

代用電荷法に基づく等角写像の数値計算法†

天 野 要††

等角写像は関数論の基本的な問題の一つであり、物理学・工学への応用も広い。Riemann の写像定理によれば、任意の単連結領域は単位円の内部に等角写像することができる。しかし、一般的には、この写像を求めることは数値的にのみ可能である。本論文では、代用電荷法が Dirichlet 問題の解とその共役調和関数を対数ポテンシャルの1次結合で簡潔・高精度に近似できることに着目し、任意の Jordan 領域を対象とした等角写像の新しい数値計算法を提案する。典型的な3種の領域に対して数値実験を行った結果、数十の電荷を用いて、最大絶対誤差が $10^{-6} \sim 10^{-3}$ という高い精度を得た。

1. ま え が き

等角写像は関数論の基本的な問題の一つであり、物理学・工学への応用も広い。

Riemann の写像定理によれば、任意の単連結領域は単位円の内部に等角写像することができる。しかし、この写像関数の初等的な表現は限られた場合のみ可能である。一般的には、領域が与えられた場合の等角写像は数値計算によらなければならない。それゆえ、速く、正確で、適用範囲の広い計算法の研究が重要である。

このような等角写像の数値計算法には、正規直交多項式による方法¹⁾や積分方程式による方法^{2)~6)}がある。中でも、Symm²⁾の研究は後の多くの研究の基礎となった。これは、調和関数の一重層対数ポテンシャル表現により、等角写像の問題を第1種 Fredholm 型の積分方程式 (Symm の方程式と呼ばれる) の問題に帰着させたものである。その後、この積分方程式の解法をめぐって、スプライン関数の導入^{3)~5)}や FFT の適用⁶⁾等が行われた。その結果、より精度の高い写像が可能になる一方、計算処理が複雑化し、計算法によっては適用範囲が特定の領域に制限されたりするようなこともある。

逆方向の等角写像、すなわち、単位円から与えられた領域への写像に関しては Fornberg⁷⁾や Wegmann⁸⁾の方法がある。また、等角写像の数値解析に関する研究の歴史と関数論については Henrici⁹⁾に詳しい。論文集¹⁰⁾にはこの問題に関する最近の研究成果が収められている。

本論文では、代用電荷法^{11)~13)}が Dirichlet 問題の解とその共役調和関数を対数ポテンシャルの1次結合で簡潔・高精度に近似できることに着目し、任意の Jordan 領域を対象とした等角写像の新しい数値計算法を提案する。原理が簡単でプログラミングが容易である、数値積分が不要で計算時間が短い、なめらかな境界の問題で精度が高い、誤差評価が容易である等の代用電荷法の特徴はそのまま保存される。

論文の構成は以下のとおりである。まず、等角写像の問題を Dirichlet 問題の解とその共役調和関数の問題に帰着できることを示す。次いで、提案する数値計算法と誤差評価の方法を説明し、最後に、典型的な3種の領域に対して行った数値実験の結果を記す。

2. 等 角 写 像

Riemann の写像定理によれば、少なくとも二つの点を含む境界を持つ任意の単連結領域 D は単位円の内部に等角写像することができる (図1)。このとき、写像関数 $w=f(z)$ は、 D 内の任意の1点を z_0 とし、正規化条件 $f(z_0)=0, f'(z_0)>0$ の下に一意に定まる。さらに、 D が Jordan 曲線 C で囲まれた Jordan 領域であれば、Carathéodory の定理により、 $f(z)$ は境界まで含めた閉領域 $\bar{D}=D+C$ を1対1、等角に写像する。

今、与えられた Jordan 領域を D とし、 D 内の1点を z_0 とすれば、 z_0 を極とする Green 関数 $G^*(z, z_0)$ が存在し、写像関数 $f(z)$ は、回転の任意性を除いて、

$$f(z) = e^{-\{G^*(z, z_0) + iH^*(z, z_0)\}} \quad (1)$$

で与えられる¹⁴⁾。ここに、 $H^*(z, z_0)$ は $G^*(z, z_0)$ の共役調和関数である。さらに、 $G^*(z, z_0)$ を次のように特異部分と調和部分に分解し

† Numerical Conformal Mapping Based on the Charge Simulation Method by KANAME AMANO (Department of Applied Mathematics, Faculty of Engineering, Ehime University).

†† 愛媛大学工学部応用数学教室

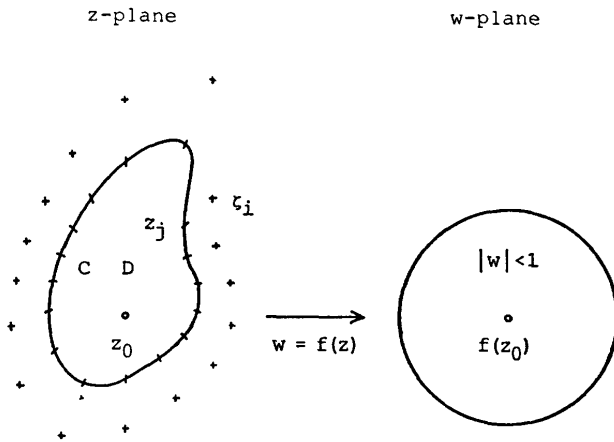


図 1 等角写像と代用電荷法

Fig. 1 Conformal mapping and the charge simulation method. The normalizing condition is $f(z_0)=0$, $f'(z_0)>0$, and ζ_i and z_j are the charge points and the collocation points, respectively.

$$G^*(z, z_0) = -\log|z - z_0| - g(z),$$

同時に $H^*(z, z_0)$ を

$$H^*(z, z_0) = -\arg(z - z_0) - h(z)$$

と分解すれば、(1)は

$$\begin{aligned} f(z) &= e^{\log|z - z_0| + g(z) + i(\arg(z - z_0) + h(z))} \\ &= e^{\log(z - z_0) + g(z) + ih(z)} \\ &= (z - z_0)e^{g(z) + ih(z)} \end{aligned}$$

となる。ここに、 $h(z)$ は $g(z)$ の共役調和関数である。

したがって、正規化条件 $f(z_0)=0$, $f'(z_0)>0$ の下に、与えられた Jordan 領域から単位円の内部への等角写像は、

1) Dirichlet 問題

$$\nabla^2 g(z) = 0, z \in D, \quad (2)$$

$$g(z) = -\log|z - z_0|, z \in C, \quad (3)$$

2) $h(z_0)=0$ となる $g(z)$ の共役調和関数 $h(z)$,

$$f(z) = (z - z_0)e^{g(z) + ih(z)}, z \in \bar{D} \quad (4)$$

を順次計算することによって得られる⁹⁾。すなわち、等角写像の問題は Dirichlet 問題の解である調和関数 $g(z)$ とその共役調和関数 $h(z)$ を同時に求めるという問題に帰着されたわけである。

3. 数値計算法

一般性を失うことなく、 z_0 を原点にとることができる。

ここで、我々は、(2)および(3)の解である調和関数 $g(z)$ が、代用電荷法¹¹⁾⁻¹³⁾によって、問題の領域の

外に配置された N 個の点 ζ_i (電荷点と呼ぶ) (図 1) を極とする対数ポテンシャルの 1 次結合

$$G(z) = -\sum_{i=1}^N Q_i \log|z - \zeta_i|, z \in \bar{D}, \quad (5)$$

で、簡単かつ高精度に近似されることに注目する。未定係数 Q_i (電荷と呼ぶ) は境界上に選ばれた N 個の点 z_j (拘束点と呼ぶ) で、境界条件(3)を満たす(拘束条件と呼ぶ)ように定められる。すなわち、 Q_i は $\log|z_j - \zeta_i|$ を係数行列とする連立 1 次方程式

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N Q_i \log|z_j - \zeta_i| &= \log|z_j|, \quad (6) \\ (j=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

の解である。電荷 Q_i が定まれば、 $g(z)$ の共役調和関数 $h(z)$ は

$$H(z) = -\sum_{i=1}^N Q_i \arg(z - \zeta_i) + c$$

と近似することができる。任意定数 c は $h(0)=0$ の条件から定まり、上式は

$$H(z) = -\sum_{i=1}^N Q_i \arg(1 - z/\zeta_i), z \in \bar{D}, \quad (7)$$

となる。

以上により、代用電荷法に基づく等角写像 $w = u + iv = f(z)$, ($z = x + iy$) の数値計算法を次のように整理することができる。

- 1) 与えられた領域 D に対する適当な電荷点 ζ_i と拘束点 z_j の選択。
- 2) 連立 1 次方程式 (拘束条件) (6) による電荷 Q_i の計算。
- 3) 以下、 \bar{D} の各点ごとに

$$G(z) = (5),$$

$$H(z) = (7),$$

$$U(z) = e^{\log|z| + G(z)} \cos(\arg z + H(z)), \quad (8)$$

$$V(z) = e^{\log|z| + G(z)} \sin(\arg z + H(z)). \quad (9)$$

このように、数値積分は不要であり、したがって、計算処理の複雑さや計算精度の低下をもたらす特異積分の問題も生じない。なお、未知量が $g(z)$, $h(z)$ から Q_i になったという意味で、問題の次元が 2 次元から 1 次元に低下していることに注意する。

4. 誤差

代用電荷法では、Laplace 方程式の解の誤差も同じ方程式を満足するので、調和関数の最大値の原理から、 $G(z)$ の誤差 $\Delta G(z) = G(z) - g(z)$ の絶対値の最大

値は必ず境界上に現れる。したがって、提案された等角写像の数値計算法では、拘束点 z_j 上で $|W(z_j)|=1$ ($W(z)=U(z)+iV(z)$) となるように電荷 Q_i が定められるので、

$$E_M = \max_c ||W(z_{j+1/2})| - 1|, z_{j+1/2} \in C, \quad (10)$$

を誤差の指標と考えることができる。ここに、 $z_{j+1/2}$ は拘束点 z_j と z_{j+1} の中間の点 (中間点と呼ぶ) である。

一般的には、これが唯一の評価可能な誤差の指標である。しかし、問題の領域が z_0 を通る対称軸を持つ場合には、この軸上では絶対誤差の評価が可能である。

正則関数の最大値の原理から $|W(z)-w(z)|$ の最大値は境界上に現れる。したがって、任意の $z \in \bar{D}$ に対して

$$\begin{aligned} |W(z)-w(z)| &\leq \max_c |W(z)-w(z)| \\ &\leq \max_c \{ ||W(z)| - |w(z)|| \\ &\quad + |w(z)| |\arg W(z) - \arg w(z)| \} \\ &= \max_c \{ ||W(z)| - 1| + |H(z) - h(z)| \} \\ &\leq \max_c ||W(z)| - 1| + \max_c |H(z) - h(z)| \end{aligned} \quad (11)$$

が成立する (図2)。ここで、添字 C は境界上での評価を示している。これを

$$E_R \leq E_M + E_A \quad (12)$$

と記す。右辺第2項の $h(z)$ は一般的には未知である。しかし、上述のような対称軸上では、 $h(z)=0$, すなわち

$$E_A = \max_c |H(z)| \quad (13)$$

となる。

代用電荷法の誤差には、丸め誤差のほか、電荷点と拘束点の配置に起因する誤差と連立1次方程式の解法に起因する桁落ち誤差とがある^{13),15)}。特に図1のような配置では、電荷数を増し電荷点を境界から遠ざけるにしたがって、前者は減少し、逆に連立1次方程式の係数行列の条件の悪化によって、後者は増加する。それゆえ、与えられた領域の形状に応じて、適切な電荷点と拘束点を選ぶことが重要である。電荷配置が悪ければ、大きな桁落ちを生じることがある。しかし、その場合でも、上述の $\Delta G(z)$ の調和性と $W(z)-w(z)$ の正則性は成立していることに注意する。

なお、 $G(z)$ (5) と $H(z)$ (7) のいずれの場合も、誤差は電荷 Q_i の配置とその数値計算に起因するので、 E_M と E_A の間に

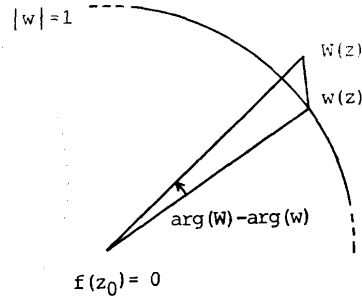


図2 境界上での誤差評価

Fig. 2 Error estimation on the boundary using the maximum modulus theorem for regular functions.

$$E_M \sim E_A \quad (14)$$

なる関係が成立するものと予測される。この関係は対称性が存在しない場合でも絶対誤差のおおよその評価が可能になるという意味で重要である。

5. 数値実験

円, Cassini の楕形, 正方形という典型的な3種の領域について数値実験を行った。実験には、愛媛大学情報処理センターの FACOM M-180II AD システムを利用した。連立1次方程式には Crout 法 (SSLII の Lax) を用いたが、解の反復改良は行っていない。いずれの計算も単精度である。

円と Cassini の楕形については、初等的な写像関数が知られていて、これとの比較による直接的な絶対誤差の評価が可能である。正方形についても、この等角写像が基本的には Schwarz-Christoffel 変換の逆変換であることから、その写像関数を楕円関数を用いて表現することは可能である¹⁴⁾。しかし、この楕円関数の数値計算は必ずしも簡単ではない。それゆえ、ここでは、楕円関数表現との比較による直接的な誤差の評価は行わない。むしろ、写像関数を定めることが困難で、前述のような対称性も存在しない場合でも、絶対誤差のおおよその評価が可能であるということの方に注目する。

計算結果の提示に用いた記号 (図1参照) は次のとおりである。

N : 電荷数=拘束点数 (括弧内は、計算に対称性を利用した場合の拘束条件の次元数で、 N , $N/2+1$ または $N/4+1$)

R_Q : $=\zeta_i/z_i$, すなわち、境界拡大法¹¹⁾を用いた場合の電荷配置の拡大率

なお、 E_R , E_M , E_A の評価には拘束点と中間点にお

ける計算値を用いた。

5.1 円

境界 $x^2 + y^2 = 1$

正規化条件

(a) $z_0 = -0.25$

(b) $z_0 = -0.5$

(c) $z_0 = -0.75$

写像関数

$$f(z) = (z - z_0) / (1 - \bar{z}_0 z)$$

(\bar{z}_0 は z_0 の共役複素数)

これは凸型領域の例である。

電荷配置には、領域を偏角で N 等分して、境界拡大法を用いた。

図3は、左側が z 平面、右側が w 平面であり、円または直線を円または直線に写像するという上記の1次変換の性質をよく示している。

計算精度(表1)は、最大絶対誤差 E_R が(a) 1.9×10^{-6} ($N=32$, $R_Q=1.6$), (b) 1.9×10^{-6} ($N=32$, $R_Q=2.0$), (c) 4.2×10^{-5} ($N=64$, $R_Q=1.2$) と、いずれの場合も極めて高い。特に、(a), (b)の場合にはわずか $N=16$ の電荷数で $E_R = 2.1 \times 10^{-6}$, 4.5×10^{-6} という高い精度が得られている。また、 $E_M \sim E_A$ の関係も概ね成立している。さらに、計算のパラメータと精度の間には、次のような関係のあることがわかる。

- 1) z_0 が境界に近づくに従って精度は低下する。これは、Dirichlet 問題の境界条件(3)の変化の増大に対応し、 z_0 を中心とする領域の形状の複雑化とみることもできる。
- 2) 電荷数 N の増加に従って精度は向上する。
- 3) 電荷配置の拡大率 R_Q の増大に従って、精度はまず向上し、次いで低下する。最終的には、拘束条件の連立1次方程式の係数行列が特異となり、数値解を求めることができなくなる(表の空白部分)。
- 4) 最適な電荷配置は、 N が増すほど、また z_0 が境界に近づくほど、境界に近づく。

これらは、Dirichlet 問題の数値解法としての代用

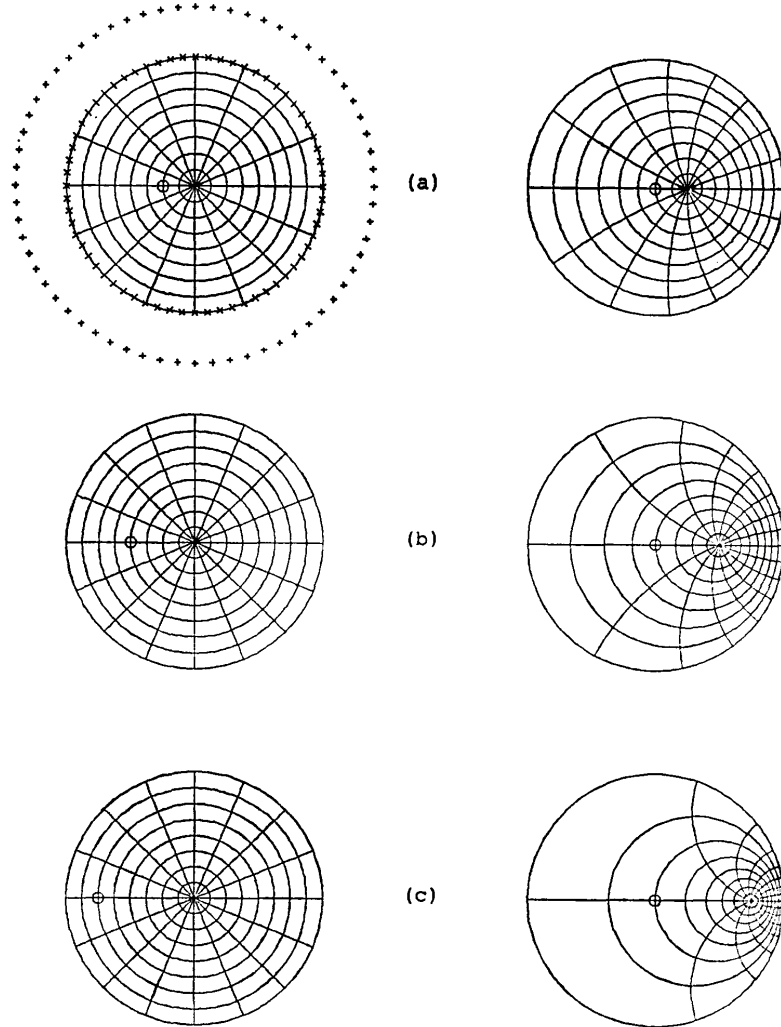


図3 数値的等角写像(円)

Fig. 3 Numerical conformal mapping for circle domains by the charge simulation method. Same symbols are used as in Fig. 1.

電荷法の性質を反映している。 $N=32$ における(a), (b)の結果の比較は上述の1)と4)の性質に矛盾するかにみえる。しかし、16進6桁の浮動小数は10進で6.3~7.2桁であることを考えれば、 10^{-6} 程度の差は丸め誤差の範囲であり、結果はむしろ計算精度の高さを示すものである。また、 $N=64$ の場合の誤差が必ずしも $N=32$ または $N=16$ の場合より小さくないことも2)の性質に矛盾するかにみえる。しかし、これも、 R_Q の値を0.4間隔で計算したために、 N が大きいほど最適な電荷配置が実現されにくいという事情による。

5.2 Cassini の楕形

境界 $\{(x+1)^2+y^2\}\{(x-1)^2+y^2\}=a^4$

(a) $a=2^{1/2}=1.4142$

(b) $a=2^{1/3}=1.0905$

(c) $a=2^{1/32}=1.0218$

正規化条件 $z_0=0$

写像関数 $f(z)=az/(a^4-1+z^2)^{1/2}$

これは、2点(-1, 0), (1, 0)からの距離の積が一定値 a^2 であるような点の軌跡であり、 a の値に応じて

表 1 誤差評価 (円)

Table 1 Error estimation in the case of circle domain $x^2+y^2 \leq 1$. N and R_0 are the total number of charge points (the number of independent equations when using symmetry) and the enlargement factor ζ_i/z_i in charge distribution, respectively. E_M, E_A and E_R are the estimation of $\max_c |W(z)| - 1$, $\max_c |H(z) - h(z)|$ and $\max_c |W(z) - w(z)|$, respectively. Same symbols are used as in Fig. 1.

		$N=16(9)$	$N=32(17)$	$N=64(33)$		
(a)	-0.25		E_M			
			E_A			
			E_R			
		1.2	5.8E-3	1.6E-4	1.9E-6	
			3.0E-3	7.8E-5	2.0E-6	
			5.8E-3	1.6E-4	2.4E-6	
		1.3E-4	9.5E-7			
	1.6	9.0E-5	1.0E-6			
		1.3E-4	1.9E-6			
	2.0	1.1E-5	9.5E-7			
		1.1E-5	1.2E-6			
		1.1E-5	2.1E-6			
	4.0	9.5E-7				
		5.5E-7				
		2.1E-6				
(b)	-0.50		1.9E-2	6.3E-4	2.3E-6	
		1.2	1.2E-2	2.9E-4	2.6E-6	
			1.9E-2	6.4E-4	4.9E-6	
		1.6	7.8E-4	2.3E-6		
			9.4E-4	3.2E-6		
			9.4E-4	3.9E-6		
		2.0	1.9E-6	1.9E-6		
			1.9E-6	1.8E-6		
			4.5E-6	1.9E-6		
	(c)	-0.75		3.4E-2	3.2E-3	3.5E-5
			1.2	2.9E-2	3.2E-3	2.2E-5
				3.5E-2	3.2E-3	4.2E-5
			1.8E-2	1.1E-3		
1.6			1.9E-2	1.1E-3		
			1.9E-2	1.1E-3		

形状が変化する。ここでは、凹型領域の例として、 $1 < a \leq \sqrt{2}$ の範囲 (図 4) を取り上げた。

電荷配置には、境界が凹型の部分で密になるという理由で、円の場合と同様に、領域を偏角で N 等分して境界拡大法を用いた。

計算精度 (表 2) は、 $E_R=(a) 5.0 \times 10^{-6} (N=64, R_0=1.6)$, (b) $5.9 \times 10^{-5} (N=64, R_0=1.4)$, (c) $9.3 \times 10^{-4} (N=64, R_0=1.4)$ と極めて高い。また、 $E_M \sim E_A$ の関係も概ね成立している。計算パラメータと精度の間にも円の場合と同様な関係が存在している。

なお、(a) $N=64, R_0=1.2$ の場合に $E_A > E_R$ であるかにみえるがこれが丸め誤差の範囲であること、および R_0 の値を 0.2 間隔で計算したために N が大きいほど最適な電荷配置が実現されにくいという事情は円の場合と同じである。しかし、 $N=64$ の場合に、(a) で前述の 3) の性質に矛盾したり、 $N=32$ の場合との比較で 4) の性質に矛盾したりするかにみえるの

表 2 誤差評価 (Cassini の楕形)

Table 2 Error estimation in the case of ovals of Cassini $\{(x+1)^2+y^2\}\{(x-1)^2+y^2\} \leq a^4$. Same symbols are used as in Fig. 1 and Table 1.

		$N=16(5)$	$N=32(9)$	$N=64(17)$		
(a)	1.4142		E_M			
			E_A			
			E_R			
		1.2	1.5E-2	6.2E-4	3.5E-5	
			1.5E-2	6.7E-4	3.7E-5	
			1.5E-2	6.7E-4	3.6E-5	
		1.4	5.2E-3	2.1E-4	2.1E-4	
			4.8E-3	2.1E-4	2.2E-4	
			5.2E-3	2.1E-4	2.2E-4	
		1.6	2.2E-3	3.3E-4	4.7E-6	
			2.1E-3	3.3E-4	3.7E-6	
			2.2E-3	3.3E-4	5.0E-6	
(b)	1.0905		1.2E-3	4.0E-4		
		1.8	1.1E-3	3.7E-4		
			1.2E-3	4.0E-4		
			2.4E-2	7.1E-3	7.4E-3	
		1.2	3.8E-2	2.6E-3	7.1E-3	
			3.8E-2	7.2E-3	7.4E-3	
		1.4	1.4E-2	5.8E-2	5.7E-5	
			1.3E-2	6.1E-2	5.9E-5	
			1.4E-2	6.1E-2	5.9E-5	
	(c)	1.0218		2.7E-2	1.2E-2	5.7E-2
			1.2	4.6E-2	1.0E-2	5.6E-2
				4.6E-2	1.6E-2	5.7E-2
			1.1E-2	3.3E-2	9.3E-4	
1.4			6.1E-3	2.5E-2	8.8E-4	
			1.1E-2	3.3E-2	9.3E-4	

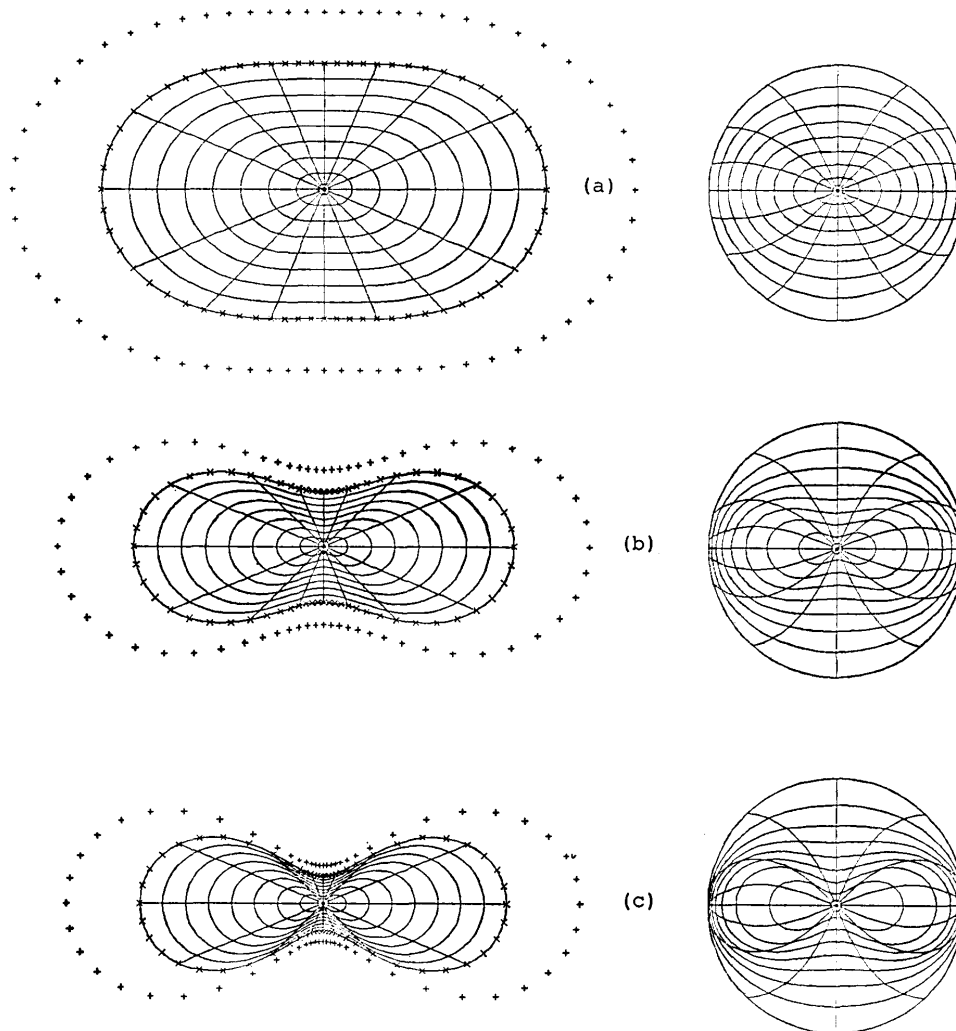


図4 数値的等角写像 (Cassini の楕形)

Fig. 4 Numerical conformal mapping for domains of the oval of Cassini by the charge simulation method. Same symbols are used as in Fig. 1.

は次のような別の理由による。すなわち、電荷点と拘束点の位置関係については、対向型の方が千鳥型よりも精度の高いことが知られている¹³⁾。Cassini の楕形の場合には、円の場合と異なって、この位置関係が電荷配置の拡大率 R_0 に強く影響されている。

5.3 正方形

領域 $|x| \leq 1, |y| \leq 1$

正規化条件 $z_0 = (-0.25, -0.5)$

これは角を持つ領域の例である。

電荷配置については、境界拡大法は適当でなく、境界値の変化の大きくなる角(かど)の近くでは密に、したがって境界近くに配置するという一般的な指針に従っている。

図5は、今まで同様、左側が z 平面で右側が w 平面であるが、(a)を等角写像した結果が(b)であり、(c)に逆補間を適用した結果が(d)である。この(d)を電磁気学的に解釈するならば、 z_0 は一定電位に保たれた矩形中空導体中の導線の位置を示し、同心円状および放射状の曲線はそれぞれ等電位面と電気力線に対応している。

この場合には、前述のように、簡単な写像関数も z_0 を通る対称軸も存在しないので、絶対誤差の直接的な評価はできない。しかし、 E_M は z_0 に最も近い角付近で最大値 4.7×10^{-4} ($N=64$) をとっているので、 $E_M \sim E_A$ という関係から、 E_R は 10^{-3} 程度であると考えることができる。

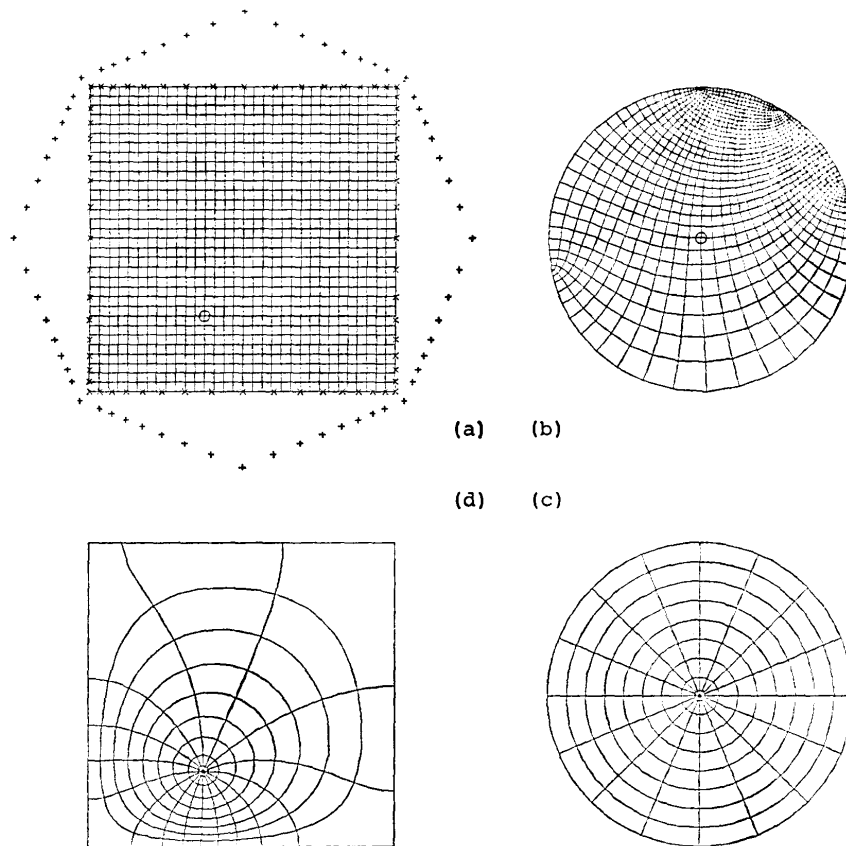


図 5 数値的等角写像 (正方形)

Fig. 5 Numerical conformal mapping for a square domain by the charge simulation method, where (a) is mapped onto (b), and (d) is obtained by inverse interpolation from (c). Same symbols are used as in Fig. 1.

6. むすび

Jordan 領域から単位円の内部への等角写像に関して、代用電荷法に基づく数値計算法を提案し、典型的な3種の領域に対して数値実験を行った。その結果、数十の電荷を用いて、最大絶対誤差が $10^{-6} \sim 10^{-3}$ という高い精度が得られた。

この計算法は Dirichlet 問題の数値解法としての代用電荷法の優れた性質を継承している。以下にその要点を整理する。

(1) 正規直交多項式、積分方程式、スプライン関数、FFT 等を用いる方法に比べ、原理が著しく簡単で、プログラミングも容易である。物理学的なアナロジーで直感的に理解し易いことも大きな長所である。

(2) 最も簡単な積分方程式法である Symm の方法に比べても、数値積分が不要で、計算時間が短い。計算処理の複雑さと精度の低下をもたらす特異積分の問題も生じない。

(3) それにもかかわらず、電荷点と拘束点を適当に選べば、凹型領域や角を持つような領域に対しても高い精度を得ることができる。

(4) 正則関数の最大値の原理により、最大絶対誤差が境界上に現れるので、誤差の評価が容易である。特に、正規化点を通る対称軸上では絶対誤差の評価が可能である。

代用電荷法は、近年、Laplace 方程式だけでなく、Poisson 方程式¹⁶⁾、2次元弾性論¹⁷⁾、拡散方程式¹⁸⁾、Stefan 問題¹⁹⁾等、様々な分野に 응용が試みられている。著者は等角写像の数値解析への応用も極めて重要であると考えられる。

外部領域等角写像、2重連結領域等角写像が当面の課題である。

謝辞 著者が等角写像の数値解析的研究を始める契機を与えて下さり、また日頃この問題に関する討論と助言をいただく愛媛大学工学部応用数学教室 安倍 齊教授に感謝します。

参 考 文 献

- 1) Rabinowitz, P.: Numerical Experiments in Conformal Mapping by the Method of Orthogonal Polynomials, *J. ACM*, Vol. 13, No. 2, pp. 296-303 (1966).
- 2) Symm, G. T.: An Integral Equation Method in Conformal Mapping, *Numer. Math.*, Vol. 9, pp. 250-258 (1966).
- 3) Hayes, J. K., Kahaner, D. K. and Kellner, R. G.: An Improved Method for Numerical Conformal Mapping, *Math. Comput.*, Vol. 26, No. 118, pp. 327-334 (1972).
- 4) Hough, D. M. and Papamichael, N.: The Use of Splines and Singular Functions in an Integral Equation Method for Conformal Mapping, *Numer. Math.*, Vol. 37, pp. 133-147 (1981).
- 5) Hough, D. M. and Papamichael, N.: An Integral Equation Method for the Numerical Conformal Mapping of Interior, Exterior and Doubly-Connected Domains, *Numer. Math.*, Vol. 41, pp. 287-307 (1983).
- 6) Henrici, P.: Fast Fourier Methods in Computational Complex Analysis, *SIAM Rev.*, Vol. 21, No. 4, pp. 481-527 (1979).
- 7) Fornberg, B.: A Numerical Method for Conformal Mappings, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 1, No. 3, pp. 386-400 (1980).
- 8) Wegmann, R.: An Iterative Method for Conformal Mapping, *J. Comput. Appl. Math.*, Vol. 14, No. 1 & 2, pp. 7-18 (1986); translated from Ein Iterationsverfahren zur Konformen Abbildung, *Numer. Math.*, Vol. 30, pp. 453-466 (1978).
- 9) Henrici, P.: *Applied and Computational Complex Analysis*, Vol. 3, p. 637, John Wiley and Sons, New York (1986).
- 10) Trefethen, L. N. (ed.): *Numerical Conformal Mapping*, p. 269, North-Holland (1986); reprinted from *J. Comput. Appl. Math.*, Vol. 14, No. 1 & 2 (1986).
- 11) 村島定行: 代用電荷法とその応用, p. 194, 森北出版, 東京 (1983).
- 12) 村島定行, 加藤三二男, 宮近詠史: 代用電荷法における誤差の性質について, *電気学会論文誌A*, Vol. 98, No. 1, pp. 39-46 (1978).
- 13) 村島定行, 近藤弘道, 横井正博, 賛田 寛: 代用電荷の配置法と誤差との関係, *電気学会論文誌A*, Vol. 102, No. 1, pp. 1-8 (1982).
- 14) 安倍 齊: 応用関数論, p. 282, 森北出版, 東京 (1981).
- 15) Kitagawa, T.: On the Numerical Stability of the Method of Fundamental Solution Applied to Dirichlet Problem, *Japan J. Appl. Math.*, Vol. 5, No. 1 (1988, to appear).
- 16) 村島定行: 代用電荷法のポアソン方程式への応用, *静電気学会誌*, Vol. 4, No. 1, pp. 38-43 (1980).
- 17) 村島定行: 2次元弾性論への代用電荷法の応用について, *電子通信学会誌*, Vol. J65-A, No. 10, pp. 1033-1034 (1982).
- 18) 野中善政, 村島定行: グリーン関数の重ねあわせ法による拡散方程式の近似解法, *情報処理学会論文誌*, Vol. 23, No. 3, pp. 288-295 (1982).
- 19) 野中善政, 村島定行: グリーン関数の重ねあわせ法による Stefan 問題の解法, *情報処理学会論文誌*, Vol. 25, No. 2, pp. 194-203 (1984).

(昭和62年1月14日受付)

(昭和62年4月15日採録)



天野 要 (正会員)

昭和23年生。昭和46年京都大学工学部電子工学科卒業。昭和49年同大学院工学研究科修士課程修了。昭和53年北海道大学大学院工学研究科博士課程修了。工学博士。同年北海道大学大型計算機センター助手。現在、愛媛大学工学部応用数学教室助教授。応用数学、数値解析、特に関数論の数値解析的研究に興味を持つ。数学会、電子情報通信学会、ACM 各会員。