で考えたとき例えばある適当な奥行き組み合わせを設定して法線を求めたとする. このとき, スネルの法則を満たささえすればある画素について光路が成立する奥行き組み合わせは無数に存在し, どの組み合わせが正しいのかを判定することはできない.

4.3.2 波動光学的制約条件

非偏光照射時のストークスペクトルとミュラー計算

本研究においてストークスペクトルを測定するときの入力偏光は非偏光である. これは, 偏光の方向がランダムな様々な偏光成分が入り混じっている状態のものであり, 非偏光のときのストークスペクトルは以下のように表される.

$$\mathbf{s} = [s_0, s_1, s_2, s_3]^T = [2I_{max}, 0, 0, 0]^T \quad (18)$$

また, 非偏光のストークスペクトルがある面で屈折したとき, 透過光のストークスペクトルの第4成分はその法線の向きに関わらず0である. つまり, 非偏光が屈折によってその偏光状態が(楕)円偏光になることはない. これは入射光が直線偏光の場合も同様である. したがって本研究で扱うストークスペクトルの第4成分は常に0になる. また, ミュラー行列の4(行/列)目の成分がストークスペクトルに与える影響は第4成分のみである.

以上より, 本研究ではストークスペクトルは 3×1 の行ベクトル, ミュラー行列は 3×3 の行列として考えても差し支えない. したがって, 非偏光のストークスペクトル $\mathbf{s} = [s_0 s_1 s_2]^T$ を入力した時の透過光のストークスペクトル $\mathbf{s}_t = [s'_0 s'_1 s'_2]^T$ はカメラ側・背景側のストークスペクトル: $\mathbf{s}_f, \mathbf{s}_b$, 透過光のミュラー行列: M_f, M_b としたとき, ミュラー計算より以下の関係を満たす.

$$\mathbf{s}_f = M_f M_b \mathbf{s}_b \quad (19)$$

方位角 ϕ の曖昧性

物体外部のストークスペクトル $\mathbf{s}_b, \mathbf{s}_f$ からミュラー計算による制約式を用いて法線ベクトル $\mathbf{n}_b, \mathbf{n}_f$ が求まったとする. このとき, ミュラー行列の ϕ に関する項はすべて $\cos 2\phi, \sin 2\phi$ で構成されているため, 方位角 ϕ には 180° の曖昧性が存在する. つまりミュラー計算による制約式から

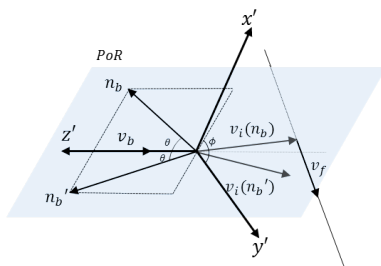


図4 ミュラー計算による法線ベクトルの曖昧性

法線ベクトルを求めた場合、表側・裏側それぞれについて偽の法線ベクトル $\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}'_b$ が存在し得ることになってしまい、解の組み合わせとしては $(\mathbf{n}_f, \mathbf{n}_b), (\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}_b), (\mathbf{n}_f, \mathbf{n}'_b), (\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}'_b)$ の計4通りが考えられる。したがって、ミュラー計算の制約式のみからこれらの組み合わせの中から正しい組み合わせを推定することはできない。

しかし光線空間の幾何光学的制約、具体的にはスネルの法則による制約と物体外部の2直線がねじれていることを利用すれば、正しい法線の組み合わせを推定することができる。

Case A. $(\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}_b), (\mathbf{n}_f, \mathbf{n}'_b)$ の場合

このケースは片方の面の法線ベクトルは正しいが、もう片方の面の法線ベクトルが偽の場合である。このとき、定理4.3.1を利用すれば、真の組み合わせ $(\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}_b)$ のときに光路が成立するので、どちらか一方を違うものにしても光路は成立しないことが分かる。つまりこのケースでは幾何光学的制約を満たさないで真の解でないことが導かれる。

Case B. $(\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}'_b)$ の場合

このケースは両方の面の法線ベクトルが偽の場合である。この場合でもこの2つの法線ベクトルから光路が成立するかどうかを検証する。ここで便宜上、入射光・透過光・法線で構成される平面を PoR(Plane of Refraction) と定義する。

真の法線ベクトルと偽の法線ベクトルの位置関係について考えると、この2つのベクトルは入射光の方向ベクトルに関して対象である。また、入射光の方向ベクトルはどちらも共通であることから、真の法線ベクトルに対する PoR と偽の法線ベクトルに対する PoR は同じものである。真の法線ベクトルの組み合わせについては光路が成立するため、定理4.3.2より、物体外部の2直線が同一平面上に存在しない場合、 $(\mathbf{n}'_f, \mathbf{n}'_b)$ の組み合わせは真の解でないことが導かれる。

4.4 形状推定アルゴリズム

本研究では推定するパラメータを表側・裏側の奥行き d_f, d_b とする。このとき、奥行きによって計算される法線ベクトルから導かれるストークスベクトルと、観測したストークスベクトルの誤差が最小となるような奥行きの組み合わせを推定する。これは、スネルの法則に基づく制約式(式(15))と、ミュラー計算による制約式(式(19))を連立さ

せたものを d_f, d_b について解いていることと同じである。変数を d_f, d_b として光路を作ることによってその時点でスネルの法則に基づく制約式は満たされる。ただし、これはあくまで全反射が発生しないときの話であるため、事前に全反射が発生しないための d_f, d_b の組み合わせの条件を知る必要がある。

そのためにまず d_f, d_b を用いて物体内部の光線の方向ベクトルを書き表す。ある奥行きについて、表側の屈折点は $\mathbf{q}_f = \mathbf{p}_c + d_f(-\mathbf{v}_f)$ 、裏側の屈折点は $\mathbf{q}_b = \mathbf{p}_b + d_b\mathbf{v}_b$ としてそれぞれ求まる。また同時に物体内部の光線の方向ベクトルは $\mathbf{v}_i = \frac{\mathbf{q}_f - \mathbf{q}_b}{\|\mathbf{q}_f - \mathbf{q}_b\|}$ と求まる。

入射光と屈折光のなす角を θ_d とおくと、入射角 θ と屈折角 θ' の間には $\theta = \theta' + \theta_d$ が成立する。つまり、全反射が発生しないときの θ_d の値域は $0 \leq \theta_d \leq 90 - \sin^{-1} \frac{1}{\mu}$ で表される。また、 θ_d と入射光・屈折光の方向ベクトルの間には $\cos \theta_d = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}'$ が成立する。ただし表記を簡単にするために入射光・屈折光の方向ベクトルを \mathbf{v}, \mathbf{v}' とした。よってこの2式より、スネルの法則を満たすためには以下の不等式が表・裏の両側について満たされなければならない。

$$\frac{1}{\mu} \leq \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}' \leq 1 \quad (20)$$

上記の条件を満たす範囲で構成された光路から法線ベクトルを求めるためには、式(16)を用いて入射角を求めたあと、式(17)を用いればよい。こうして得られた法線ベクトルから角度を計算することでミュラー計算を奥行きをパラメータとして行うことができる。

以上をまとめると、本アルゴリズムでは以下の最適化問題を各画素について解く。

$$\begin{aligned} \min \quad & E(d_f, d_b) = \|\mathbf{s}'_f(d_f, d_b) - \mathbf{s}_f\| \\ \text{subject to} \quad & \frac{1}{\mu} \leq \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{v}_i(d_f, d_b) \leq 1 \\ & \frac{1}{\mu} \leq \mathbf{v}_b \cdot \mathbf{v}_i(d_f, d_b) \leq 1 \\ & 0 \leq d_f, 0 \leq d_b \end{aligned}$$

5. 評価実験

5.1 シミュレーションによる評価

計測環境としては、背景とカメラの間に計測対象の透明物体があることを想定し、カメラは透視投影モデルであるものとする。背景はディスプレイを使用し、背景自体が光源となり得るような環境を想定する。また、カメラに届く光線はあくまで背景からの光線のみであるとする。さらに、背景からカメラに届くまでの段階で全反射は発生せず屈折による影響のみが測定した光線空間に反映されるものとする。

環境設定としては、世界座標系とカメラ座標系は同義のものとし、z軸を光軸として、カメラの焦点の座標: $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ 、背景の中心の座標: $(x, y, z) = (0, 0, 30)$ とした。推定する物体形状は、表側: $z = 0.2 \sin(2x - 1) +$

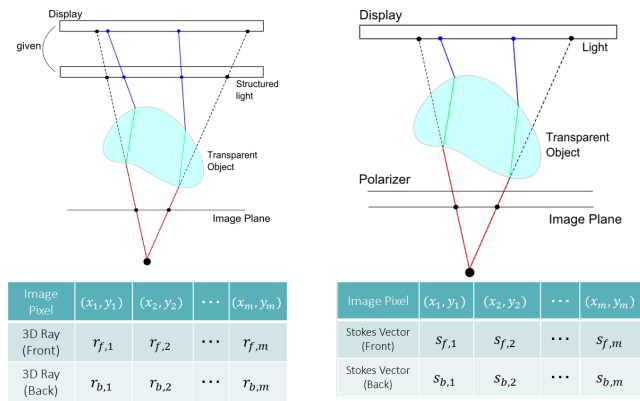


図5 計測モデル

$0.2\cos(3y+2)+20$, 裏側: $x^2+y^2+(z-15)^2=25(0\leq z)$ で構成される曲面とした。カメラ・ディスプレイの解像度はそれぞれ 640×480 , 1280×960 とし、事前にレイトレーシングにより全反射が発生しない画像の領域を確認した上でその領域内の画素それぞれについて屈折点の位置および法線ベクトルを推定し、それを推定形状とした。

5.1.1 幾何光学的光線空間の取得

各画素に対応する光線の半直線の方程式を得るためには、まずあるカメラ画素で、どのディスプレイ画素に映し出される光が観測されるかを知る必要がある。本研究ではその対応を得るためにディスプレイからグレイコードパターン [19] を表示し、ディスプレイ画素の位置を白黒のビット列で符号化したものを撮影する。

そしてディスプレイを異なる2か所に設置し、それぞれにおけるディスプレイ座標を取得すればその2点を結ぶことで各画素におけるディスプレイ側の光線の半直線の方程式が手に入る(図5左側の青線)。なお、カメラ側の方程式(図5左側の赤線)は内部パラメータから算出もできるが、物体がないときのディスプレイ光を撮影すればカメラの内部パラメータが未知の場合でも可能である。これにより、各画素についてカメラ側・ディスプレイ側の半直線の方程式が手に入る。今回の実験では、背景の移動量をz軸方向に+10とした。

5.1.2 波動光学的光線空間の取得

物体外部の光線のストークスベクトルを得るために、カメラの前に直線偏光板を設置して光源の輝度を最低3つの異なる回転角度について測定する。このとき、光源から出る光は非偏光であるものとする。

透明物体を介して偏光を観測するとき屈折によって変化した偏光が届くため、このときのストークスベクトルをカメラ側のストークスベクトル(図5右側の赤線)とする。背景側のストークスベクトルは光源のものであるため、物体を取り払った状態での観測光からディスプレイ側のストークスベクトルを計算する。厳密には背景側のストークスベクトル(図5右側の青線)として取得したものは異な

る位置から照射されたものであるが、本研究では光源のストークスベクトルの視点依存性はないとみなし近似する。シミュレーション環境下ではカメラの全画素で全く同じストークスベクトルが観測されたものとした。

5.1.3 復元結果

本アルゴリズムを用いてシミュレーション環境で形状を推定した結果を図6に示す。赤がカメラ側、青が背景側の形状を表す。左上: 真値, (a): ノイズが全くない状態, (b): グレイコードの量子化誤差がノイズとして付与されている場合, (c): グレイコードの誤差に加えて、観測光のストークスベクトルにノイズを加えた場合の結果である。ノイズはストークスベクトルの輝度 I_{max}, I_{min} については256階調で $[-3, 3]$, 位相角 ψ については $[-3^\circ, 3^\circ]$ の範囲でランダムに付与した。

また、表6に屈折点の位置および法線ベクトルの推定結果の真値との誤差を示す。誤差の評価方法としては、屈折点および法線ベクトルの誤差を各画素についてそれぞれ $err(q) = \|q - q'\|$, $err(n) = \cos^{-1}(n \cdot n')[deg]$ を用いて計算し、その平均を評価値とした。ここで、 q, n はそれぞれ屈折点および法線ベクトルの推定値、 q', n' はその真値である。

ノイズがない場合は一部を除いた多くの画素で正しく形状の復元を行うことができた。一部、真値から離れた点が見受けられるもののこれらがある領域を形成しているわけではないため、曖昧性による偽の法線ベクトルが原因ではないと考えられる。この結果により本手法によって奥行き・法線ベクトルの曖昧性を解消した形状復元ができたといえる。ノイズを付与した場合は、真値とは大きく離れた点が多く見られるものの、おおよその概形は復元することができた。今回のアルゴリズムではあくまで画素単位での復元にすぎないので、周辺領域との連続性を考慮した最適化を行えばより復元精度の向上が期待できる。

さらに、図7にLPTに基づく形状復元結果を示す。シミュレーション環境は提案手法によるものと同じであり、使用したカメラの台数は3つである。具体的な復元アルゴリズムは[20]を採用した。復元を行った結果、屈折点位置の誤差の平均は表側: 0.6745, 裏側: 2.4025となった。

LPTによる復元結果と提案手法による復元結果を比較すると、提案手法の方が特に背景側の形状を上手く復元できており、表・裏の両面を復元するという観点から見ても本手法の有効性を示すことができた。これは、LPTによる復元手法ではあくまで表側の屈折点は複数カメラで共有されるものの、裏側の屈折点は共有されないため誤差が裏側に集中してしまったことが原因の1つと考えられる。一方、本手法では制約の強さが表と裏のどちらか一方に偏ることではないため、ノイズが少ない場合は特に両方の面を精度よく復元することができた。

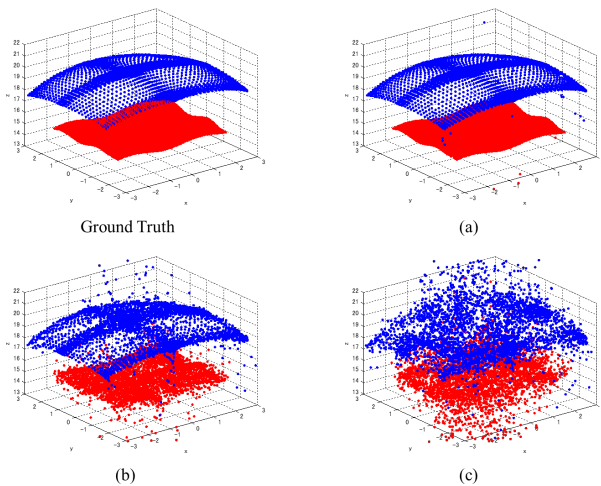


図6 提案手法による復元結果

表1 推定した屈折点の位置および法線ベクトルの誤差

Point of Refraction			
	(a)	(b)	(c)
Front	0.0342	0.3972	1.6015
Back	0.0109	0.2788	1.5550

Surface Normal [deg]			
	(a)	(b)	(c)
Front	0.0048	0.2183	7.0709
Back	0.1134	0.1728	6.8199

6. 結論

本研究では屈折によって変化する物体外部の光線空間の幾何学的情報および波動学的情報を用いて、透明物体の表面形状の推定を行った。具体的には、スネルの法則による光線の進行方向の変化についての制約と、ミュラー計算に基づく偏光状態の変化にする制約を設定し、両者ともに満たす光線の奥行きを組み合わせを推定した。また、両者の制約を組み合わせることで単視点で片方の制約のみしか使用しない場合に生じてしまう奥行き・法線ベクトルの曖昧性をなくし、一意に推定できることを示した。さらにシミュレーション環境で実際に形状復元を行い、本手法の有効性について検討した。

今後の展望としては周辺領域との連続性を考慮したよりノイズに強い形状復元や、屈折率を未知とした場合に形状と屈折率を同時に推定することなどが挙げられる。

謝辞 本研究の一部は科研費 26240023 の補助を受けて行った。

参考文献

[1] Szeliski, R.: *Computer Vision: Algorithms and Applications*, Springer (2010).
 [2] Matsuyama, T. et al.: *3D Video and Its Applications*, Springer (2012).
 [3] Agrawal, A. et al.: A Theory of Multi-Layer Flat Refractive

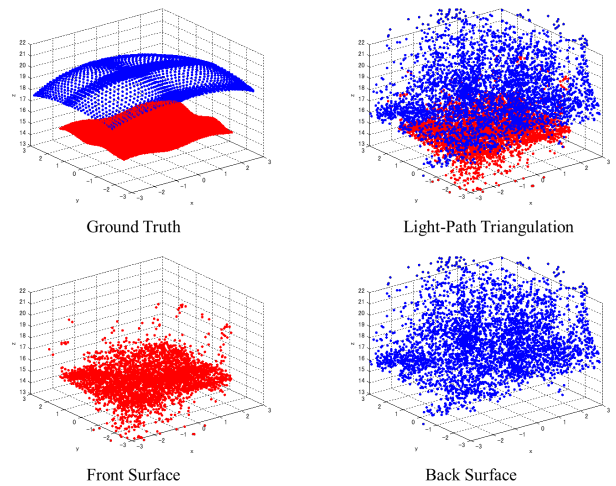


図7 Light-Path Triangulation を用いた復元結果 [4][20]

Geometry, *Proc. CVPR*, pp. 3346–3353 (2012).
 [4] Kutulakoz, K. N. and Steger, E.: A Theory of Refractive and Specular 3D Shape by Light-Path Triangulation, *Proc. ICCV* (2005).
 [5] Tsai, C. Y. et al.: What does a light ray reveal about a transparent object?, *Proc. ICIP* (2015).
 [6] Chari, V. and Sturm, P.: A Theory of Refractive Photo-Light-Path Triangulation, *Proc. CVPR* (2013).
 [7] Wetzstein, G. et al.: Refractive Shape from Light Field Distortion, *Proc. ICCV* (2011).
 [8] Shan, Q. et al.: Refractive Height Fields from Single and Multiple Images, *Proc. CVPR* (2012).
 [9] Ma, C. et al.: Transparent Object Reconstruction via Coded Transport of Intensity, *Proc. CVPR* (2014).
 [10] Xue, T. et al.: Refraction Wiggles for Measuring Fluid Depth and Velocity from Video, *Proc. ECCV* (2014).
 [11] Yeung, S. K. et al.: Normal Estimation of a Transparent Object Using a Video, *TPAMI*, Vol. 37, No. 4 (2015).
 [12] Han, K. et al.: A Fixed Viewpoint Approach for Dense Reconstruction of Transparent Objects, *Proc. CVPR* (2015).
 [13] 井手口裕太ほか：辺縁での光学的部分恒常性に基づく透明物体の表面形状推定, *Proc. CVIM* (2015).
 [14] T. Chen, H. P. A. L. et al.: Polarization and Phase-Shifting for 3D Scanning of Translucent Objects, *Proc. CVPR* (2007).
 [15] Drouet, F. et al.: 3D reconstruction of external and internal surfaces of transparent objects from polarization state of highlights, *OPTICS LETTERS*, Vol. 39 (2014).
 [16] Miyazaki, D. and Ikeuchi, K.: Shape Estimation of Transparent Objects by Using Inverse Polarization Raytracing, *TPAMI*, Vol. 29, No. 11, pp. 2018–2030 (2007).
 [17] 宮崎大輔, 池内克史：偏光レイトレーシング法による透明物体の表面形状と裏面形状の同時推定の可能性と限界, *Proc. MIRU* (2004).
 [18] Huynh, C. P. et al.: Shape and Refractive Index Recovery from Single-View Polarisation Images, *Proc. CVPR* (2010).
 [19] Grossberg, M. and Nayer, S.: The Raxel Imaging Model and Ray-Based Calibration, *IJCV*, Vol. 61, No. 2, pp. 119–137 (2005).
 [20] Steger, E.: Reconstructing Transparent Objects by Reractive Light-Path Trianguation, Master's thesis, University of Toronto (2006).