G-017

ダフィング方程式によるカオスニューラルネットワークの機能
Functions of Chaotic Neural Network associated with Duffing Equation

田中稔次朗†、　日浦悦正‡、　山本伊織†　松本慎平
Toshijiro Tanaka,　Etsumasa Hiura,　Iori Yamamoto,　Shinpei Matumoto

1．はじめに

1990 年に合原、田辺、豊田[1]は、カオス的特性を有するカオスニューロンを最初に提案し、そのダイナミカルな振る舞いを詳しく調べた。また、井上と永吉[2]は結合したカオス振動子をニューロンの内部構造にもつカオスニューロンを考案し、それらのニューロンから構成されたカオスニューラルネットワークによる連想記憶や巡回セールスマン問題を研究した。井上達のカオスニューロンは、２つのカオス振動子の同調、非同調によって１または０を出力する。彼等は情報処理能力をもつカオスニューラルネットワークをカオスニューロコンピュータと呼んだ[3]。最近、田中と日浦[4]は、サインマップを用いたカオスニューロン素子を開発し、そのニューロン素子から構成されたカオスニューラルネットワークの情報処理能力を調べた。サインマップを用いたモデルは、従来のモデルと比較してよりすぐれた情報処理能力を有することがわかった。しかしながら、このサインマップを内蔵するニューロンのハード化は非常に困難である。そこで非線形インダクタンスを含む直列共振回路を記述するダフィング方程式に着目し、電子回路化し易いニューロン素子の可能性を考察してきた。本論文の目的は、ダフィング方程式によって記述される内部状態をもつカオスニューロン素子の設計とそれを用いたカオスニューラルネットワークの開発およびその情報処理機能を調べことである。

2．ダフィング方程式

非線形インダクタンスを含む直列共振回路を記述するための２階の線形微分方程式は、ダフィング方程式と呼ばれている[5]。この微分方程式は直列共振回路だけでなく、周期外力下のダブルミニマムポテンシャル中の粒子の運動など、種々の非線形な力学系を記述する方程式でもある。この式を一階の微分方程式に直して、時間を陽に含まない自律系として取り扱うと次のように表される。

$$\frac{dx}{dt} = y$$

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon - \alpha y + \beta x - \gamma x^3 + f \cos z \qquad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = \omega$$

ただし、α は減衰係数、β、γ は正の定数、f は周期外力の振幅、ω は周期外力の振動数である。また、ε は静的外場の強さを表すパラメータである。式(1)で $\varepsilon=0$ と置いたものが、いわゆるダフィング方程式である。式(1)は周期外力の振幅 f の値に依存して、周期運動からカオス運動へ遷移する。まず周期外力が弱い場合は、この系ではダブルミニマムポテンシャルの谷の中で、周期１、周期２、周期４・・・・の周期運動が現れ、外力の増加に従って周期倍分岐によりカオスが発生する。外力をさらに強めると二つのポテンシャルの谷をまたがるカオス運動になる。周期外力が強くなりすぎると、外力に引き込まれた周期運動が発生する。

3．ニューロンの内部状態

設計する新しいカオスニューロンはダフィング方程式で表されるダブルウェルポテンシャル中の粒子の運動に大きさ ε の静的外場を加えたものである。この ε は静的外場によるポテンシャルの非対称性と谷の深さに寄与する。振幅が $f=1.0$ の場合で ε が存在する場合、すなわち外場を加えたときのカオス運動の変化を図１に示す。なお、ニューロンの内部状態 $x_i(t), y_i(t), z_i(t)$ は、式(1)を用いてルンゲ・クッタ法によりを計算される。

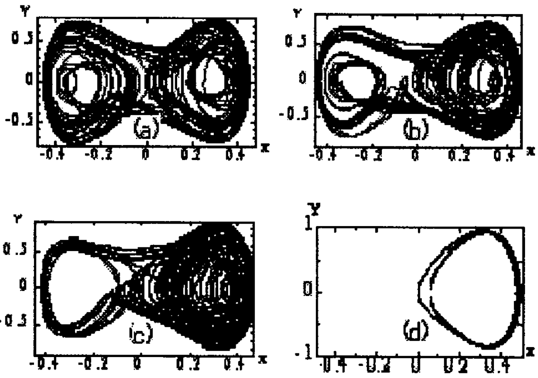

図１ ε の変化による位相図、周期外力の振幅が $f=1.0$ で ε がそれぞれ(a) $\varepsilon=0.0$ (b) $\varepsilon=0.1$ (c) $\varepsilon=0.3$ (d) $\varepsilon=0.6$ の場合である。

図１から ε が０の場合は、内部状態は正負の領域に等確率のカオス運動として存在するが、ε が大きくなるに従って谷の深い領域でのカオス運動になり、さらに大きくなると一方の谷に落ち込んで周期運動に移ることがわかる。したがって、ポテンシャルの正の谷に落ち込んだ状態を１として、負の谷に落ち込んだ状態を０で表現すれば、運動状態によって２値状態が実現する。これをニューロンの出力と見なすとカオスニューロンの設計が可能となる。例えば、図１(c)はニューロンの出力はほとんど１だが、ときどき０を出力することを意味する。また、図２(d)は、正の谷での運動であり、この場合ニューロンの出力は常に１である。

次に x_i の時間変化を図２に示す。内部状態はほとんど正

† 県立広島大学、経営情報学部
‡ 福山職業能力開発短期大学校、情報技術科
大分工業高等専門学校　制御情報工学科

の値をとるが、間欠性カオス的に負の値もとることがわかる。この間欠的な挙動がニューロンをデザインするときに重要な役割を演じる。

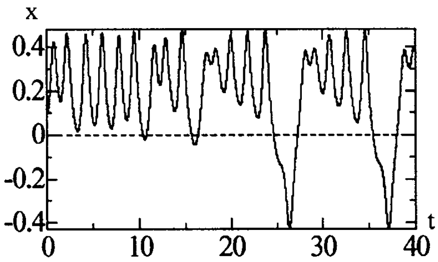

図２　$\varepsilon=0.3$, f=1.0 の場合について x_i の時間変化

４．カオスニューラルネットワーク

ホップフィールドモデルは相互結合型ニューラルネットワークの代表的なモデルである。本論文では、ホップフィールドネットワークモデルに従って、ニューロンの状態更新則を考察する。状態更新には内部電位 $I_i(n)$ が重要であり、次のように与えられる[6]。

$$I_i(n)=\sum_j w_{ij}(n)u_j(n)+s_i(n)-\theta_i(n) \tag{2}$$

ただし、n は離散時刻、$w_{ij}(n)$ は素子の結合荷重、$s_i(n)$ は外力、$\theta_i(n)$ はしきい値を表す。ここでダフィング方程式を内部状態にもつカオスニューロンを図３に示す。

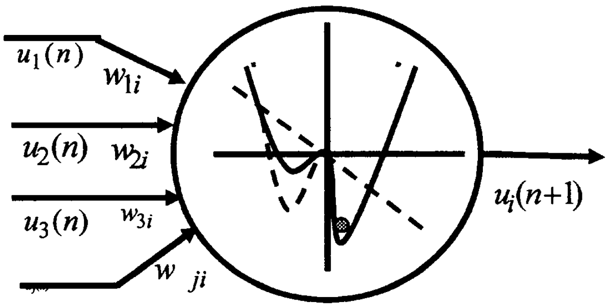

図３　ダフィング方程式を内部状態にもつカオスニューロン

次に式(2)を用いてカオスニューロンを設計する。i 番目のニューロンの内部状態を記述するダフィング方程式に含まれる ε_i は時刻 n の関数であり、$I_i(n)$ を用いて次のように決定する。

$$\varepsilon_i(n)=\begin{cases}-\varepsilon & \text{if } I_i(n)\ge 0\\ +\varepsilon & \text{otherwise}\end{cases} \tag{3}$$

ただし、$\varepsilon>0$ である。式(3)の意味は、周りのニューロンが発火している場合、正の領域のポテンシャルの谷が深くなり、その領域内でのカオス運動を続けるということである。つまり、ニューロンが発火(静止)しやすい状態になるように内部の運動状態を決定する機能をもつ。

最後に、式(1)を用いて、$x_i(t+\delta t), y_i(t+\delta t), z_i(t+\delta t)$ を計算し、それらの値によって時刻(n+1)におけるニューロンの出力 $u_i(n+1)$ を決定するが、そのためには $u_i(n+1)$ を、次のように決めればよい。

$$u_i(n+1)=\begin{cases}1\ \text{（発火状態）} & \text{if } x_i(t+\delta t)\ge 0\\ 0\ \text{（静止状態）} & \text{otherwise}\end{cases} \tag{4}$$

したがって、式(1),(2),(3)及び(4)から、内部状態がダフィング方程式で記述される構造をもつカオスニューロン素子が得られた。

このカオスニューロンを用いてカオスニューラルネットワークを構成し、従来のカオスネットワークにおいて研究されてきた 10 都市の巡回セールスマン問題に適用して最適解探索の機能を調べた。10 都市の位置はこれまでと同様にし、エネルギー関数は同じように定式化される[2]､[4]。数値計算の結果、提案のカオスニューラルネットワークは従来のモデルに比べて最適解探索能力が優れていることがわかった。

５．終わりに

本研究では、ダフィング方程式を利用した新しいカオスニューロンを設計し、それから成るカオスニューラルネットワークの特性を調べた。カオスニューロンの内部状態は、周期外力の強さと静的外場の大きさによって正と負の領域を彷徨し、ニューロンの出力として０と１の値をとるが、条件によっては非対称ポテンシャルの正の谷の中で運動し、ニューロンの出力としては１の状態をとり続ける場合もあることがわかった。これは情報処理素子としての条件を満たしており、このカオスニューロンを用いたカオスニューラルネットワークは情報処理機能があるとわかった。提案のカオスニューラルネットワークを巡回セールスマン問題に適用して、最適解の探索を行った結果、従来のネットワークよりも優れた性能を有することがわかった。今後、さらに数値実験を行うことにより、カオスニューロンおよびカオスニューラルネットワークの最適パラメータを調べ、提案のネットワークモデルの性能を高めてカオスニューラルネットワークのハード化への道を見つけたい。

参考文献

[1] K. Aihara, T. Tanabe and M. Toyoda, “Chaotic neural networks”, Phys. Letters A, vol.144, no.6, pp.333-340 (1990).
[2] M. Inoue and A. Nagayoshi, “A chaos neuro-computer”, Phys. Letters A, vol.158, pp.373-376 (1991).
[3] 井上政義　：カオスニューロコンピュータ, 数理科学, No.348, pp.53-58, (1992).
[4] T. Tanaka and E. Hiura, ”Computational abilities of a chaotic neural network”, Phys. Letters A, vol.315, pp.225-230 (2003).
[5] 上田　皖亮 ：電気電子回路の不規則遷移現象, 数理科学, No.207, pp.38-44 (1980).
[6] J. J. Hopfield “Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities”, Proc, Natl,　Aced, Sci, USA, vol.79, pp.2554-2558 (1982).