

H-020

情報伝播時間ゆらぎが多次元有向情報量に与える影響 Effect of Information Flow Time Fluctuation on Multidimensional Directed Information

阪田 治† 神山かおる†
Osamu Sakata Kaoru Kouyama

1. まえがき

自然界では、様々な物体・現象が様々な媒体を介して多次元時系列を発生させている。それらは一般に、互いに何らかの相関をもっていることが多く、その相関関係は時系列の発生機構に強く依存している。それを解析することにより、その時系列を発生させたシステムの内部構造または機能について、何らかの知見を得ることができると考えられる。特に、互いに時間空間的な相関関係をもつ多次元時系列について、その因果関係を探ることは大いに意味のあることである。筆者らは過去の研究において、ある一時点で発生した情報が常にある一定の遅延時間をもって伝播するシステムについて、その情報伝播解析に関する研究を行ってきた[1]。しかし、自然界では、因果関係をもつ多次元信号間の情報伝播に際して常に一定の伝播時間を保持し続けるシステムを仮定することは難しい。そこで本研究では、筆者らが提案した多次元有向情報量解析法を改良して情報の発生時刻および情報伝播時間のゆらぎを考慮した解析方法を提案する。人工的に作り出した多次元模擬時系列に情報伝播時間ゆらぎを持たせ、提案手法でその解析を行った。

2. 多次元有向情報量の拡張

多次元有向情報量解析法は汎用な多次元信号の因果性解析手法であるが、脳波を主な解析対象と想定した上で開発されてきた。ゆえに、生体信号特有のゆらぎが情報の流れの発生時刻や伝播時間にも現れていると仮定し、その影響を考慮することのできるよう、多次元有向情報量の式を定義すべきである。そこで、従来の多次元有向情報量(Multidimensional Directed Information)[1]を次の(1)式のように再定義する。以降これをMDIと表記する。

$$\begin{aligned}
 MDI(m) &= I(X_k^a \rightarrow Y_{k+m}^b \mid X^P Y^P Z^{(all)P} Y_k^a Z_k^{(all)a}) \\
 &= H(X^P Y^P Z^{(all)P} X_k^a Y_k^a Z_k^{(all)a}) \\
 &\quad + H(X^P Y^P Z^{(all)P} Y_k^a Z_k^{(all)a} Y_{k+m}^b) \\
 &\quad - H(X^P Y^P Z^{(all)P} Y_k^a Z_k^{(all)a}) \\
 &\quad - H(X^P Y^P Z^{(all)P} X_k^a Y_k^a Z_k^{(all)a} Y_{k+m}^b)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

(1)式は、ある時刻 k から $k+a$ までの $X(X_k^a)$ と時刻 $k+m$ から $k+m+b$ までの $Y(Y_{k+m}^b)$ が共有している情報のうち、時刻 k 以前の全系列(X^P, Y^P, Z^P)および時刻 k から $k+b$ までの $Y, Z^{(all)}(Y_k^a, Z_k^{(all)a})$ に含まれていない情報量を表している。すなわち、 k から $k+a$ までの X において初

めて発生した情報のうち時刻 $k+m$ から $k+m+a$ までの Y へ伝搬した情報量を表す。ただし、表記の簡略化のために $Z^{(1)}, Z^{(2)}, \dots, Z^{(N-2)}$ をまとめて $Z^{(all)}$ と記述している。また、各系列の時刻 k 以前の部分を次のように略記している。

$$\begin{aligned}
 X^P &= x_{k-P} \cdots x_{k-1} & X_k^a &= x_k \cdots x_{k+(a-1)} \\
 Y^P &= y_{k-P} \cdots y_{k-1} & Y_k^a &= y_k \cdots y_{k+(a-1)} \\
 Z^{(i)P} &= z_{k-P}^{(i)} \cdots z_{k-1}^{(i)} & Z_k^{(i)a} &= z_k^{(i)} \cdots z_{k+(a-1)}^{(i)} \\
 & & Y_{k+m}^b &= y_{k+m} \cdots y_{k+m+(b-1)}
 \end{aligned}$$

また、 $H(A)$ は A についてのエントロピーを表す。

3. 模擬時系列の解析

3.1 データ概要および解析条件

図1に示すモデルにより、互いに時空間的な相関関係をもつ多次元信号を発生させ、提案手法で解析を行う。 S_x, S_y, S_z は平均が0、分散が1の互いに独立なガウス雑音、これらを図中の矢印で示された経路を通した上で足し合わせたものを観測系列 X, Y, Z とする。ここで、四角は遅延ポイント数を表し、 D_x, D_y は確率的な遅延時間の変動を表す。 D_x は6,7,8ポイント、 D_y は8,9,10,11,12ポイントの遅延が一樣にランダムに発生する。矢印横の0.8は減衰係数を表し、これがない矢印は減衰なしである。このモデルを用いて約40000ポイントの長さの模擬時系列を発生させた。

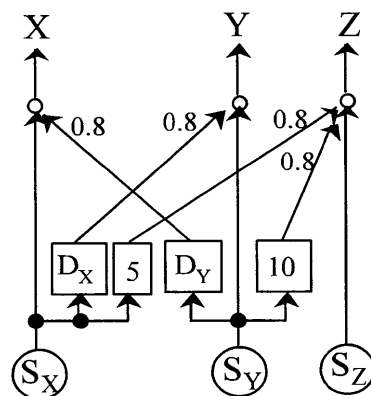


図1 模擬時系列発生モデル

† (独) 食品総合研究所, NFRI

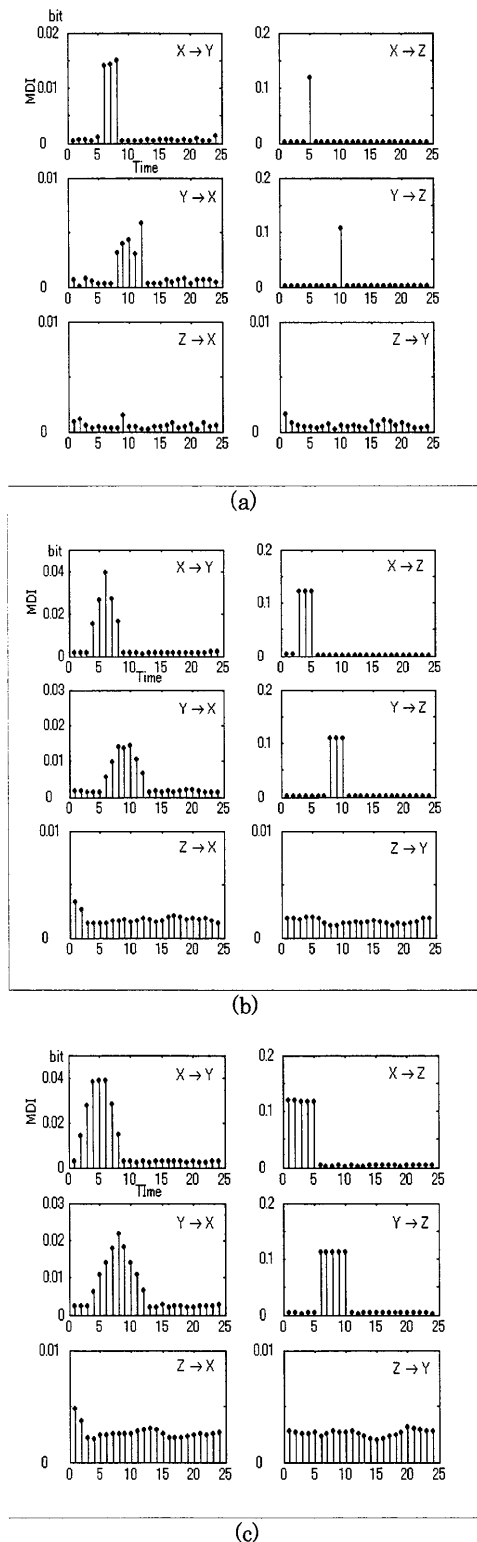


図2 模擬時系列解析結果
(a) $b=1$ (b) $b=3$ (c) $b=5$

3.2 解析結果および考察

解析結果を図2に示す。グラフの横軸は情報の伝播時間(ポイント), 縦軸はMDI(単位bit)である。本研究では, 提案手法をまず代表的な脳波である α 波の解析に適用することを考えており, 本論文におけるシミュレーションにおいては(1)式のパラメータ a の値を1に固定し, b のみを可変パラメータとして実験を行った。定常信号を解析対象とする場合には, 情報の流れが常に発生していると仮定するため, 情報発生時刻のゆらぎを考慮する必要がない。よって, 情報伝播時刻ゆらぎを考慮するパラメータ b のみを可変とすればよい。一方, 大脳誘発電位のように刺激によって脳活動が引き起こされる場合には, 情報の流れの発生時刻が重要な意味をもつため, (1)式のパラメータ a, b の両方の調節が必要になると考えられる。

図2(a)は, $a=1, b=1$ とした, 従来のMDI解析を行った結果である。X→Z, Y→Zの2つの流れについては, 伝播時間ゆらぎがないために, 図1のモデルで設定した通りの伝播時間で情報の伝達が行われていることが検出されている。また, X→Y, Y→Xについても, ゆらぎ幅の範囲内に情報伝播が検出されている。図2(b)(c)については, それぞれ $b=3, 5$ として解析が行われているが, X→Z, Y→Zの流れとX→Y, Y→Xの流れに大きな違いが見られる。 b を大きくとることによって流出先時刻の観測窓が広がったことで, 検出時刻に広がりが生じていることは同じであるが, X→Z, Y→Zの流れについては窓の広がりに応じて検出時刻が広がるのみの変化しか呈していない。しかし, X→Y, Y→Xの流れについては, 情報伝搬量の最大値が増加している。これは, 窓を広げることで伝播時刻のゆらぎだけでなく, 伝搬量が確率的に異なる時刻に散らばっている様子をとらえているためであると考えられる。特に脳波をはじめとする生体信号においては, このような信号伝達時間のゆらぎに対する頑健さは有用な性質であると思われる。

一方, パラメータ a, b を変化させて実脳波解析も試みたが, 情報の流れの発生数が未知であるために, 最大情報伝搬量に関してもっともな解釈を行うことが難しかった。そのため, 情報伝播ゆらぎが生じているか否か, および1方向における情報伝播回数の推定を前処理として行う必要があると考えられる。これについては今後の課題であると考えている。

4. まとめ

本研究では, 従来の多次元有向情報量解析を情報伝播時間ゆらぎの存在するシステムに適用可能な形に拡張し, 模擬時系列を用いてその性能評価を行った。

従来のMDI解析に比べ, 情報伝搬量を把握するという面で効果が期待できると考えられる結果が得られた。ただし, MDI解析の特性のうち, 情報伝搬量の絶対値に関する議論・検討はまだ行っておらず, 今後はそれについても本稿における提案手法の有効性の検討と並行して行う必要がある。

参考文献

- [1] 阪田治, 椎名毅, 斎藤陽一 “多次元有向情報量とその脳波因果性解析への応用”, 信学論A, vol.J83-A, no.5, pp.466-475, May 2000.