

H\_029

NSFDTD法を用いた散乱体中の光パルス応答解析精度向上

Improvement of Numerical Accuracy for Calculating Optical Pulse Response in Scattering Medium Utilizing Non-Standard Finite Difference Time Domain Analysis

加藤 宏樹

小泉 慎吾

松浦 啓文

谷藤 忠敏

Hiroki Kato

Shingo Koizumi

Takafumi Matsuura

Tadatoshi Tanifuji

1. まえがき

生体に光パルスを入射し、散乱光パルスを計測することにより、生体の血流や血中酸素濃度分布を同定する時間領域拡散光トモグラフィ(TDOT:Time-Resolved Diffused Optical Tomography)実現の可能性が指摘されている<sup>(1)</sup>。TDOTを実現するためには光学パラメータが不均一な生体のパルス応答を解析する必要がある。生体中の光パルス伝搬を規定する光拡散方程式<sup>(2)</sup>を直接時間領域で解析するFDTD(Finite Differential Time Domain)法<sup>(1),(3)</sup>はTDOTの像再生に適している。FDTD法を実用上重要な3次元TDOTに適用する場合、像再生時間の短縮を図る必要がある。3次元光散乱体の光パルス応答計算時間は格子サイズ $\Delta z$ をN倍にすると $1/N^4$ に短縮可能であるが、中心差分を用いても精度は $O[(N\Delta z)^2]$ のオーダーで劣化する。本報告ではNS(Non-Standard)FDTD法<sup>(4)</sup>を用いた数値解析精度向上法を提案する。

2. 光拡散方程式のNSFDTD法による数値解析法

筆者らが定式化したFDTD法は、格子サイズが $2^3\text{mm}^3$ の場合、 $44 \times 48 \times 15$ 個の格子に対して約4秒で光パルス計算が完了するが、光パルス波形に15%程度の誤差を伴う。この欠点を補うために以下に示すNSFDTD法による解精度の向上を検討した。

光拡散方程式の解析解を用いて、空間及び時間微分演算子 $S(\Delta r)$ および $S(\Delta t)$ を次式で定義する<sup>(4)</sup>。

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial r} = \frac{\phi(\mathbf{r} + \frac{\Delta r}{2}, t) - \phi(\mathbf{r} - \frac{\Delta r}{2}, t)}{S(\Delta r)} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{\phi(\mathbf{r}, t + \frac{\Delta t}{2}) - \phi(\mathbf{r}, t - \frac{\Delta t}{2})}{S(\Delta t)} \quad (2)$$

上式で $\phi(\mathbf{r}, t)$ は位置 $\mathbf{r}$ 、時刻 $t$ の放射発散度の解析解である。 $\phi(\mathbf{r}, t)$ に半無限媒質の解析解<sup>(5)</sup>を用いると、 $x$ 方向の微分演算子 $S(\Delta x)$ および $S(\Delta t)$ は次式で表される。

$$S(\Delta x) = \frac{2Dct}{x} \left\{ \exp\left(\frac{x\Delta x}{4Dct}\right) - \exp\left(-\frac{x\Delta x}{4Dct}\right) \right\} \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{16Dct}\right) \quad (3)$$

$$S(\Delta t) = \left[ \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta t}{2t}\right)^3} \exp\left(\frac{r^2 \Delta t}{4Dct 2t}\right) \exp(-\mu_a ct) - \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta t}{2t}\right)^3} \exp\left(-\frac{r^2 \Delta t}{4Dct 2t}\right) \exp(\mu_a ct / 2) \right] \left( -\frac{3}{2t} + \frac{r^2}{4Dct} - \mu_a c \right) \quad (4)$$

上式で $D$ 及び $\mu_a$ は光拡散及び吸収係数、 $c$ は光速、

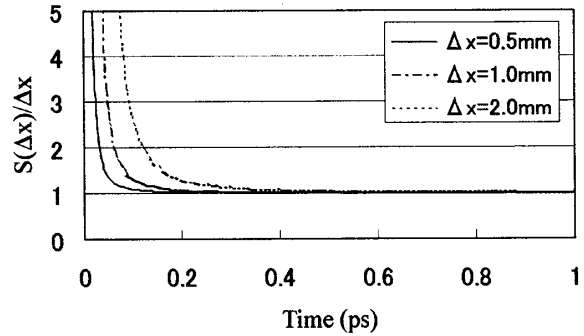


図1 NSFDTD法の微分演算子

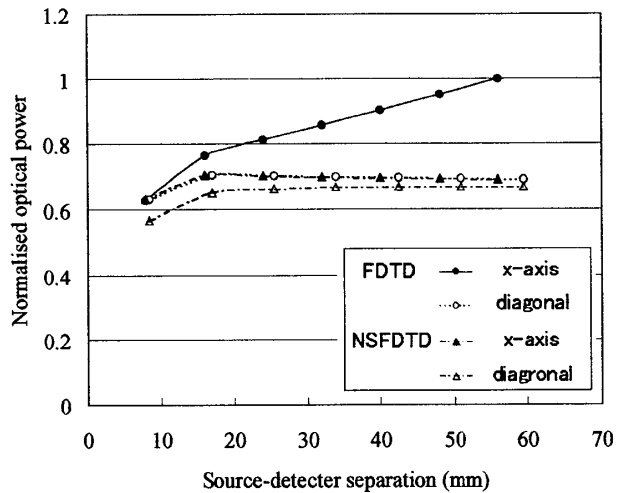


図2 光パワの異方性

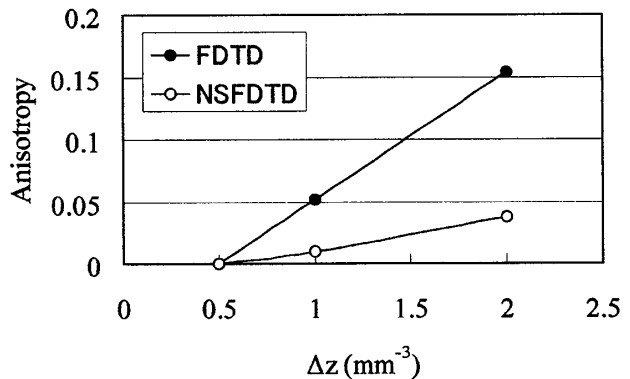


図3 光パワ異方性の格子サイズ依存性

$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ である。光源の入射方向を $z$ 方向、半無限媒体の境界を $(x, y)$ 面とした。図1に $\Delta x$ が0.5, 1,及び2mmの場合の $S(\Delta x)/\Delta x$ と $\Delta x$ の関係を示す。図から何れの場合も

早い時間帯では $\Delta x$ は $S(\Delta x)$ から大きくずれることが分かる。これは拡散初期フィールド分布が $(x,y)$ 面内で急峻に変化することに起因する。また図から $\Delta z$ が0.5, 1及び2mmの場合それぞれ80, 160及び300ps以降で $\Delta z$ は $S(\Delta z)$ とほぼ一致していることが分かる。(4)式の時間差分演算子 $S(\Delta t)/\Delta t$ は早い時間で1に収束することが判明し、 $S(\Delta t)=\Delta t$ とした。 $z$ 方向の差分演算子 $S(\Delta z)$ は、 $z$ 方向に集光された場合の解析解<sup>(5)</sup>を用いる必要があるが本検討では次式で近似した。

$$S(\Delta z) = \Delta z e^{\alpha(z/l)^2} \quad (5)$$

なお、拡散放射流速 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ についても同様に微分演算子を求める必要があるが今回の検討では $\phi(\mathbf{r}, t)$ と同じものを用いた。

### 3. NSFDTD法の数値解精度

大きさが $88 \times 96 \times 30 \text{mm}^3$ の3次元光散乱体に前節で示したNSFDTD法を適用し数値解精度向上を検証した。なお、解析では $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ の立方格子を用いた。

#### 3.1 光パワ異方性

FDTD法は解析領域を格子状に分割するため、水平方向と対角方向で光伝搬速度が異なる。図2は、 $\Delta z = 0.5 \text{mm}$ で計算した光強度を基準値とし、FDTD法と今回提案したNSFDTD法で計算した光パワ異方性を示す。なお、光吸収及び等価散乱係数( $\mu_a$ 及び $\mu_s$ )をそれぞれ0.02及び $2(\text{mm}^{-1})$ とした。図から従来のFDTD法の場合、光源の検出器間隔が大きくなるに従い異方性が顕在化し、平均0.15の異方性が見られる。一方NSFDTD法を用いると異方性は平均値0.05と大幅に抑圧されることが分かった。 $\mu_s = 1$ 及び $1.5(\text{mm}^{-1})$ の場合もほぼ同様に異方性が抑圧されることが分かった。図3は $\Delta z = 0.5 \text{mm}$ のFDTD法の計算値で規格化した光パワ異方性の $\Delta z$ 依存性を示す。図から $\Delta z = 1 \text{mm}$ の場合も、NSFDTD法を適用することにより異方性が0.04程度抑圧されることが分かる。

#### 3.2 光パルス応答

図4(a)は、 $\Delta z = 0.5 \text{mm}$ を基準として計算した水平方向の光パルス応答精度の格子サイズ依存性を示す。なお、光源検出器間隔は $40 \text{mm}$ である。図から $\Delta z = 1 \text{mm}$ の場合の誤差は5%に留まるが $\Delta z = 2 \text{mm}$ の場合は約25%に達することが分かる。また対角方向の場合、光パルス応答誤差は軽減され $\Delta z = 1 \text{mm}$ 及び $2 \text{mm}$ で1.9%及び7.9%であった。図4(b)はNSFDTD法を用いた場合の水平方向の光パルス応答精度を示す。図から分かるように $\Delta z = 1 \text{mm}$ の場合誤差が0.4%、 $\Delta z = 2 \text{mm}$ の場合は5%程度に抑圧される。対角方向の場合も $\Delta z = 1 \text{mm}$ 及び $2 \text{mm}$ の場合、0.013%及び0.05%に抑圧された。図5は $\Delta z = 0.5 \text{mm}$ を基準とし、 $\Delta z = 1 \text{mm}$ と $2 \text{mm}$ の場合における水平及び対角方向の平均誤差を示す。これは光源検出器間隔が8, 16, 24, 32, 40, 48, 56mmの、光パルス波形のピークから強度が $10^{-5}$ に減衰する時間帯の誤差の平均とした。図から分かるようにNSFDTD法を用いることにより、 $\Delta z = 2 \text{mm}$ の場合約9.1%、 $\Delta z = 1 \text{mm}$ の場合約2.1%誤差を抑圧可能なことが明確になった。

### 4. まとめと今後の課題

NSFDTD法による光拡散方程式の数値解精度向上法を提案した。この方法を用いると光パワ異方性及び光パルス応

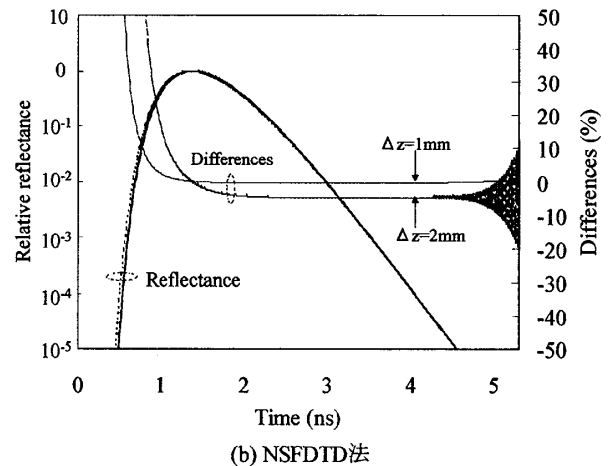
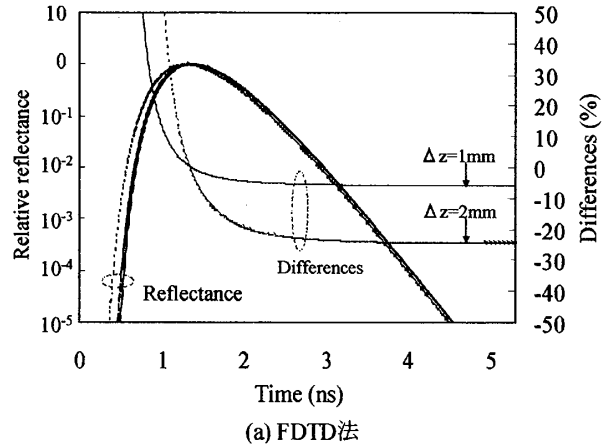


図4 光パルス応答の格子サイズ依存性

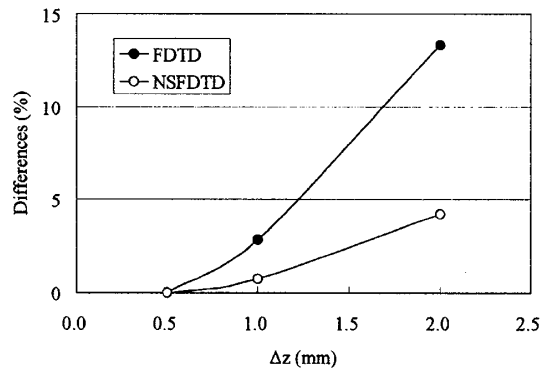


図5 Yee格子サイズと誤差

答精度が大きく改善することを示した。今後は散乱体の拡散係数依存性が排除可能なNSFDTD法の検討を行う。

-参考文献-

- (1)A.H.Hielscher *et al.*, IEEE TMI, vol.18, no.3, pp.262-271, 1999.(2)A.Ishimaru, "Wavepropagation and Scattering in Random Medium, IEEE Press, New York, 1997.(3)T.Tanifuji *et al.*, IEEE TMI, vol.21, no2, pp.181-184, 2002.(4)R.E.Mickens, Nonstandard Finite Difference Models of Differential Equations. World Scientific, 1984.(5)Patterson *et al.*, Appl. Opt., vol.28, no.12, pp.2331-2336, 1989.