

# オンライン・システムのスループットの動作論的解析†

井上 晴雄<sup>††</sup> 槻木 公一<sup>††</sup>

本研究は多数の端末装置を含み構成が複雑なオンライン・システムのスループットを推定する実用的な方法について論じる。運用段階のシステムには設計段階で予期しなかった負荷条件が課せられることがしばしばあり、そのときにスループット上の隘路を摘出し、考えられる改善策の効果を予測することが運用者の重要な責務である。本研究は運用者が実稼動中のシステムから容易に入手できる動作変数を用いて全体のスループットを求める計算方法に関するものであり、実存のシステムへの適用を試みその結果を示す。計算に当たって5レベルの階層化モデルを作り、それぞれを待ち行列網として扱い、最下位のレベルから順次動作論的方法によって解く。下位の網の結果を上位の網に一つの合成待ち行列として組込むことを反復し全体システムのスループットを求めた。計算結果は実測値に対する非常に良い近似であった。実際のシステムでは少数の処理設備の能力がスループットの上限を決めていることが多い。種々の改善策の効果を予測に前記の方法を用いる際、各レベルの全処理設備について動作変数を測定する必要はなく、最繁処理設備の負荷量と負荷の均衡の度合を表すパラメータがあれば、システムのスループットを実用的な精度で計算でき、この方法は運用段階のシステムでの簡便な性能評価に適している。

## 1. ま え が き

本研究は多数の端末を含み、複雑な構成のオンライン・システムについて、運用段階で生じた処理能力上の隘路を摘出し、考えられる改善策の効果を予測するための方法に関するものである。オンライン・システムの運用段階では、設計時に予期しなかった負荷条件下での動作を強いられることがしばしばある。短時間であっても定格処理能力を越える処理要求の発生、あるいはファイル装置など複数の処理設備間の負荷の不均衡等はその例である。これらは結果として応答時間または呼損率の増大という形で端末側に悪影響を及ぼす。運用者は隘路になっている設備の強化、適切な予測に基づく負荷の再配分等の対策を要請されるが、その際、現在および改善後のシステムの性能評価、予測が不可欠である。著者は実システムで測定可能な動作変数を用いてシステム全体のスループットを推定することを試みた。大規模な対象システムを階層化されたモデルに分解し、それぞれを待ち行列網として取扱い、実測データを用いて動作論的方法で解いた。

本稿でいう動作論的方法とは、待ち行列網に関してBuzenが提唱したOperational Analysisで、観測可能な動作変数から直接スループット、応答時間等の性能指標を求める解析法である<sup>1)</sup>。運用中の座席予約システムに適用した結果は実用上満足できるものであ

た。

## 2. 対象システムのモデル化

### 2.1 座席予約システムの動作概要<sup>1), 2)</sup>

適用の対象は多数の端末、座席の状態を管理するファイルを含む中央装置および通信回線網からなる座席予約システムである。客の要求は端末から問合せメッセージとして中央装置に送られ、要求条件を満たす空席が探索され、結果が応答メッセージとして同じ端末に返される。通信回線の有効利用を図るため、端末からの回線(加入者回線)をより少ない中継線に集約する集線装置が設けられている。競合の制御は待時式である。中央装置は通信制御とファイル制御の機能を別の計算機が分担する計算機複合体である。通信制御計算機(CC)は2台の処理装置からなるマルチプロセッサ構成で、ファイル制御計算機は2組(FC1とFC2)の単一処理装置からなる。

問合せメッセージはCCで解析され、要求する座席のファイルをもつFCに転送される。FCでの処理結果はCCに戻され、そこで編集されて応答メッセージが作られる。FCの代表的ファイルは、端末ごとの業務実績を記録するエーゼント・ファイル(AF)、座席の状態を記録する座席ファイル(SF)、SFのインデクスと列車の情報を記録する列車ファイル(TF)等で、磁気ドラムまたはディスクを用い、複数ボリュームで構成される。メッセージがアクセスするボリュームは発信端末、要求列車により一意に決まる。CCとFCはメッセージごとにタスクを割当てる。割当て可能な最大タスク数が多重プログラミングの最大多重度を決

† An Operational Analysis of the Throughput of On-line Systems by HARUO INOUE and KOH-ICHI TSUKIGI (Information Systems Laboratory, Railway Technical Research Institute, Japanese National Railways).

†† 日本国鉄道技術研究所情報システム研究室

定する。メッセージ間に優先順位はなく先着順処理がなされる。

## 2.2 モデルの階層化

中継線、CPU、タスク、ファイル装置等の処理設備を一つの待ち行列網として取扱うのは対象が大規模な場合は実際的でない。そこで処理能力に関して閉じて考えられる部分システムを分離して扱いやすい待ち行列網として計算し、その結果を用いて得た合成待ち行列で部分システムを置換える。この置換えを段階的に行い、図1に示すような階層モデルを作る。各階層に組込む処理設備は、運用経験からその部分システムの処理能力に影響が大きいと知れたものを選ぶ。

モデルは二つに分類される。一つは待ち行列網の出力ジョブがただちにその入力となるもので閉待ち行列網と呼ぶ。網内のジョブ数は有限である。他の一つはジョブが端末で発生し待ち行列網に入り、処理終了後同じ端末に戻る。新しいジョブは一定時間（ユーザ時間と呼ぶ）経過後その端末から発生する。その種のモデルを端末駆動形待ち行列網と呼ぶ。これら2種の待ち行列網の概念を図2および図3に示す。

以下各階層のモデルについて略述する。

### (1) オンライン・システム・モデル

端末、中継線および中央の計算機群を含む端末駆動形待ち行列網である。これを端末とそれ以外の部分とに分解し、後者は次項の計算機複合体モデルを解いた結果を用いて一つの合成待ち行列として扱う。異速度の端末が混在するが、発生するジョブの処理は同一である。ユーザ時間はデータ伝送時間を含み、端末の形式別台数で重み付けした平均値を用いる。

### (2) 計算機複合体モデル

CC, FC 1, FC 2 および中継線とからなる端末駆動形待ち行列網である。3組の計算機システムはそれぞれ次項の単一計算機モデルの計算結果から合成待ち行列として置換えられるものである。ジョブは各中継線で発生し、処理終了まで1回線を保留する。したがって網内の最大ジョブ数は中継線数に等しい。

### (3) 単一計算機モデル

1台のCPUと複数の入出力装置からなる閉待ち行列網である。CCに適用するとき、CPUは次項のプログラム・モデルで計算したマルチプロセッサ構成に関する合成待ち行列で置換える。CCの入出力装置にはAF用の磁気ドラムがある。FCのモデルの構成要素はCPU、AFまたはTF用の磁気ドラムおよび

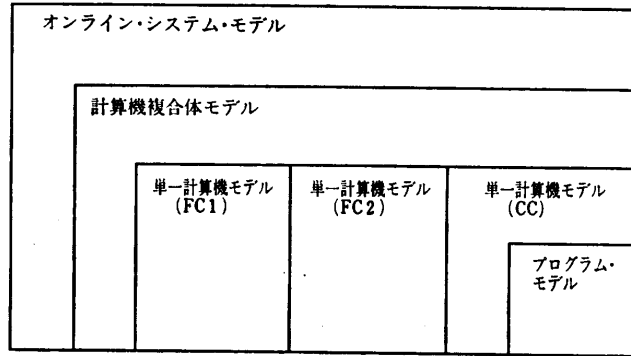


図1 階層化モデル

Fig. 1 Hierarchical evaluation model of the seat reservation system.

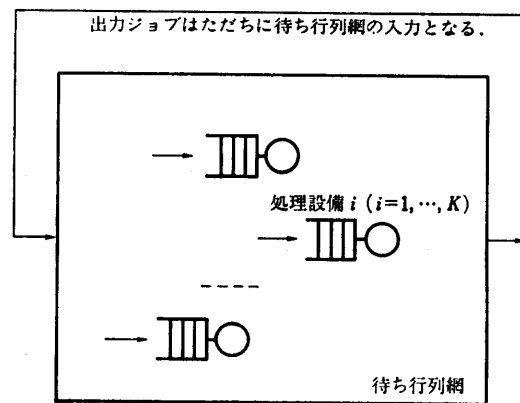


図2 閉待ち行列網

Fig. 2 Closed queueing network model.

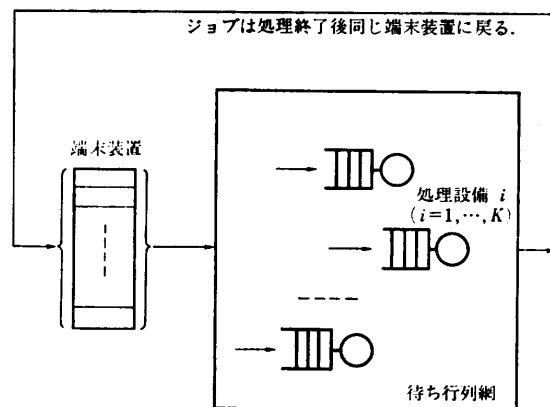


図3 端末駆動形待ち行列網

Fig. 3 Terminal-driven queueing network.

SF用のディスクである。各網内の最大ジョブ数は各CPUが用意したタスク数で決まる。

### (4) プログラム・モデル

2台の処理装置からなるマルチプロセッサ構成で実

行されるプログラムには、2台で同時に実行可能な再入可能プログラムと直列化制御を必要とする直列使用プログラムとがある。前者を2組、後者を1組の処理設備と見なした閉待ち行列網を考える。網内の最大ジョブ数は2である。!

### 3. 評価方法

#### 3.1 性能指標と評価方法の選択

システムまたは部分システムの性能指標として、ここではスループット、すなわち単位時間当りの処理件数に着目する。対象の座席予約システムでは1対の問合せ・応答メッセージに関する処理が1件に数えられる。前記待ち行列網モデルでメッセージはジョブとして取扱われるので、スループットは単位時間にそこから出力されるジョブ数に相当する。

オンライン・システムの運用段階における性能評価の一つの重要な意義は、設計段階で予期できなかった負荷条件に対してシステムを微調整するために、考えられる方策の効果を予測することである。この場合の評価方法は予測精度よりも所要時間、経費を重視して選択されることが多い。著者はこのような実用的観点から動作論的解析法を選び、適用可能性を検証した。

#### 3.2 動作論的解析法<sup>3)-5)</sup>

Buzen らが提案した動作論的解析法 (operational analysis) は次の二つの原理に基づいている。

(1) 実システムの性能評価の際仮定される条件はすべて直接検証可能なものであること、および

(2) 実システムの性能を表す数式上の独立変数と従属変数はすべて直接測定可能なものであること。そして動作論的な平衡状態、すなわち観測時間の最初と最後にシステム内のジョブ数が等しいこと、および単一到着・単一退去、すなわち2以上のジョブの到着または退去が同時には起こらないことを仮定すれば、確率論的方法における出生死滅過程の公式と同じ形の関係が得られることが示されている。

Denning らはこれを拡張し、積形式解が一般待ち行列網で成立することを証明した。さらに網の均一性 (homogeneity) を仮定すれば、状態空間の平衡方程式に対する実用的な解が得られることを明らかにした。ここで網の均一性とは、網内の処理設備の単位時間当りのジョブ処理数および処理設備への単位時間当りのジョブ到着数がシステムの状態、すなわち待ち行列の長さの分布に関係なく一定である特性である。

積形式解は次式で表される。

$$p(n) = \prod_{i=1}^K (V_i S_i)^{n_i} / G(N, K) \quad (1)$$

ここで  $n=(n_1, \dots, n_K)$  は  $K$  台の処理設備からなる網の状態ベクトルであり、 $n_i$  は処理設備  $i$  の待ち行列内のジョブ数である。 $V_i$  と  $S_i$  はそれぞれ処理設備  $i$  における巡回比 (1ジョブがそこで処理を受ける平均回数) および1回の処理の平均時間である。 $G(N, K)$  は正規化定数で、次式で与えられる。

$$G(N, K) = \sum_{n \in S(N, K)} \prod_{i=1}^K (V_i S_i)^{n_i} \quad (2)$$

ここで、

$$S(N, K) = \left\{ (n_1, \dots, n_K) \mid \prod_{i=1}^K n_i = N \right\}$$

である。 $p(n)$  は観測時間の中で状態  $n$  が占める時間の割合である。正規化定数は Buzen のアルゴリズム<sup>6)</sup>によって効率よく求めることができる。それは、

$$g(n, k) = \sum_{n \in S(n, k)} \prod_{i=1}^k (V_i S_i)^{n_i}$$

において、 $n$  を0から  $N$  まで、 $k$  を1から  $K$  まで反覆計算する。ここで  $N$  は網内のジョブ数であり  $K$  は処理設備数である。この計算で得られる値を用い、閉待ち行列網のスループット  $X_0$  が次の関係から求まることが知られている<sup>7)</sup>。

$$X_0 = g(N-1, K) / g(N, K) \quad (3)$$

同様にして端末駆動形待ち行列網については、 $h(m, k)$  において、 $m$  を1から  $M$  まで、 $k$  を1から  $K$  まで反覆計算し、次式からスループット  $X(M)$  を求める<sup>7)</sup>。

$$X(M) = (M/Z) h(M-1, K) / h(M, K) \quad (4)$$

ここで、 $M$  は端末台数、 $Z$  はユーザ時間である。

## 4. 評価結果と考察

### 4.1 単一計算機システムについての予備的検討

階層化モデルによる性能評価に先立ち、前記の動作論的方法が実用可能であることを確認するために二つの実験を行った。その一つは実システムが実負荷で動作中に測定した動作変数からスループットを計算し、実際の値と比較したものである。他は同様なことを特性が既知である擬似負荷に関して行ったものである。

対象システムの構成機器は、2台の処理装置 (BPU) からなるマルチプロセッサと4~6台の AF 用および16台の TF 用磁気ドラムならびに18~28台の SF 用ディスクであり、すべてオンラインの予約処理に使用される。これらに単一計算機モデルを適用するが、

各処理設備の $V$ と $S$ は経験的に知られた、あるいは実測された値に基づいている。

実負荷に関して3ケース、擬似負荷に関して11ケースの観測の結果、スループットの計算値は、全ケースが実測値の $\pm 10\%$ 内に、12ケースが $\pm 5\%$ 内に入った。擬似負荷による実験はSFのディスクへのアクセスを意図的に偏らせ、かつタスク数を可変要素とした。全ケースは用意したタスクがすべて使用されるような重負荷時の観測であった。

#### 4.2 端末装置を含む全体システムの検討

待ち行列網の中のある部分網が一定のジョブ数 $N$ で動作し、単位時間当り $X\alpha(N)$ の出力ジョブ数を得ていたとする。その部分網は1回の平均処理時間が $S(N)=1/X\alpha(N)$ である等価な処理設備に置換え可能であることが知られている<sup>8)</sup>。この原理に基づき、2.2節の階層化モデルの最下位のプログラム・モデルについてまず $X\alpha(N)$ を計算し、その結果を上位の単一計算機モデルに一つの処理設備として組込んだ。同様な手順を繰返してオンライン・システム全体のモデルの

表1 各モデルのパラメータ  
Table 1 Parameters used in the evaluation models.

項番	対象システム	モデルの種類	処理設備	パラメータの取得方法		
				V	S	Z
1	CPU	プログラム・モデル	直列使用プログラム	1	(メッセージ種別ごとにトレースしたプログラム実行時間) $\times$ (メッセージ・ミックス)	—
			再入可能プログラム	0.5 (経験値)	同上	—
2	CC	単一計算機モデル	CPU	1	項番1で計算した $X_0(2)$ の逆数	—
			AF $\times 6$	ジャーナル記録	ジャーナル記録	—
3	FC 1	単一計算機モデル	CPU	1	(メッセージ種別ごとにトレースしたプログラム実行時間) $\times$ (メッセージ・ミックス)	—
			AF $\times 2$	ジャーナル記録	ジャーナル記録	—
			TF $\times 5$			
—	SF $\times 9$	—	—	—		
4	FC 2	単一計算機モデル	CPU	項番3に同じ	項番3に同じ	—
			AF $\times 2$			
			TF $\times 3$			
			SF $\times 5$			
5	中央装置	計算機複合体モデル	中継線	—	—	(メッセージ種別ごとのユーザ時間) $\times$ (メッセージ・ミックス)
			CC	1	項番2で計算した $X_0(25)$ の逆数	—
			FC 1	0.51 (ジャーナル記録)	項番3で計算した $X_0(20)$ の逆数	—
			FC 2	0.49 (ジャーナル記録)	項番4で計算した $X_0(20)$ の逆数	—
6	全体システム	オンライン・システム・モデル	端末装置	—	—	(メッセージ種別ごとのユーザ時間) $\times$ (メッセージ・ミックス)
			中央装置	1	項番5で計算した $X_0(1005)$ の逆数	—

計算に至った。

各モデルで用いたパラメータ値  $V, S$  および  $Z$  はいずれも実測値または実測値から計算されたものである。表1にその要約を掲げる。S欄で  $X(n)$  の逆数とあるのは、下位モデルの部分網の置換えを意味している。またZ欄のユーザ時間はメッセージの平均発信間隔から中央サブシステム内平均滞留時間を差引いた時間に等しく、メッセージ伝送時間、端末操作時間、手空き時間等が含まれる。

表2はこのようにして得た全体システムのスループットの計算値で、ジャーナルに記録された実際の値と比較してある。全ケースとも繁忙時間帯におけるもので、設置された1,660台の端末装置がすべて動作中であるような状態の観測であった。各ケースの違いはメッセージ種別の構成割合にあり、したがって端末装置のユーザ時間が異なった。対象システムの場合、ユーザ時間は全体システムのスループットに大きく寄与しているので、メッセージ種別ごとの処理内容、発生割合に関する情報は処理能力予測の重要な鍵であった。

#### 4.3 スループット改善策の評価例

##### (1) 端末装置増設

中継線数その他の条件を変えずに端末装置を増設するときの効果を図4に示す。同図からスループットが飽和する増設の限界が推定できる。

##### (2) 端末ユーザ時間短縮

図4はまた、端末ユーザ時間(変数  $ZT$ ) が与える影響をも示している。 $ZT$  の短縮は高速加入者線の採用、メッセージ圧縮、印刷機構の高速化等によって具体化できる。

##### (3) 中継線増設

端末ユーザ時間  $ZT$  その他の条件を同一とし、中継線数のみ増やすときの効果を図5に示す。同図は中継線を端末装置台数に比例して増設することが、ある限界以内で有効なことを示している。

##### (4) 中継線ユーザ時間短縮

これは中継線増設と等価な効果をあげる。具体的には伝送の高速化、メッセージ圧縮、分散処理等により実現可能である。

##### (5) 計算機間の負荷均衡

中央装置で考えられる改善策の一つに、FC 1 と FC 2 とに分割された負荷の均衡化がある。

表2 全体システムのスループットの計算値と実測値の比較

Table 2 Comparison between calculated and measured values of the total system throughput.

ケース番号	計算値 (A)	実測値 (B)	誤差 (%) $\frac{(A)-(B)}{(B)} \times 100$
1	39.1	42.8	-8.6
2	41.8	42.5	-1.6
3	42.5	44.0	-3.4
4	42.5	43.3	-1.8
5	46.4	46.3	0.2
6	47.7	49.5	-3.6
7	49.9	50.5	-1.2
8	52.5	53.7	-2.2
9	52.5	52.7	-0.4
10	53.4	53.0	0.8

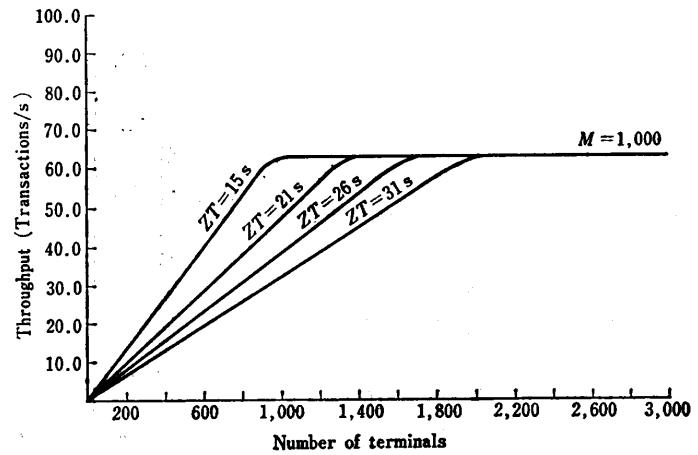


図4 端末装置増設の効果

Fig. 4 System throughput as a function of the number of terminals.

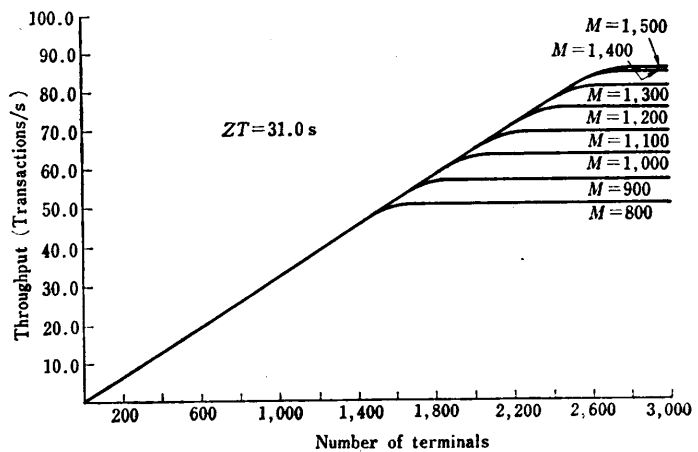


図5 中継線増設の効果

Fig. 5 System throughput as a function of the number of trunk lines.

それぞれの巡回比を  $V_1, V_2$  とすると ( $V_1 + V_2 = 1$ ),  $V_1$  が 0.3~0.7 の範囲でスループットは 1% 以内の変化をし, 多少の不均衡は問題にならない。

#### (6) CC のタスク増設

中央装置の他の隘路は CC であって, その一つの改善策はタスクの増設である。図 6 はその効果の予測を示すが, タスク数が 20 以上の場合はその数を 50% 増やしてもスループットの増加は 4% 以下である。

#### (7) CC のプログラム構造改良

マルチプロセッサ構成での直列使用プログラムの走行割合を適当な値まで減らす改良によって得られる効果を図 6 中段の曲線で示す。現状より約 8% (タスク数 25) の改善が期待できる。

#### (8) CC の AF 増設

同一仕様の磁気ドラムを AF 用に 1 台追加し, 負荷を均等に配分するとき得られるスループットを図 6 のいちばん上の曲線で示す。(7) および(8)の改善によって, 約 30% の向上が期待できることが同図からわかる。

#### (9) FC のタスク増設

FC 1, FC 2 ともタスク数を 20% 増やしても, スループットの増加は 2% 程度にすぎない。これは各 FC 内の処理設備のいずれかが隘路になっているためと考えられ, (10) の方策による効果が期待される。

#### (10) FC 内の負荷均衡

処理設備  $i$  の  $V_i$  と  $S_i$  の積  $Y_i = V_i \cdot S_i$  はその負荷の大きさを表す。  $K$  台の処理設備について,  $Y_i, (i=1, \dots, K)$  の総量が一定であるとし,  $Y$  の分布が計算機システムのスループットに与える影響を図 7 に示す。  $Y$  が切断幾何分布に従うと仮定し, そのパラメータ  $P$  を負荷の均衡状態の指標とすると,  $P$  を 1 に近付ける努力によってスループットが改善されることが明らかである。

#### 4.4 単純化モデル

待ち行列網として取扱うことができる処理設備群全体のスループットを限定する要因として, 網内のジョブ数および処理設備の中で負荷量が最大のもの(最繁設備)の処理能力が考えられる。一般的な網の挙動を見ると, 網内のジョブ数の増加に伴いスループットはほぼ直線的に増大するが, ある数以上になると鈍化し

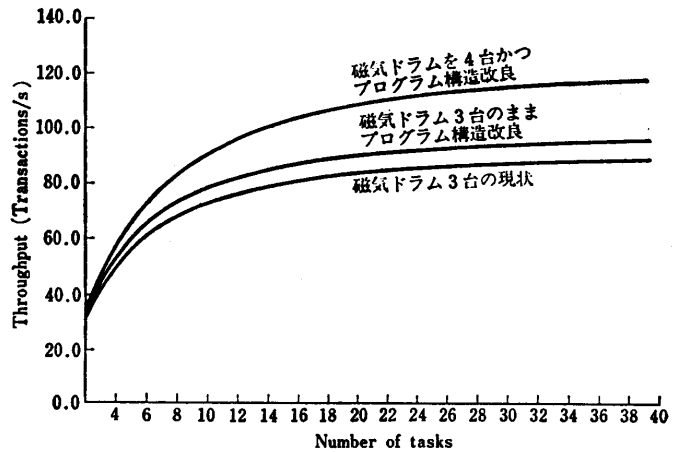


図 6 通信制御計算機 (CC) の改良の効果  
Fig. 6 System throughput as a function of the number of tasks in the CC.

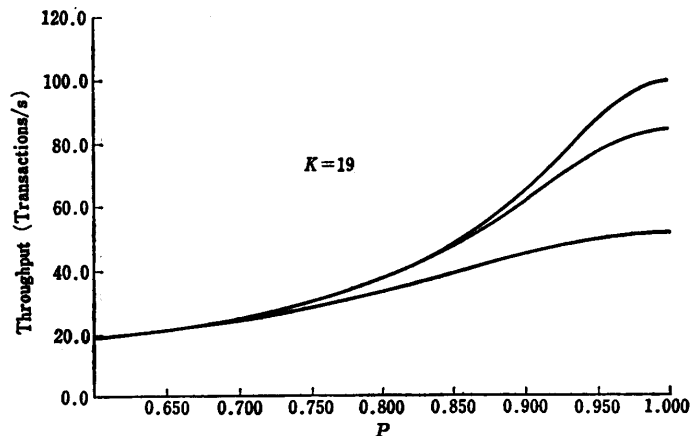


図 7 計算機システム内の負荷不均衡の影響  
Fig. 7 An effect of load balancing on system throughput.

て最繁設備の能力で決まる一定値に漸近する。ジョブ数で支配される領域で動作している網をジョブ限界型, 最繁設備の能力で限定される網を設備限界型と呼ぶことにする。4.3 節の(1), (2), (3), (4), (6), (9)はジョブ限界型に対する改善例であり, (5), (7), (8), (10)は設備限界型に対する例である。ジョブ数対スループット曲線が描ければ, その網がどの型で動作しているかが直観的に理解され, 講ずべき対策の選択に役立つ。

実際の計算機システムの運用においては, 最繁設備が知られていることが多く, その場合最繁設備について観測した動作変数を用いて全体のスループットが実用上十分な誤差範囲内で推定できれば改善策の効果の予測が容易になる。いま  $N$  台の処理設備からなる網の

負荷の総量が既知で、最繁設備の負荷量  $V_n \cdot S_n$  が測定されたとする。残りの  $N-1$  台については負荷量が切断幾何分布に従うと仮定する。すなわち、負荷量の大きい順に添字を付けると、 $n$  番目の処理設備の負荷量の占める割合  $y_n$  は、

$$y_n = (1-p)p^{n-1} / (1-p^N)$$

で表される。ここで  $p$  は負荷の均衡の度合を示すパラメータで、 $n=1$  である最繁設備の観測から求められる。このようにして得た動作変数列を用いて待ち行列網のスループットの一つの近似値が計算される。 $N=19$  程度の単一計算機モデルについてこの方法を適用した結果、10 ケースの計算スループットは実測値の  $\pm 10\%$  の範囲内にあった。

## 5. むすび

複雑な構成の座席予約システムを対象に、階層化された待ち行列網モデルを作り、各階層を動作論的方法で解析してスループットの推定と幾つかの改善策の効果を予測した。日常の運用業務の中で容易に入手できる動作変数を用いて実用上十分な精度を得ることができた。この方法に必要な動作変数は少なくよく、対象システムのあるモデルでは、経験的に最繁設備と知られている処理設備の負荷量と、その全体に占める割合が与えられるだけでも全体のスループットを良い精度で算出できた。この方法は多数の端末装置を含む他の問合せ応答型のオンライン・システムについても、処理能力評価の実用的方法として適用可能と考えられる。

終りに当り早くから本研究の着手を示唆され、ご指

導賜った元東京大学宇宙航空研究所穂坂衛教授に深甚なる謝意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 尾関, 井上他: マルス 105 システム(3)ーシステムの評価一, 情報処理, Vol. 15, No. 8, pp. 633-640 (1974).
- 2) 井上: MARS 105 システムの能力評価, 情報処理学会システム性能評価研究会資料, 74-2, pp. 1-10 (1974).
- 3) Buzen, J. P.: Fundamental Operational Laws of Computer System Performance, *Acta Inf.*, Vol. 7, No. 2, pp. 167-182 (1976).
- 4) Buzen, J. P.: Operational Analysis: An Alternative to Stochastic Modeling, in *Performance of Computer Installations*, pp. 175-194, North-Holland, Amsterdam (1978).
- 5) Denning, P. J. and Buzen, J. P.: Operational Analysis of Queueing Networks, in *Computer Performance Modeling, Measuring, and Evaluation*, pp. 151-172, North-Holland, Amsterdam (1977).
- 6) Buzen, J. P.: Computational Algorithms for Closed Queueing Networks with Exponential Servers, *Com. ACM*, Vol. 16, No. 9, pp. 527-531 (1973).
- 7) Denning, P. J. and Buzen, J. P.: The Operational Analysis of Queueing Network Models, *Comput. Surv.*, Vol. 10, No. 3, pp. 225-261 (1978).
- 8) Chandy, K. M., Herzog, U. and Woo, L.: Parametric Analysis of Queueing Networks, *IBM J. Res. Dev.*, Jan. 1975, pp. 36-42 (1975).

(昭和 58 年 3 月 11 日受付)

(昭和 60 年 3 月 20 日採録)