

H-030

曲率と捩率を利用した3次元軌跡曲線の解析手法

A Method of 3-D Trace Curve Analysis using Curvature and Torsion

武佐 和宏†
Kazuhiro Musa

渡辺 弥寿夫†
Yasuo Watanabe

1. まえがき

動画像を用いたジェスチャ認識を行なうために、対象位置の軌跡曲線を解析することがしばしば行われる。曲線形状解析において、平面曲線に対してはP型フーリエ記述子^[1]を用いた方法が知られており、空間曲線に対してもこれを拡張した方法が提案されている^[2]。われわれは、滑らかな空間曲線が曲率と捩率によってその形状が一意に決定されるというフルネ・セレーの公式^[3]に基づいて、空間曲線を等長線分で近似したときの離散的な空間曲線の曲率と捩率に着目し、これをフーリエ解析する方法を検討および評価した。ここにその結果を報告する。

2. 曲率・捩率

弧長 s をパラメータとする滑らかな空間曲線 $c(s)$ の曲率 κ および捩率 τ は以下の式(1)および(2)より定義される。

$$\kappa(s) = \|e_1'(s)\| \quad \dots(1) \quad \tau(s) = e_2'(s) \cdot e_3(s) \quad \dots(2)$$

ここで、 $e_1'(s) = c'(s)$, $e_2(s) = \frac{e_1'(s)}{\|e_1'(s)\|}$, $e_3(s) = e_1(s) \times e_2(s)$

計測された空間中の軌跡データは離散的なため上式による微分計算ができない。ここでは、等長線分で近似した N 個の曲線の点列を $[P_0, \dots, P_{N-1}]$ として、以下のようにして離散的に曲率と捩率を定める。 α_i は3次元曲線を構成する i 番目の線分ベクトル $(P_{i+1} - P_i)$ を長さ1に正規化したものを表す。以下、曲率と捩率としてこのように求めたものを用いる。

$$\alpha_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{\|P_{i+1} - P_i\|}$$

$$N_i = \alpha_i \times \alpha_{i+1} \quad B_i = N_i \times \alpha_{i+2}$$

$$\kappa_i = \cos^{-1} \left(\frac{\alpha_{i+1} \cdot \text{perp}_{N_i} \alpha_{i+2}}{\|\alpha_{i+1}\| \|\text{perp}_{N_i} \alpha_{i+2}\|} \right)$$

$$\tau_i = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\frac{N_i \cdot \alpha_{i+2}}{\|N_i\| \|\alpha_{i+2}\|} \right)$$

ただし、 $\frac{B_i \cdot \text{perp}_{N_i} \alpha_{i+2}}{\|B_i\| \|\text{perp}_{N_i} \alpha_{i+2}\|} > 0$ ならば κ_i を $-\kappa_i$ と置き換える。

上式において \cdot は内積、 \times は外積を表し、 $\text{perp}_a b$ はベクトル b のベクトル a に関する垂直成分を表す。

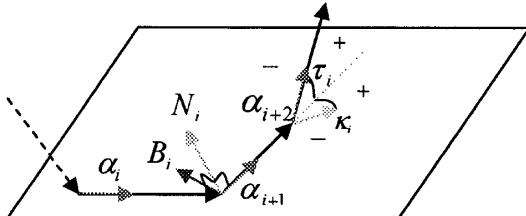


図1. 離散的な曲率・捩率

このようにして得られた離散的な曲率と捩率の信号には元の曲線形状に関する情報が含まれており、これらの信号を

フーリエ変換して得られる周波数成分は特徴ベクトルとして利用できる。また、これを逆フーリエ変換することで得られる曲率・捩率の信号を用いて曲線を復元できる。

初期条件として $\alpha_0, \alpha_1, N_0, B_0$ および線分の長さ l , 曲線の始点 P_0 が与えられているとき、以下のようにして離散的な曲率・捩率より N 点から構成される等長線分を復元することができる。ここで $R_a(\theta)$ は任意のベクトルをベクトル a を軸として反時計回りに θ だけ回転する変換行列を表す。

```
for i = 0...N-4
    alpha_{i+2} = alpha_{i+1} R_{B_i}(\tau_i) R_{N_i}(\kappa_i)
    N_{i+1} = alpha_{i+1} x alpha_{i+2}
if ||N_{i+1}|| = 0
then N_{i+1} = N_i, B_{i+1} = B_i else B_{i+1} = N_{i+1} x alpha_{i+2}
```

この操作を繰り返して得られる $\alpha_0 \sim \alpha_{N-1}$ を用いて、等長線分上の点 $P_1 \sim P_{N-1}$ を $P_j = P_0 + \sum_0^{j-1} \alpha_{j-1}$ より得る。

3. 曲線のマッチング

3.1 部分パターンの登録

調べる標準部分パターンとしては予め関数で定義できるものをいくつか選び、等長線分で表現しておく。ここでの曲線の分割数はのちほど比較するときの分割数と統一する。

各部分パターンは、曲率と捩率を求めた上でフーリエ変換し、その周波数領域での各成分のパワーを特徴ベクトルとして保存しておく。

3.2 3次元軌跡曲線データの扱い

サンプルデータとなる3次元軌跡曲線データに対して、標準部分パターンが含まれているか調べるため一定の曲線長毎にその曲率および捩率のパワースペクトルを計算していく。しかし、元々の3次元軌跡曲線のデータ点間隔が一定ではないので、ここでは予め全体長を N 個の線分に等分割したのち一定曲線長毎に逐次調べることにした。

一定の曲線長毎にシフトしつつ切り取り、各々部分パターンとの類似度を計算する。切り取った部分の離散的な曲率と捩率を計算する際、事前に登録しておいた標準部分パターンの分割数にあわせてこれを等長線分で表現しなおし、標準部分パターンに対して行ったのと同様の方法でパワースペクトルを計算する。調べる曲線長は予め大きくとっておき、徐々に小さくしながら類似度が高くなるパターンを探すこととする。

形状の類似度は、曲率のパワースペクトルと捩率のパワースペクトル各々から得られた2つの単純類似度の積とした。

4. 実験

今回、標準部分パターンとして以下のように定義される3次元曲線をいくつか用意した。パラメータ t の区間を100分割し、各地点における座標値を用いた。

$$c1(t) = \left[\cos(t), \sin(t), \frac{t}{6} \right] \quad 0 \leq t \leq 4\pi$$

$$c2(t) = \left[1 + \cos(t), \sin(t), 2\sin\left(\frac{t}{2}\right) \right] \quad 0 \leq t \leq 4\pi$$

†金沢工業大学

$$c3(t) = \left[\cos^3(t), \sin^3(t), \frac{t}{10} \right] \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$c4(t) = \left[\cos^6(t), \cos(t)\sin(t), \frac{t}{10} \right] \quad 0 \leq t \leq \pi$$

$$c5(t) = \left[\cos^6(t), \cos^2(t)\sin(t), \frac{t}{10} \right] \quad 0 \leq t \leq \pi$$

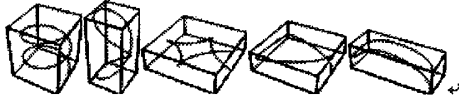


図2.標準部分パターン c1~c5

各部分パターン曲線を18の線分に分割して得られた各々16個の離散的な曲率・振率の信号およびそれを高速フーリエ変換して得られたパワースペクトルを図3に示す。

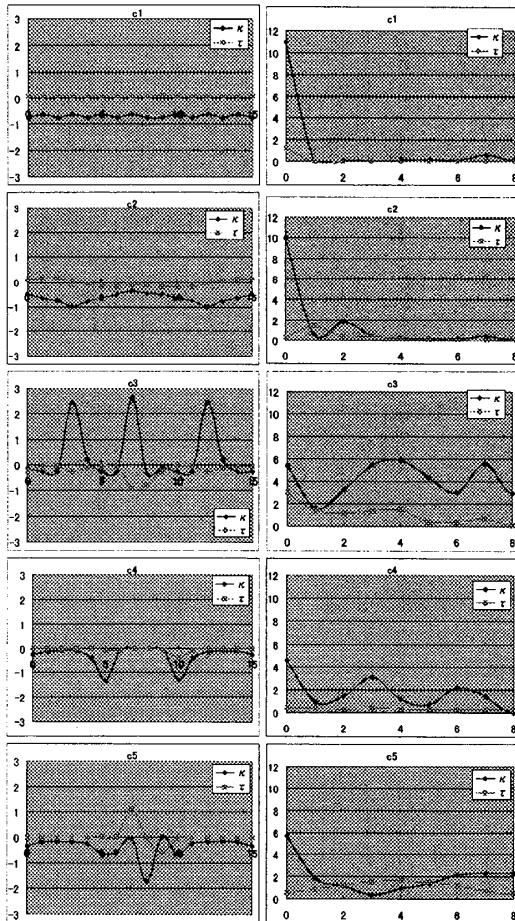


図3.各曲線の離散的な曲率・振率およびパワースペクトル

標準部分パターン同士の類似度が近い場合の判別の難しさを考慮して、予め標準部分パターン間のパワースペクトルの類似度を調べてみると表1のようになった。また、手書きによりc1~c5のような部分パターンを各10個ずつ描き、その軌跡曲線と標準部分パターンとの平均類似度を調べてみると表2のようになった。

手書き軌跡曲線の取得には、ステレオカメラを用いた自作の指先位置計測装置を用いた。今回の実験に利用した手書き軌跡曲線は、計測装置より得られた一連の指先座標値に対して加重平均をとり平滑化したのち、B スプラインにより補間したものである。

表1.標準部分パターン間類似度

	c1	c2	c3	c4	c5
c1	1	0.16931	0.33789	0.32566	0.14908
c2	0.16931	1	0.31047	0.52976	0.42084
c3	0.33789	0.31047	1	0.75703	0.57268
c4	0.32566	0.52976	0.75703	1	0.77714
c5	0.14908	0.42084	0.57268	0.77714	1

表2.手書き部分パターンと標準部分パターンの平均類似度

標準部分パターン	手書き部分パターン				
	c1	c2	c3	c4	c5
c1	0.6573	0.2165	0.1041	0.2209	0.0580
c2	0.4237	0.4241	0.1860	0.3310	0.1866
c3	0.5002	0.4816	0.7065	0.6028	0.5691
c4	0.6841	0.7589	0.6240	0.7631	0.6363
c5	0.5991	0.7750	0.5964	0.7117	0.6918

手書き部分パターンと標準部分パターンとの類似度が表1のようにならないのは、手書きのために生じる軌跡曲線の多様性や軌跡曲線から得られる曲率・振率信号の振動の問題、またc1やc2に関しては空書がやや困難な形状であったことなどが原因として考えられる。

次に、c3を部分パターンとして、これを含んだ任意の手書き3次元軌跡曲線から、それを抽出できるかを試みる。ここではサンプルパターンの分割数Nを100として調べた。

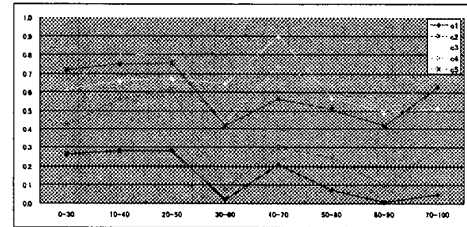


図4.部分パターンの検出例 (曲線長30のまま10ずつシフトしつつ類似度を計算した場合)

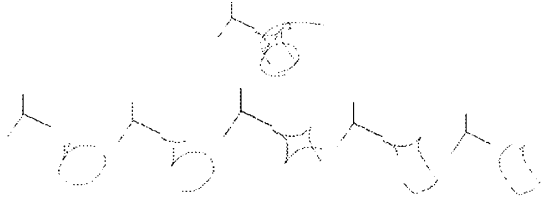


図5.上:サンプルパターン 下:切り出したパターン(範囲20-90のみ)

標準部分パターンを含んだあるサンプルパターンについて曲線長30スケール毎にサンプルパターンを切り出したものを図5に示す。丁度c3に似た曲線形状が切り出せた時点で高い類似度が得られている。

5. まとめ

安定した曲率・振率情報が得られる場合には空間曲線形状の解析に対して提案手法が有効であることが確認できた。しかし、パターンによって安定した曲率・振率が得られない場合がある点、結果が曲率・振率を調べるスケールに依存する点が問題であり、また類似度の計算方法に関しても考慮の余地がある。今後はこれらの問題解決とともに、さらに多くの標準部分パターンとサンプルパターンに対して実験を行い、本手法を適用することが特に有効となるケースあるいはそうでないケースを特定、分類することが必要である。

参考文献

[1] 上坂吉則:『開曲線にも適用できる新しいフーリエ記述子』,電子通信学会,Vol.67, No.3,pp.166-173,1984.
 [2] 東恒人:『3次元線図形のフーリエ記述法と立体視像』,電子情報通信学会,Vol.177-D2, No.7,pp.1198-1208,1994.
 [3] 小林昭七:『曲線と曲面の微分幾何学』,裳華房,1995.