

3つのコンピュータをもつ情報処理システムの信頼度解析†

安井一民^{††} 中川 翠夫^{†††} 沢 嘉也^{†††}

オンライン・システムでは、システムが動作を開始すると、使用者は、その業務を全面的にシステムに依存し、コンピュータ・システムの存在なしには、本来の業務を正しく処理できなくなる。このような状況下において、「コンピュータ・システムがサービスを中断しないこと」への要求は、きわめて重要である。オンライン・システムにおいて、障害発生時に行わなければならない最も大切なことは、可能な限り早急かつ確実にシステムを復旧させることであり、そのためには、動作可能なオンライン・システムの再構成が必要である。ここでは、3つのコンピュータをもつ情報処理システムの信頼性を考察する。すなわち、オンライン業務、定常業務、汎用バックログ業務を処理する、3つのコンピュータで構成される情報処理システムにおいて、オンライン・サービスを最重要業務として、可能な限り継続できるような動的なシステム構成を考え、同時に、ルーチン・ワークとしての定常業務処理サービスも、できるだけ行いうるようなモデルを設定する。このようなモデルに対して、マルコフ再生過程の手法を応用して、システムの定常アベイラビリティや、システム故障までの平均時間を求め、数値例を示して種々の議論を行う。

1. ま え が き

オンライン・システムでは、システムが動作を開始すると、使用者は、その業務を全面的にシステムに依存し、コンピュータ・システムの存在なしには、本来の業務を正しく処理できなくなる。このような状況下において、「コンピュータ・システムがサービスを中断しないこと」への要求は、きわめて重要である。

オンライン・システムにおいて、障害発生時に行わなければならない最も大切なことは、可能な限り早急かつ確実にシステムを復旧させることであり、そのために「動作可能なオンライン・システムの再構成」が必要である^{1), 2)}。

最近の情報処理システムは、複数システムによる相互監視機能^{4), 5)}によって、主要オンライン・システムの自動復旧を行うことが必須条件になってきている。すなわち、オンライン・システムの障害が検知されたとき、自動復旧機能によってバック・アップが行われ、システムが自動的に切替って、オンライン・サービスを継続する。故障したシステムは、直ちに修理を実施し、従来の業務処理を再開するとともに、次の自動切替えに備えることとなる。このようなシステム構成例としては、UNIVAC 1100/90 シリーズにおける「オンライン・ノーダウン・システム」などがある。

ここでは、3つのコンピュータをもつ情報処理シ

ステムの信頼性を考察する。すなわち、オンライン業務、定常業務、汎用バックログ業務を処理する3つのコンピュータで構成される情報処理システムにおいて、オンライン・サービスを最重要業務として、可能な限り継続できるような動的なシステム構成を考え、同時に、ルーチン・ワークとしての定常業務処理サービスも、できるだけ行いうるようなモデルを設定する。

このようなモデルに対して、マルコフ再生過程の手法^{3), 6)}を応用して、システムの定常アベイラビリティとシステム故障までの平均時間を求め、数値例を示して種々の議論を行う。その結果、オンライン・システムの MTSF は、1つのコンピュータの場合に比べて約 6.5×10^4 倍に、2つのコンピュータの場合に比べて約 1.8×10^2 倍に、それぞれ改善されることなどが示される。

2. 3つのコンピュータをもつ情報処理システムのモデル

オンライン業務、定常業務、汎用バックログ業務を処理する3つのコンピュータ（それぞれ、Oコンピュータ、Pコンピュータ、Tコンピュータと呼ぶ）で構成される情報処理システムを考える。

- 1) 常時は、O、P、Tの3つのコンピュータは独立に動作している。
- 2) Oコンピュータが故障したとき、
 - (i) Tコンピュータが稼動中ならば、バックログ業務の処理を中止し、そのコンピュータでオンライン業務を継続処理する（そのコンピュータはOコンピュータとなる）。故障した

† Reliability Analysis of an Information Processing System with Three Computers by KAZUMI YASUI (Division of Information Systems, Chubu Electric Power Inc.), TOSHIO NAKAGAWA and YOSHIYA SAWA (Department of Mathematics, Faculty of Science and Engineering, Meijo University).

†† 中部電力(株)情報システム部

††† 名城大学理工学部数学科

- コンピュータは修理機能下におかれる。すなわち、修理中のコンピュータがなければ、ただちに修理が開始され、修理中のコンピュータがある場合は、そのコンピュータが修理完了となるまで、修理待ち状態におかれる。
- (ii) Tコンピュータが存在しないとき、Pコンピュータが稼働中の場合は定常業務の処理を中止して、そのコンピュータでオンライン業務を継続処理する（そのコンピュータはOコンピュータとなる）。Pコンピュータが存在しない場合はシステム故障となる。故障したコンピュータは修理機能下におかれる。
- 3) Pコンピュータが故障したとき、
- (i) Tコンピュータが稼働中ならば、バックログ業務の処理を中止し、そのコンピュータで定常業務を継続処理する（そのコンピュータはPコンピュータとなる）。故障したコンピュータは修理機能下におかれる。
- (ii) Tコンピュータが存在しないならば、定常業務の処理は中止し、故障したコンピュータは修理機能下におかれる。
- 4) Tコンピュータが故障したときは、バックログ業務の処理は中止し、ただちに修理を開始する。
- 5) 故障したコンピュータの修理が完了したとき、もし修理待ち状態のコンピュータがある場合は、ただちに、その修理を開始する。
- (i) Oコンピュータのみ稼働中の場合は、修理完了コンピュータで定常業務の処理を再開する（そのコンピュータはPコンピュータとなる）。
- (ii) O、Pコンピュータが稼働中の場合は、修理完了コンピュータでバックログ業務の処理を再開する（そのコンピュータはTコンピュータとなる）。
- 6) システム故障となった場合は、3つのコンピュータの修理完了を待って、オンライン業務、定常業務、バックログ業務の処理を、初期のシステム構成で開始する。この場合、ソフトウェア系に障害が潜在することも考えられるため、業務処理を全面的に中止し、完全な修復を待って、初期のシステム構成により開始する。

3. システムの信頼度解析

オンライン業務を処理するOコンピュータは、確率分布 $F_0(t)$ (平均 $1/\lambda_0$) に従って故障する。また、定常業務を処理するPコンピュータ、汎用バックログ業務を処理するTコンピュータは、それぞれ、 $F_P(t) \equiv 1 - e^{-\lambda_P t}$ 、 $F_T(t) \equiv 1 - e^{-\lambda_T t}$ の指数分布に従って故障するものとする。故障したコンピュータは修理機能下におかれ、もし、修理中のコンピュータがない場合は、ただちに修理が行われ、それ以外の場合は、修理待ち状態となる。故障したコンピュータの修理分布は同一で、指数分布： $G(t) \equiv 1 - e^{-\mu t}$ とする。なお、自動復旧機能によるバック・アップ切替えに要する時間は無視できるものとし、修理によってコンピュータ機能は完全に再生するものとする。

以上の仮定のもとで、システムの挙動を表す各状態を、次のように定義する。

状態 0: O, P, T の3つのコンピュータ稼働開始 (オンライン, 定常, バックログ, 各業務処理)。

状態 1: Oコンピュータ故障, 修理開始. バックログ業務の処理を中止し, 自動復旧機能によりオンライン業務を継続処理, Pコンピュータ稼働中 (オンライン, 定常, 各業務処理)。

状態 2: Oコンピュータ故障, 修理待ち状態. 定常業務の処理を中止し, 自動復旧機能によりオンライン業務を継続処理 (オンライン業務処理)。

状態 3: Oコンピュータ故障, 修理待ち状態 (システム故障)。

上のように定義された各状態は、マルコフ再生過程を形成し、状態 0, 1, 2, 3 とも再生点となり、おのおのの状態間の推移は、図1のように表される。

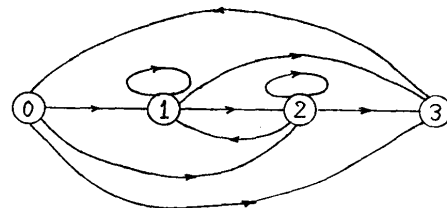


図1 3つのコンピュータをもつ情報処理システムの状態推移図

Fig. 1 Transition diagram between system states for an information processing system with three computers.

マルコフ再生過程における1ステップ推移確率時間分布 $Q_{ij}(t)$ ($i=0, 1, 2; j=1, 2, 3$) を求めよう。最初に、Oコンピュータが稼働中のとき、PコンピュータとTコンピュータが、故障・修理をくり返す状態を次のようにして求める。

状態4: 2台とも稼働中 (定常, バックログ, 各業務処理)。

状態5: 1台が稼働中で, 1台が修理中 (定常業務処理)。

状態6: 2台とも故障中 (1台が修理中で, 1台が修理待ち状態)。

システムが, 時刻0で状態*i*にあり, 時刻*t*で状態*j*にある確率を $K_{ij}(t)$ ($i, j=4, 5, 6$) とおくと, $F_P(t)$, $F_T(t)$, $G(t)$ が指数分布であるという仮定から, 再生理論⁶⁾によって, 次の再生方程式を得ることができる。

$$K_{44}(t) = \bar{F}_P(t)\bar{F}_T(t) + [1 - \bar{F}_P(t)\bar{F}_T(t)] * K_{54}(t), \quad (1)$$

$$K_{45}(t) = [1 - \bar{F}_P(t)\bar{F}_T(t)] * K_{55}(t), \quad (2)$$

$$K_{46}(t) = [1 - \bar{F}_P(t)\bar{F}_T(t)] * K_{56}(t), \quad (3)$$

$$K_{54}(t) = \left[\int_0^t \bar{F}_P(t) dG(t) \right] * K_{44}(t) + \left[\int_0^t \bar{G}(t) dF_P(t) \right] * K_{64}(t), \quad (4)$$

$$K_{55}(t) = \bar{F}_P(t)\bar{G}(t) + \left[\int_0^t \bar{F}_P(t) dG(t) \right] * K_{45}(t) + \left[\int_0^t \bar{G}(t) dF_P(t) \right] * K_{65}(t), \quad (5)$$

$$K_{56}(t) = \left[\int_0^t \bar{F}_P(t) dG(t) \right] * K_{46}(t) + \left[\int_0^t \bar{G}(t) dF_P(t) \right] * K_{66}(t), \quad (6)$$

$$K_{64}(t) = G(t) * K_{54}(t), \quad (7)$$

$$K_{65}(t) = G(t) * K_{55}(t), \quad (8)$$

$$K_{66}(t) = \bar{G}(t) + G(t) * K_{56}(t). \quad (9)$$

ここに, * は分布関数のたたみこみを意味する。いわば, $a(t) * b(t) \equiv \int_0^t b(t-u) da(u)$ 。また, 一般に $\bar{G}(t) \equiv 1 - G(t)$ とする。付録1により, 式(1)~(9)の再生方程式を解くことによって, $Q_{ij}(t)$ のラプラス・ステイルチェス (LS) 変換形 $q_{ij}(s)$ を, 次のように求めることができる。

$$q_{ij}(s) = \int_0^\infty e^{-st} K_{(i+4)(j+3)}(t) dF_0(t) \\ = A_j f_0(s) + B_{(3+i+j)} \cdot f_0(s + B_0) \\ + C_{(3+i+j)} \cdot f_0(s + C_0) \\ (i=0, 1, 2; j=1, 2, 3), \quad (10)$$

$$q_{30}(s) = \int_0^\infty e^{-st} d[G(t) * G(t) * G(t)] \\ = \left(\frac{\mu}{s + \mu} \right)^3. \quad (11)$$

ここに, 一般に $f(s) \equiv \int_0^\infty e^{-st} dF(t)$ とおく。 A_j , B_n , C_n ($j=1, 2, 3; n=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) は, 付録1により求められている。たとえば, $q_{01}(s)$ は, $Q_{01}(t) = \int_0^t K_{44}(t) dF_0(t)$ のLS変換形を示し, $Q_{01}(t)$ は時間間隔 $(0, t]$ において, O, P, Tの3つのコンピュータが稼働開始後, PまたはTコンピュータが, それぞれ故障・修理をくり返した後, Oコンピュータが故障したときに, PとTコンピュータが稼働中である場合の確率分布である。

さて, (10), (11)式を用いて MTSF (Mean Time to System Failure) を求めよう。システムが, 時刻 $t=0$ で状態*i*から出発して, 時刻*t*までに初めて状態*j*へ推移する確率を $H_{ij}(t)$ とし, そのLS変換を $h_{ij}(s)$ とすると, 次の再生形方程式を得る。

$$h_{00}(s) = h_{03}(s) q_{30}(s), \quad (12)$$

$$h_{i1}(s) = q_{i1}(s) + q_{i2}(s) h_{21}(s) + q_{i3}(s) q_{30}(s) h_{01}(s) \\ (i=0, 1, 2), \quad (13)$$

$$h_{i2}(s) = q_{i1}(s) h_{12}(s) + q_{i2}(s) + q_{i3}(s) q_{30}(s) h_{02}(s) \\ (i=0, 1, 2), \quad (14)$$

$$h_{i3}(s) = q_{i1}(s) h_{13}(s) + q_{i2}(s) h_{23}(s) + q_{i3}(s) \\ (i=0, 1, 2). \quad (15)$$

ところで, $H_{03}(t)$ は, 状態0から初めて状態3へ至る経過時間分布を与える。したがって, MTSF を l_{03} とすると, (15)式より $h_{03}(s)$ を求めることにより次式を得る。

$$l_{03} = - \frac{d}{ds} h_{03}(s) \Big|_{s=0} \\ = \frac{1}{\lambda_0} \left\{ 1 + \frac{\left[\begin{array}{l} q_{01}(0)[1 - q_{22}(0) + q_{12}(0)] \\ + q_{02}(0)[1 - q_{11}(0) + q_{21}(0)] \end{array} \right]}{[1 - q_{11}(0)] \cdot [1 - q_{22}(0)] - q_{12}(0)q_{21}(0)} \right\}. \quad (16)$$

ここに, $1/\lambda_0 \equiv \int_0^\infty t dF_0(t)$, $q_{ij}(0) \equiv \lim_{s \rightarrow 0} q_{ij}(s)$ とおく。さらに, 同様な方法により, 状態0から初めて状態*j*へ推移する平均時間 l_{0j} ($j=0, 1, 2$) を, 次のように求めることができる。すなわち, $h_{03}(s)$ と式(12)より $h_{00}(s)$ を求めることによって,

$$l_{00} = l_{03} + \frac{3}{\mu}, \quad (17)$$

また, 式(13)より $h_{01}(s)$, 式(14)より $h_{02}(s)$ を, それ

それぞれ求めることによって、

$$l_{01} = \frac{\left\{ \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{03}(0) \right] [1 - q_{22}(0)] + \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{23}(0) \right] q_{02}(0) \right\}}{[1 - q_{03}(0)][1 - q_{22}(0)] - q_{02}(0)q_{23}(0)}, \quad (18)$$

$$l_{02} = \frac{\left\{ \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{03}(0) \right] [1 - q_{11}(0)] + \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{13}(0) \right] q_{01}(0) \right\}}{[1 - q_{03}(0)][1 - q_{11}(0)] - q_{01}(0)q_{13}(0)}, \quad (19)$$

次に、各状態における定常確率を求めよう。ここで、システムが時刻 t で状態 j にあるとは、ある時点で状態 j になった後、時刻 t までに他の状態へ推移しないことを示している。システムが時刻 $t=0$ で状態 j から出発したとき、時刻 t で状態 j ($j=0, 1, 2, 3$) にある確率を $P_{jj}(t)$ とし、その LS 変換形を $p_{jj}(s)$ とすると、

$$p_{jj}(s) = \frac{1 - f_0(s)}{1 - h_{jj}(s)} \quad (j=0, 1, 2), \quad (20)$$

$$p_{33}(s) = \frac{1 - q_{30}(s)}{1 - q_{30}(s)h_{03}(s)}, \quad (21)$$

を得る。ここに、 $h_{jj}(s)$ は、状態 j の再帰時間分布 $H_{jj}(t)$ の LS 変換形を示している。

$$l_{jj} \equiv \int_0^{\infty} t dH_{jj}(t) = - \left. \frac{d}{ds} h_{jj}(s) \right|_{s=0}, \quad (22)$$

とおくと、システムが定常状態で状態 j ($j=0, 1, 2, 3$) にある確率 P_j は、

$$P_j = \frac{\binom{1}{\lambda_0}}{l_{jj}} \quad (j=0, 1, 2), \quad (23)$$

$$P_3 = \frac{\binom{3}{\mu}}{\frac{3}{\mu} + l_{03}}, \quad (24)$$

である。ここで、 $h_{01}(s)$ と式(13)から、

$$l_{11} = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{13}(0) + \frac{\left\{ \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{03}(0) \right] [q_{12}(0)q_{23}(0) + q_{13}(0)[1 - q_{22}(0)]] + \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{23}(0) \right] [q_{02}(0)q_{13}(0) + q_{12}(0)[1 - q_{03}(0)]] \right\}}{[1 - q_{03}(0)][1 - q_{22}(0)] - q_{02}(0)q_{23}(0)}, \quad (25)$$

また、 $h_{02}(s)$ と式(14)から、

$$l_{22} = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{23}(0) + \frac{\left\{ \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{03}(0) \right] [q_{21}(0)q_{13}(0) + q_{23}(0)[1 - q_{11}(0)]] + \left[\frac{1}{\lambda_0} + \frac{3}{\mu} q_{13}(0) \right] [q_{01}(0)q_{23}(0) + q_{21}(0)[1 - q_{03}(0)]] \right\}}{[1 - q_{03}(0)][1 - q_{11}(0)] - q_{01}(0)q_{13}(0)}, \quad (26)$$

であり、 l_{00} は(17)式で求められている。明らかに $\sum_{j=0}^3 P_j = 1$ である。

システム故障の定義により、 P_3 は、オンライン業務処理コンピュータのアンアベイラビリティを表し、 $\sum_{j=0}^2 P_j$ は、システムの定常アベイラビリティを表す。

4. 数値例

前節で求めた平均経過時間 l_{0j} 、定常確率 P_j ($j=0, 1, 2, 3$) について、具体的な数値を求めてみよう。オンライン業務を処理する O コンピュータの故障時間分布には、種々の分布が考えられるが、ここでは、位相 2 をもつガンマ分布: $F_0(t) = 1 - (1 + \beta t)e^{-\beta t}$ を仮定し、 $2/\beta = 720$ (時間) とする。また、P コンピュータ、T コンピュータの平均故障時間を、ともに $1/\lambda_P = 1/\lambda_T = 360$ (時間) とし、平均修理時間を、 $1/\mu = 10 \sim$

180 (分) (可変) とおく。

以上の仮定のもとで、表 1, 2 に数値例を示す。すなわち、故障コンピュータの平均修理時間 $1/\mu$ に対応して、表 1 には、システムが動作を開始してから各状態へ初めて至るまでの平均経過時間を、表 2 には、シ

表 1 平均経過時間の数値例
Table 1 Numerical value of mean first-passage times.

$1/\mu$ (分)	l_{01} (時間) $\times 10^3$	l_{02} (時間) $\times 10^3$	l_{03} (時間) $\times 10^3$
10	0.720667	0.778275 $\times 10$	0.168078 $\times 10^4$
20	0.721335	0.389476 $\times 10$	0.420488 $\times 10^4$
30	0.722003	0.259876 $\times 10$	0.187014 $\times 10^4$
60	0.724011	0.130278 $\times 10$	0.468513 $\times 10$
90	0.726025	0.870788	0.208665 $\times 10$
120	0.728045	0.654801	0.117621 $\times 10$
180	0.732102	0.438826	0.524969

表2 定常確率の数値例
Table 2 Numerical value of steady-state probabilities.

$1/\mu$ (分)	P_0 $\times 10^{-3}$	P_1	P_2 $\times 10^{-1}$	P_3 $\times 10^{-1}$
10	0.428372 $\times 10^{-3}$	0.999074	0.925122 $\times 10^{-3}$	0.297480 $\times 10^{-4}$
20	0.171230 $\times 10^{-2}$	0.998150	0.184864 $\times 10^{-1}$	0.237819 $\times 10^{-3}$
30	0.384999 $\times 10^{-2}$	0.997226	0.277055 $\times 10^{-1}$	0.802080 $\times 10^{-3}$
60	0.153678 $\times 10^{-1}$	0.994458	0.552668 $\times 10^{-1}$	0.640324 $\times 10^{-3}$
90	0.345051 $\times 10^{-1}$	0.991697	0.826844 $\times 10^{-1}$	0.215657 $\times 10^{-1}$
120	0.612136 $\times 10^{-1}$	0.988942	0.109959	0.510113 $\times 10^{-1}$
180	0.137151	0.983453	0.164079	0.171438

システムの各状態における定常確率を示す。

この数値例によれば、オンライン・サービスが支障なく継続される確率、すなわちシステムの定常アベイラビリティは、たとえば $1/\mu=60$ 分のとき、O コンピュータ自身の定常アベイラビリティ: $(2/\beta)/(2/\beta+1/\mu)=43200/43260 \approx 99.8613\%$ や、O, T の2つのコンピュータをもつシステム(付録2)の定常アベイラビリティ $\approx 99.99923\%$ ($=1-0.769990 \times 10^{-5}$) に比べ、表2から、およそ 99.999936% ($=1-0.640324 \times 10^{-7}$) と、著しく改善されていることがわかる。また、システム故障までの平均時間(MTSF)は、O コンピュータ自身に比べ、約 $6.5 \times 10^4 (=0.468513 \times 10^9/720)$ 倍に、O, T の2つのコンピュータをもつシステム(付録2)に比べ、約 $1.8 \times 10^2 (=0.468513 \times 10^9/0.259742 \times 10^6)$ 倍に改善されることも示される。

5. むすび

オンライン業務、定常業務、汎用バックログ業務を処理する、3つのコンピュータで構成される情報処理システムにおいて、オンライン業務を最重要業務として位置づけ、コンピュータ障害が発生しても、可能な限りオンライン・サービスが継続できるような、動的なシステム構成を行うモデルを設定した。

はじめに、マルコフ再生過程を使用してシステムの状態を定義し、MTSF および定常アベイラビリティを求め、最後に数値例を示した。また数値例では、O, T の2つのコンピュータをもつ情報処理システムに対しても、MTSF と定常アベイラビリティを求めて比較し、その信頼度が、著しく改善されていることを示した。

最近の情報処理システムは、そのほとんどがオンライン・システムを含む構成になってきており、システム障害時におけるバック・アップ対策が、情報処理システム運用面における重要な問題となっている。オン

ライン・システムの障害は、ただちに末端の使用者の業務処理を中断させ、場合によっては、社会的な混乱をひきおこす危険性も含んでいる。

このような背景から、オンライン・サービスを中断させないことは、システム運用上、きわめて重要なことであり、ここで述べたオンライン業務を最重要業務とする情報処理システムの考え方や、オンライン・システム障害時の自動復旧機能に対する概念は、そのようなシステムを構築する際に有益となるであろう。

参 考 文 献

- 1) 三輪 修: 計算機構成論, p. 203, 共立出版, 東京 (1978).
- 2) 安井, 中川, 沢: 再構成を伴う汎用コンピュータ・システムの信頼性, 情報処理学会論文誌, Vol. 23, No. 4, pp. 381-386 (1982).
- 3) Nakagawa, T. and Osaki, S.: Stochastic Behavior of A Two-Unit Standby Redundant System, *INFOR*, Vol. 12, No. 1, pp. 66-70 (1974).
- 4) 安井, 中川, 沢: 監視保全を伴うコンピュータ・システムの信頼性, 信学論 (A), Vol. J 66-A, No. 12, pp. 1214-1219 (1983).
- 5) 安井, 中川, 沢: 遠隔保守を伴うコンピュータ・システムの最適点検方策, 情報処理学会論文誌, Vol. 25, No. 6, pp. 940-943 (1984).
- 6) Barlow, R. E. and Proschan, F.: *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1965).

付 録

1. (1)~(9)式を満たす $K_{ij}(t)$ の LS 変換形

$k_{ij}(s)$ を求めると、次式を得る。

$$k_{44}(s) = \frac{1}{D} \{s^2 + (\lambda_P + 2\mu)s + \mu^2\}, \quad (\text{A. 1})$$

$$k_{45}(s) = \frac{1}{D} (\lambda_P + \lambda_T)(s + \mu), \quad (\text{A. 2})$$

$$k_{46}(s) = \frac{1}{D} \lambda_P(\lambda_P + \lambda_T), \quad (\text{A. 3})$$

$$k_{54}(s) = \frac{1}{D} \mu(s + \mu), \quad (\text{A. 4})$$

$$k_{55}(s) = \frac{1}{D} \{s^2 + (\lambda_P + \lambda_T + \mu)s + (\lambda_P + \lambda_T)\mu\}, \quad (\text{A. 5})$$

$$k_{56}(s) = \frac{1}{D} \lambda_P(s + \lambda_P + \lambda_T), \quad (\text{A. 6})$$

$$k_{64}(s) = \frac{1}{D} \mu^2, \quad (\text{A. 7})$$

$$k_{65}(s) = \frac{1}{D} \mu(s + \lambda_P + \lambda_T), \quad (\text{A. 8})$$

$$k_{66}(s) = \frac{1}{D} \{s^2 + (2\lambda_P + \lambda_T + \mu)s + \lambda_P(\lambda_P + \lambda_T)\}, \quad (\text{A. 9})$$

ここに, $D \equiv s^2 + (2\lambda_P + \lambda_T + 2\mu)s + (\lambda_P + \lambda_T)(\lambda_P + \mu) + \mu^2$ とおく. ラプラス逆変換を行うことによって, 次の $K_{ij}(t)$ を得る.

$$K_{ij}(t) = A_{j-3} + B_{(3i+j-15)} \cdot e^{-B_0 t} + C_{(3i+j-15)} \cdot e^{-C_0 t} \quad (i, j = 4, 5, 6). \quad (\text{A. 10})$$

ここに,

$$B_0 \equiv (\lambda_P + \mu) + \frac{D_0}{2}, \quad (\text{A. 11})$$

$$C_0 \equiv (\lambda_P + \mu) + \frac{D_1}{2}, \quad (\text{A. 12})$$

$$A_1 \equiv \frac{1}{D_2} \mu^2, \quad (\text{A. 13})$$

$$A_2 \equiv \frac{1}{D_2} (\lambda_P + \lambda_T) \mu, \quad (\text{A. 14})$$

$$A_3 \equiv \frac{1}{D_2} \lambda_P (\lambda_P + \lambda_T), \quad (\text{A. 15})$$

$$B_1 \equiv \frac{1}{D_3} (\lambda_P + \lambda_T) \{(\lambda_P + \mu)D_0 - 2\lambda_P \mu\}, \quad (\text{A. 16})$$

$$B_2 \equiv \frac{-1}{D_3} (\lambda_P + \lambda_T) \{\mu D_0 + 2\lambda_P (\lambda_P + \lambda_T)\}, \quad (\text{A. 17})$$

$$B_3 \equiv \frac{1}{D_3} \lambda_P (\lambda_P + \lambda_T) \{D_1 + 2(\lambda_P + \mu)\}, \quad (\text{A. 18})$$

$$B_4 \equiv \frac{-1}{D_3} \mu (\mu D_0 + 2\lambda_P (\lambda_P + \lambda_T)), \quad (\text{A. 19})$$

$$B_5 \equiv \frac{1}{D_3} \{-[\lambda_P (\lambda_P + \lambda_T) + \mu^2]D_1 + 2(\lambda_P + \lambda_T)(\lambda_P + \mu)\mu\}, \quad (\text{A. 20})$$

$$B_6 \equiv \frac{1}{D_3} \lambda_P \{(\lambda_P + \lambda_T)D_1 - 2\mu^2\}, \quad (\text{A. 21})$$

$$B_7 \equiv \frac{1}{D_3} \mu^2 \{D_1 + 2(\lambda_P + \mu)\}, \quad (\text{A. 22})$$

$$B_8 \equiv \frac{1}{D_3} \mu \{(\lambda_P + \lambda_T)D_1 - 2\mu^2\}, \quad (\text{A. 23})$$

$$B_9 \equiv \frac{-1}{D_3} \mu \{(\lambda_P + \lambda_T + \mu)D_1 + 2\lambda_P \mu\}, \quad (\text{A. 24})$$

$$C_1 \equiv \frac{1}{D_3} (\lambda_P + \lambda_T) \{-(\lambda_P + \mu)D_1 + 2\lambda_P \mu\}, \quad (\text{A. 25})$$

$$C_2 \equiv \frac{1}{D_3} (\lambda_P + \lambda_T) \{\mu D_1 + 2\lambda_P (\lambda_P + \lambda_T)\}, \quad (\text{A. 26})$$

$$C_3 \equiv \frac{-1}{D_3} \lambda_P (\lambda_P + \lambda_T) \{D_0 + 2(\lambda_P + \mu)\}, \quad (\text{A. 27})$$

$$C_4 \equiv \frac{1}{D_3} \mu \{\mu D_1 + 2\lambda_P (\lambda_P + \lambda_T)\}, \quad (\text{A. 28})$$

$$C_5 \equiv \frac{1}{D_3} \{[\lambda_P (\lambda_P + \lambda_T) + \mu^2]D_0 - 2(\lambda_P + \lambda_T)(\lambda_P + \mu)\mu\}, \quad (\text{A. 29})$$

$$C_6 \equiv \frac{1}{D_3} \lambda_P \{-(\lambda_P + \lambda_T)D_0 + 2\mu^2\}, \quad (\text{A. 30})$$

$$C_7 \equiv \frac{-1}{D_3} \mu^2 \{D_0 + 2(\lambda_P + \mu)\}, \quad (\text{A. 31})$$

$$C_8 \equiv \frac{1}{D_3} \mu \{-(\lambda_P + \lambda_T)D_0 + 2\mu^2\}, \quad (\text{A. 32})$$

$$C_9 \equiv \frac{1}{D_3} \mu \{(\lambda_P + \lambda_T + \mu)D_0 + 2\lambda_P \mu\}, \quad (\text{A. 33})$$

$$D_0 \equiv \lambda_T + \sqrt{\lambda_T^2 + 4\lambda_P \mu}, \quad (\text{A. 34})$$

$$D_1 \equiv \lambda_T - \sqrt{\lambda_T^2 + 4\lambda_P \mu}, \quad (\text{A. 35})$$

$$D_2 \equiv (\lambda_P + \lambda_T)(\lambda_P + \mu) + \mu^2, \quad (\text{A. 36})$$

$$D_3 \equiv 2D_2 \sqrt{\lambda_T^2 + 4\lambda_P \mu}. \quad (\text{A. 37})$$

2. O, Tの2つのコンピュータをもつ情報処理システム

3つのコンピュータをもつ情報処理システムのモデルにおいて, Pコンピュータを除いた場合に相当するモデルを考える. すなわち,

- 1) 常時は, O, Tの2つのコンピュータは独立に動作している.
- 2) Oコンピュータが故障したとき,
 - (i) Tコンピュータが稼働中ならば, バックログ業務の処理を中止し, そのコンピュータでオンライン業務を継続処理する (そのコンピュータはOコンピュータとなる). 故障したコンピュータは修理機能下におかれる.
 - (ii) Tコンピュータが存在しないならば, システム故障となる.
- 3) Tコンピュータが故障したときは, バックログ業務の処理は中止し, ただちに修理を開始する.
- 4) 故障したコンピュータの修理が完了した場合は, そのコンピュータでバックログ業務の処理を再開する (そのコンピュータはTコンピュータとなる).
- 5) システム故障となった場合は, 2つのコンピュータの修理完了を待って, オンライン業務, バックログ業務の処理を, 初期のシステム構成

で開始する。

O, T の各コンピュータの確率時間分布は前と同じ仮定とし、システムの挙動を表す各状態を、

状態 0: O, T の2つのコンピュータ稼働開始 (オンライン, バックログ業務処理)。

状態 1: Oコンピュータ故障, 修理開始. バックログ業務の処理を中止し, 自動復旧機能によりオンライン業務を継続処理 (オンライン業務処理)。

状態 2: Oコンピュータ故障, 修理待ち状態 (システム故障)。

と定義すると, MTSF, 定常アンアベイラビリティについて, 前と同様の信頼度解析を行うことにより, 結果として次式を得る。

$$l_{02} = \frac{1}{\lambda_0} \left[1 + \frac{\mu + \lambda_T f_0(\lambda_T + \mu)}{\lambda_T + \mu f_0(\lambda_T + \mu)} \right], \quad (\text{A. 38})$$

$$P_2 = \frac{\left(\frac{2}{\mu} \right)}{\frac{2}{\mu} + l_{02}}. \quad (\text{A. 39})$$

表1と表2の場合と同じ仮定において, $1/\mu$ に対応する l_{02}, P_2 の数値例を次のように得ることができる。

$1/\mu$ (分)	l_{02} (時間) $\times 10^5$	P_2 $\times 10^{-4}$
10	0.155574×10^2	0.214260×10^{-2}
20	0.778141×10	0.856743×10^{-2}
30	0.518941×10	0.192700×10^{-1}
60	0.259742×10	0.769990×10^{-1}
90	0.173342×10	0.173065
120	0.130143×10	0.307344
180	0.869448	0.690046

(昭和 61 年 6 月 3 日受付)

(昭和 62 年 2 月 12 日採録)



安井 一民 (正会員)

昭和 11 年生. 昭和 49 年名城大学理工学部数学科卒業. 昭和 30 年中部電力(株)入社. 現在, 同社情報システム部営業システム課に在籍. オンラインシステムの開発に従事しつつ, コンピュータシステムの信頼性の研究に興味を持つ. 日本 OR 学会会員.



中川 軍夫 (正会員)

昭和 17 年生. 昭和 42 年名古屋工業大学工学研究科計測工学専攻修士課程修了. 同年名城大学理工学部助手, 昭和 53 年同大学助教授. 工学博士. 信頼性理論および計算機システムの信頼性の研究に従事. 電子情報通信学会, 日本 OR 学会各会員.



沢 嘉也 (正会員)

大正 14 年生. 昭和 23 年北海道大学理学部数学科卒業. 同年同大学助手, 昭和 25 年名城大学理工学部数学科助教授. 現在教授. 関数論, 応用数学の研究に従事. 日本 OR 学会会員.