

線形 Lie 代数モデルを用いた 3 次元形状の対話的変形操作・表示法
An Interactive Deformation and Representation of 3D Surfaces
Defined by Linear Lie Algebra

金子 真理子†
Mariko KANEKO

相良 直哉†
Naoya SAGARA

牧野 光則†
Mitsunori MAKINO

趙 晋輝†
Jinhui CHAO

1. まえがき

近年、工業分野においては、製品デザインの初期段階から 3 次元 CG が用いられている。中でも CAVE[1] のようなバーチャルリアリティ (VR) システムは、様々なデザイン検証が可能のため、その利用価値が向上している。しかし、VR システムでの対話操作には、通常よりも高速な画像生成が求められる。このため、システムの負担をより軽減し、かつ操作性を向上させる手法が求められる。

これまでに、著者らの一部は、Lie 代数を用いた曲面形状定義法を提案している[2][3][4]。この Lie 代数モデルは物体が持つ位相情報を少量の不変特微量として捉えることにより、少量のパラメータによって複雑で滑らかな物体を表現できる。しかし Lie 代数モデルは積分曲線の集合で表わされるため、不変特微量から形状を表示する際には形状の描画処理が膨大となる可能性がある。そこで、形状表面に適切な間隔で点群を生成し、これを頂点とするメッシュ集合で近似することで効率的に可視化する[5]。これにより環境に合わせた適応的な画像生成が可能となるため、VR 環境下での可視化に有効である。

本稿では、VR 環境下でのデザイン環境の構築を目的とし、Lie 代数モデルを用いた 3 次元形状の対話的変形および表示法を提案する。提案手法では、線形 Lie 代数モデルから適応的なメッシュ集合を生成し、Free-From Deformation (FFD)[6] で変形を施す。この変形されたメッシュ集合の頂点の位置・法ベクトルから、新たな不変特微量を得る。提案手法は、不変特微量から再現した形状の更なる変形や、変形後の形状の送信・保管、適応的な画像生成に有利であり、デザイナーをはじめとしたユーザの CAVE におけるデザイン初期発想支援に有効である。

2. 提案手法

2.1 線形 Lie 代数モデルによる不変特微量の取得

Lie 代数モデルは、Lie 群の個々の元を物体形状の表面上の点とし、物体形状の接(法)ベクトル場を Lie 代数と考えることによって、物体形状を表現する。 n 次元の線形 Lie 代数の接ベクトル場 L は次式で表現できる。

$$L = \left(\sum_{i=1}^n a_{1i} x_i, \dots, \sum_{i=1}^n a_{ni} x_i \right) \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_n} \end{pmatrix} = v^T \nabla \quad (1)$$

また、Lie 群上の任意の点における法ベクトル v は、

$$v = \begin{pmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} \\ \vdots \\ a_{n1} \cdots a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = Ax \quad (2)$$

で求められる。ここで A は表現行列と呼ばれ、形状と 1 対 1 に対応する行列であり、3 次元物体上における任意の位置ベクトルと、その点での法ベクトルによって求められる。

提案手法では、FFD によって変形を施したメッシュの頂点の位置ベクトルを x 、隣接するメッシュの法線の平均を頂点における法ベクトル v として、これらから表現行列を求める。このとき、FFD の制御立体範囲外では形状が変わらないため、計算時に与える情報を制御立体内に限定する。表現行列は 4 組の位置・法ベクトルで求まるが、より精度良く求めるためには 4 組以上の情報を得ることが望ましい。提案手法では、4 組以上の情報を取得し、最小二乗法を用いて表現行列 A を求める。

表現行列 A は曲面の回転に追従して回転変換を受けるが、形状自体は回転しても不変なため、本質的に不変特微量が存在すると考えられる[4]。これを不変特微量と呼び、 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta, \phi, \varphi)$ の 6 個の実数値によって形状を一意に定めることができる。

2.2 形状の再現

不変特微量は形状情報のみを保持するため、形状の大きさは計算を開始する初期点によって変化する。そこで提案手法では、まず、不変特微量を求める際に形状表面上の任意の点の位置ベクトルを得る。これを初期点として式(2)に与え、その点での法ベクトルを求める。次に、複数方向へ積分曲線を生成し、その線上で接ベクトル方向に Δt 加えたものを隣接点として、形状表面に点群を生成する。このように生成した隣接する 3 点を頂点としてメッシュを生成し、描画する。

3. シミュレーション

本章では、提案手法によるシミュレーション結果を示す。実装環境を表 1 に示す。なお、可視化には OpenGL を用いた。図 1 にオリジナル形状の CG 画像を示す。図 2 はオリジナル形状から不変特微量を取得し、生成した形状である。図 4、図 6 は、オリジナル形状を FFD を用いて、それぞれ x 、 y 軸方向へ伸張した形状(図 3、図 5)から不変特微量を取得し、生成した形状である。表 2 に各図の不変特微量及び初期点を示す。図 1 を構成する頂点数は 10200 点であり、本稿では全頂点の位置・法ベクトルから表現行列を求めた。

†中央大学大学院 理工学研究科 情報工学専攻

図3, 図5の変形にかかる時間は0.3秒であり, インタラクティブな変形が可能である.

図1と図2を比較すると, 不変特微量の ϕ, φ の値に変化が見られるが, オリジナル形状を保持している. また図4, 図6においては, 不変特微量及び初期点の値が変化している. 特に不変特微量においては x, y, z 軸と $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ の値が対応しており, λ の値が小さい軸方向へ形状が伸張している.

このように, 不変特微量は対象形状に応じて変化するが, その変化量は予測し難い. したがって不変特微量の値を変化させて, 対象形状を変形できるが, 数値からの形状推測は困難である. そのためユーザが変形によって任意の形状を得る場合は, 予め対象形状を変形させた後に不変特微量を求める提案手法が有効である.

表1. 実装環境

OS	Microsoft Windows XP
CPU	Pentium 4 CPU 2.60GHz
メモリ	512MB RAM
ビデオボード	NVIDIA GeForce FX5200

表2. 不変特微量及び初期点

	不変特微量 ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \theta, \phi, \varphi$)	初期点 (x, y, z)
図1	1.0,1.0,1.0,0.0,0.0,0.0	300.0,600.0,100.0
図2	1.0,1.0,1.0,0.0,0.1,0.2	300.0,600.0,100.0
図4	1.0,2.0,2.0,0.0,-1.5,1.5	443.6,600.0,100.0
図6	1.0,0.5,1.0,0.0,2.1,2.1	300.0,869.7,100.0

4. まとめ

本稿では, FFDを用いた対話的変形操作と Lie 代数モデルを用いた不変特微量の取得及び形状の表示法について論じた. シミュレーションにおいては, 形状を軸方向へ伸張し, その不変特微量及び初期点の各パラメータを示した. 提案手法により, 変形された形状を一意に定めるパラメータを容易に得ることが可能となった.

本稿では軸方向への拡大に限定したが, 変化に伴って適切な箇所形状を切り分けて不変特微量を求めることで, より複雑な形状を表示できると考えられる. また, 今後はVRシステムへの実装を行う予定である.

謝辞

本研究の一部は中央大学 21 世紀 COE プログラム「電子社会の信頼性向上と情報セキュリティ」, 中央大学理工学研究所共同研究ならびに中央大学特定課題研究の補助を受けた.

参考文献

[1] C. Cruz-Neira, D.J. Sandin, T.A. DeFanti, R.V. Kenyou, J. C.Hart. : The CAVE: Audio Visual Experience Automatic Virtual Environment, Comm. ACM, vol.35, no.6, pp.65-72, 1992.

[2] 趙晋輝, 鳥谷彰: 視覚ベクトル場の線形 Lie 代数を用いた 3次元物体の表現と不変な認識方式, 信学技報, PRU 94-142, pp.97-104, 1995.
 [3] 趙晋輝, 鳥谷彰, 箕輪研二: 接と法ベクトル場の線形リー代数を用いた物体の不変な表現と認識方式, 信学論 D-II, vol.J83-D II, no.9, pp.1870-1878, 2000.
 [4] M. Suzuki and J. Chao: Invariant Extraction and Segmentation of 3D Objects Using Linear Lie Algebra Models, IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E85-D, no.8, pp.1306-1313, 2002.
 [5] N. Sagara, M. Kuwahara, M. Makino and J. Chao : An adaptive Mesh Generation of Surfaces Defined by Lie Algebra and its Visualization toward Intelligent Communication System, Proc. of TENCON2004, CD-ROM, 2004.
 [6] T. W. Sederberg, S. R. Parry : Free-Form Deformation of Solid Geometric Models, SIGGRAPH'86 Conf. Proc., vol.20, no.4, pp.151-160, 1986.

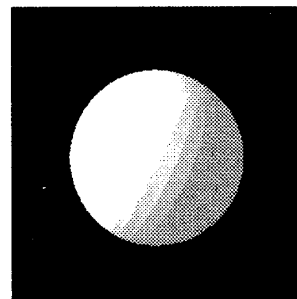


図1. オリジナルの形状

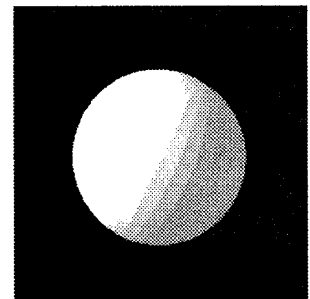


図2. 再現された図1の形状

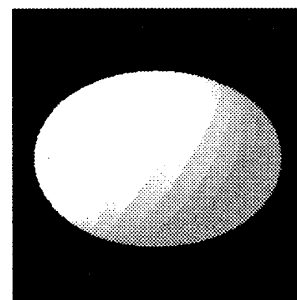


図3. x軸方向へ伸張した形状

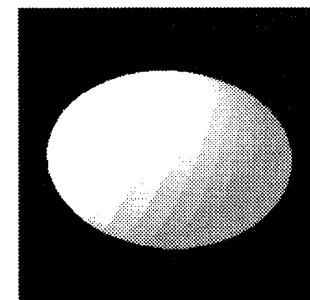


図4. 再現された図3の形状

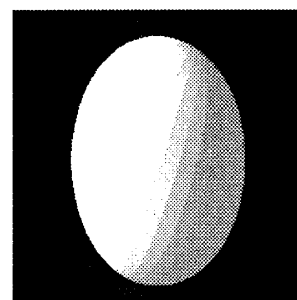


図5. y軸方向へ伸張した形状

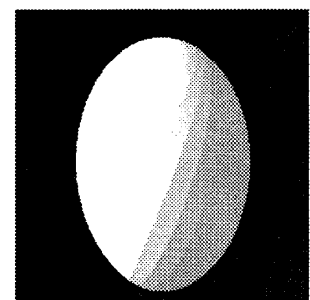


図6. 再現された図5の形状