

カオスニューロコンピュータによる最適解の探索

Search for Optimal Solution by Using Chaos Neuro-Computer

田中 稔次朗†
Toshijiro Tanaka

日浦 悦正‡
Etsumasa Hiura

渋谷 光博†
Mitsuhiro Shibuya

1. まえがき

McCulloch と Pitts によりニューロンの数理モデルが提案されて以来、多くのニューラルネットワークモデルが研究され様々な分野で応用されている。Hopfield は相互結合型ニューラルネットワークを連想記憶や巡回セールスマン問題に適用し、創発的な情報処理能力を明らかにした^[1]。近年、合原^[2]はニューロン素子にカオスの特性をもたせたカオスニューロンを最初に提案し、そのダイナミカルな振舞いを詳しく調べた。また、井上^[3]や野沢^[4]によって、結合したカオス振動子をニューロンの内部構造にもつカオスニューロンが考案され、それらのニューロンから構成されたカオスニューラルネットワークによる連想記憶や巡回セールスマン問題の研究がなされた。このカオスニューラルネットワークを、カオスニューロコンピュータと呼ぶ^[3]。このニューロコンピュータは決定論的法則に従って時間発展するが、そのダイナミクスはカオス性によりボルツマンマシンのような確率的挙動を示す。

最近、我々は sine 写像を用いたカオスニューロンのデジタルモデルを考案し、それを用いたカオスニューラルネットワークを開発した^[5]。このネットワークを最適化問題と連想記憶に適用して、従来のモデルと同じように、創発的な情報処理能力を有することを示した。本論文ではそのアナログ型カオスニューロコンピュータを提案する。シミュレーションの結果、デジタル型モデル及び従来のアナログモデルと比較して性能がより優れていることが分かった。

2. カオスニューロンのモデル

我々は sine 関数型の写像 (サインマップ) を内部状態にもつカオスニューロンのモデルを提案した。内部状態の時間発展を考察すると、離散時間を n として、 i 番目のニューロンの内部状態を示す変数を $x_i(n)$ とすると、次のように表わされる。

$$x_i(n+1) = g_i(x_i(n)) \quad (1)$$

ただし、

$$g_i(x) = \begin{cases} g_i^-(x) = \frac{1}{2} \sin\{2\pi + 2\sin^2(2\varepsilon_i^-)\} x & (-0.5 \leq x < 0) \\ g_i^+(x) = \frac{1}{2} \sin\{2\pi + 2\sin^2(2\varepsilon_i^+)\} x & (0 \leq x \leq 0.5) \end{cases} \quad (2)$$

ここで ε_i^- は $x_i = -0.5$ のときの $g_i^-(x)$ の値であり、この値が大きいと $x < 0$ の領域の点は時間と共に $x > 0$ の領域に写像されてしまうので、これを左チャンネルと呼ぶ。 ε_i^+ は $x_i = 0.5$ のときの $g_i^+(x)$ の値でありこの場合は逆に右チャンネルと呼ぶ。ここで $\varepsilon_i^- > 0, \varepsilon_i^+ > 0$ としチャンネルは一方が開けば他方が閉じるように、 $\varepsilon_i^- + \varepsilon_i^+ = 0.5$ の条件を満たすものとする。

式(2)を図1に示す。このサインマップは $\varepsilon_i^-, \varepsilon_i^+$ の値によ

† 県立広島大学, 経営情報学部

‡ 福山職業能力開発短期大学校, 情報技術科

り周期やカオス運動を生成する。それを図2に示す。

これは初期点 $x = 0.01$ とし、 $\varepsilon_i^+ = 0.01, \varepsilon_i^- = 0.49$ の場合の60ステップのリターンマップである。56ステップ目に左に移動し、59ステップ目には右に移動していることが分かる。右側のチャンネルを小さくしているので正の領域に留まり易い状態にあることを示している。

サインマップのチャンネル特性と $x_i(n)$ の周期的あるいはカオス的な性質を用いて、カオスニューロンを設計する。時刻 t におけるニューロン i の状態 $u_i(t)$ は内部状態 $x_i(N)$ の値によって決まる。 $u_i(t)$ はニューロン i のアナログ出力値で0から1の実数値だから、内部変数の値をシグモイド関数を用いて次のように与えられる。

$$u_i(t) = \frac{1}{1 + e^{-x_i(N)/T}} \quad (3)$$

ただし、 T はアナログパラメータである。なお、ニューロンの状態更新則はデジタルニューロンの場合と同じである^[5]。図3は横軸に $x_i(N)$ を、縦軸に $u_i(t)$ をとり、 $T = 1, 1/4, 1/1000$ のときの $x_i(N) - u_i(t)$ 曲線を示している。パラメータ T はボルツマンマシンのネットワークの温度パラメータと同じと考えることができる。つまり T のパラメータを小さくすれば $-0.5 \leq x_i(N) \leq 0.5$ なので、デジタル型に近づけることができ早くネットワークを収束させることができる。

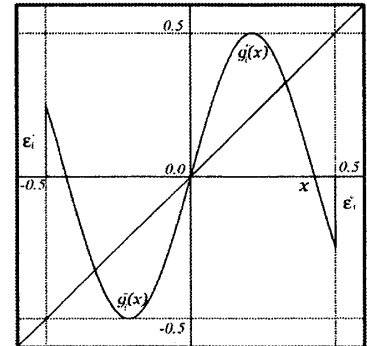


図1 チャンネル幅 $\varepsilon_i^-, \varepsilon_i^+$ を持つサインマップ

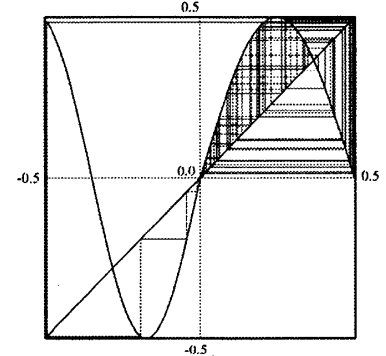


図2 サインマップによる軌道の特徴

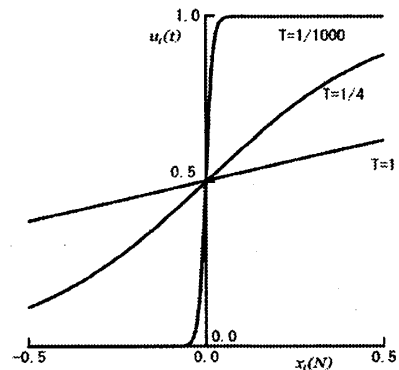


図3 $x_i(N) - u_i(t)$ の特性

3. アナログ型カオスニューロコンピュータ

ニューロン*i*における入力信号の総和 $I_i(t)$ は、Hopfieldモデルの形式ニューロンに従って次のように表わされる。

$$I_i(t) = \sum_{j=1}^N w_{ij} u_j(t) + s_i - \theta_i \quad (4)$$

ただし、 w_{ij} はニューロン*i*とニューロン*j*の相互結合係数で、 s_i は外部からの入力、 θ_i は閾値である。ここで*t*は離散時間でありネットワークシステムの時間発展を記述する。

これまで述べてきたように、 $\varepsilon_i^+(t) \ll 0.5$ 、 $\varepsilon_i^-(t) \equiv 0.5$ の場合、 $x_i(n)$ は領域 $0 \leq x \leq 0.5$ 内を運動する。これは $u_j(t)$ が1に近づくのでニューロンの発火状態に向かうことである。そこで $w_{ij} > 0$ とすると $I_i(t) > 0$ の場合は、周囲のニューロンは発火状態にあるものが多いから、*i*番目のニューロンも発火しようとする傾向が強いと考えると、サインマップのチャンネル ε_i^+ は $I_i(t)$ を用いて次のように表現できる。

$$\varepsilon_i^+(t) = \frac{0.25}{1 + \eta I_i^2(t)}, \quad \varepsilon_i^-(t) = 0.5 - \varepsilon_i^+(t) \quad (5)$$

ここで η はコントロールパラメータである。また、 $I_i(t) < 0$ の場合、上と逆に考えて次のように ε_i^+ を表わせばよい。

$$\varepsilon_i^-(t) = \frac{0.25}{1 + \eta I_i^2(t)}, \quad \varepsilon_i^+(t) = 0.5 - \varepsilon_i^-(t) \quad (6)$$

4. 最適化問題への適用

開発したアナログ型のカオスニューロコンピュータを最適化問題の典型である巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem: TSP)に適用する。問題の定式化及びニューロン間の結合係数と閾値の決定方法は、従来のものと同じにする。*N*都市の問題を解くときは $N \times N$ の格子状のネットワークを用いる。行は都市名を、列は訪問の順番を示している。2つのニューロン u_{ij} から u_{ik} への結合係数を $w_{ik,jl}$ とし、 θ_{ik} をニューロン結合係数とすると $w_{ik,jl}$ に対して次の表式を得る。

$$w_{ik,jl} = A\{\delta_{ij}(1 - \delta_{kl}) + \delta_{kl}(1 - \delta_{ij})\} + B\delta_{ij}(\delta_{l,k+1} + \delta_{l,k-1}) \quad (7)$$

また、閾値は次式となる。

$$\theta_{ik} = -A \quad (8)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーの δ である。

図4は井上らの論文で取り上げられた10都市の配置である^[3]。これをテストベンチとして野沢モデル、アナログ型の井上-永吉モデル及び我々のデジタル型モデルとの比較を行った。各モデルで共通なTSPでの各コントロールのパラメータは $A=50$ 、 $B=5$ とした。野沢モデルでのパラメータは $r=0.7$ 、 $\omega=0.75$ 、 $\beta=0.006$ とした。井上-永吉モデルでのパラメータは $a=4$ 、 $b=3.995$ 、 $\varepsilon=0.001$ 、 $z_0=1/10$ とした。また、我々のモデルではデジタル型では $\eta=100$ 、ア

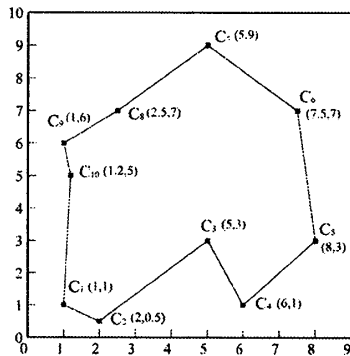


図4 10都市問題(最短距離27.3)

ナログ型では $\eta=100$ 、 $T=1/5000$ とした。野沢モデル以外の3つのモデルとも内部での時間ステップ数は3回にした。シミュレーションは10種類の乱数を発生させて10通りの初期値から、 10^5 ステップで同期方式で行った。シミュレーションの結果、最適解を初めて探索したステップ数を4つのモデルに関して比較したのが表1である。この結果から最適解を初めて探索するステップ数は提案するアナログ型モデルが早いように思える。

表1 各モデルにおける初めて最適解を探索したステップ数の比較 (A)野沢モデル(B)井上-永吉モデル(C)我々のデジタル型モデル (D)提案したアナログ型モデル

乱数種	(A)	(B)	(C)	(D)
100	481	83	4756	1086
200	7053	3062	17404	3876
300	7086	2689	232	4264
400	5353	4252	30250	367
500	4809	7805	13456	2178
600	810	8721	2214	57
700	546	4131	4628	3075
800	5055	13444	10000	2371
900	1727	3487	5111	425
1000	6044	3261	1834	386
平均	4406	4630	8989	1809

5. むすび

カオスダイナミクスを有する新しいニューロン素子を考案し、それから構成されたアナログ型のカオスニューロコンピュータを巡回セールスマン問題に適用して、その情報処理能力を調べた。提案したアナログ型のカオスニューロコンピュータのモデルは、コントロールパラメータ数が2個で、井上-永吉モデルや野沢モデルよりもカオスニューロンの構造がシンプルである。最適化問題に対するシミュレーションの結果から、提案のモデルは井上-永吉モデルや野沢モデル及び我々のデジタル型モデルよりも優れた性能を持つことが示された。

参考文献

- (1) J.J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol.79, pp.2554-2558, 1982.
- (2) K. Aihara, T.Takabe and M. Toyoda, "Chaotic neural networks", Physics Letters A, vol.144, no.6, 7, pp.333-340, 1990.
- (3) M. Inoue and A. Nagayoshi, "A chaos neuro-computer", Physics Letters A, vol.158, pp.373-376, 1991.
- (4) H. Nozawa, "A neural network model as a globally coupled map and applications based on chaos", CHAOS, vol.2, No.3, pp.377-386, 1992.
- (5) T. Tanaka and E. Hiura, "Computational abilities of a chaotic neural network", Physics Letters A, vol.315, pp.225-230, 2003.