

G-012

## 張力による非線形性を考慮した撥弦における物理モデリングの検討

A Study of Physical Modeling for Plucked String with Tension Modulation Nonlinearity

古屋 勝俊

南葉 宗弘

Katsutoshi Furuya

Munehiro Namba

東京学芸大学 教育学部 技術・情報科学講座

Department of Technology and Information Science, Tokyo Gakugei University

## 概要

弦が持つ非線形性を考慮した撥弦楽器の物理モデルに関する研究が、近年積極的に行われている。本研究はギターのような撥弦楽器を対象とし、弦振動により変化する張力を考慮した手法について検討を行った。簡単な補間によるリサンプリングを用いた手法は、元信号のエネルギーを低下させ音色が変化してしまうという問題が起こる。また all-pass フィルタを用いた手法は、実装時のフィルタの数値的安定性の保証や、線形位相の実現の困難さの問題が生じる。二つの手法を検討した結果、合成音を持つ聴覚的に顕著な効果は、張力変化による緩やかなピッチの下降にあると考えた。そこで、散乱接合点によりウェーブガイドと接合された一種の時変フィルタを提案する。提案法を用いてシミュレーションを行った結果、緩やかなピッチの変化を導くことができ、従来法と比較しても聴覚的に良好な合成音を生成することができた。

## 1 はじめに

楽器の物理モデル合成は、楽器の発音過程をモデル化し、合成音を生成する方式で、さまざまな条件の音を生成できることから、計算機の発達とともに音楽音響の分野で盛んに研究されている。この方式は、一般にモデルを記述する微分方程式の解を逐次求めていくため、計算が複雑になるというデメリットがあり、計算の効率化を図る研究がなされている。Smith が提案したデジタルウェーブガイドモデル [1] は、波動方程式の波動解を用いて合成を行う手法で、物理モデルの効率の実装法として知られている。

デジタルウェーブガイドモデルを非線形に拡張する試みの中に、弦の張力が引き起こす非線形性を加味したモデルがある。このモデルは Tolonen らによって提案されたもので、弦が伸張することによって生じる張力の変化を計算し、弦の振動速度に変化を加えるものである [2]。デジタルウェーブガイドで振動速度の変化を実現するには非整数倍の遅延要素が必要となるが、[3] では簡単な線形補間で十分であると報告されている。一方、Pierce らが、all-pass フィルタを弦の終端に用い、弦の振動速度を変える方法を提案している [4]。

本研究では、二つの手法について実際にシミュレーションを行い、実装時の問題とともに、合成音の聴覚的な効果を検討する。

## 2 撥弦のデジタルウェーブガイドモデル

デジタルウェーブガイドモデルは、波動方程式の波動解を離散化したモデルである。波動方程式とその波動解は、以下の式によって表される。

$$K \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \varepsilon \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$y(x, t) = y_r(x - ct) + y_l(x + ct) \quad (2)$$

$y$  は弦の変位、 $x$  は弦に沿った位置、 $K$  は弦の張力、 $\varepsilon$  は弦の線密度で、 $c$  は進行波の伝播速度である。

式(2)から、左右へ進行する二つの波で、弦の変位を表現することがわかる。

デジタルウェーブガイドモデルは一對のデジタルディレイラインで構成され、左右に伝播する進行波を表現する。このモデルに撥弦の初期条件、弦の端点となる境界条件を導入することで、撥弦による弦の振動のシミュレーションを実現することができる。図1にモデルの概観を示す。

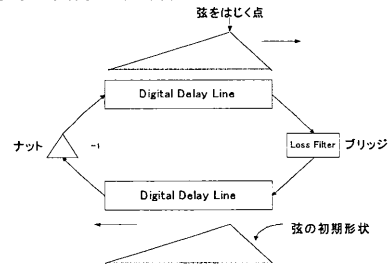


図1 撥弦のデジタルウェーブガイドモデル

図中、左の端点は弦の固定端を表わすナットである。弦の振動は、放射による損失や弦の端点における共鳴体との連成振動等の要因により、周波数依存の減衰を生じる。この減衰を弦の右端のブリッジ部における損失フィルタであらわす。

## 3 張力変化による効果

弦の振動中では、弦の伸張によって張力に変化が生じ、進行波の伝播速度が変動する。振動中の弦の伸張は以下の式によって表される。

$$l_{dev} = \int_0^{l_{nom}} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2} dx - l_{nom} \quad (3)$$

$l_{dev}$  は弦の伸張、 $l_{nom}$  は静止状態の弦の長さである。

式(3)によって与えられた弦の伸張から、時間  $t$  における張力が以下のように導かれる。

$$K_t = K_{nom} + \frac{ESl_{dev}}{l_{nom}} \quad (4)$$

式中の  $K_{nom}$  は静止中の弦の張力、 $E$  はヤング率、 $S$  は弦の断面積である。弦振動を構成する左右への進行波の伝播速度は、次式で表される。

$$c = \sqrt{\frac{K_t}{\varepsilon}} \quad (5)$$

式(5)から張力の変化により、弦の左右へ進む進行波の伝播速度が時間とともに変化することがわかる。

3.1 補間を用いたリサンプリングによる手法

伝播速度が変化することによって、デジタルウェーブガイドモデルの遅延要素は、非整数サンプル (1 サンプル + 非整数遅延  $d$ ) ではなくてはならない。非整数の遅延をともなった、位置  $x$  におけるウェーブガイドの出力を、以下に示す。

$$y(x, t) = y_r(x-1-d(t), t-1) + y_l(x+1-d(t), t-1) \quad (6)$$

式(6)の出力における非整数遅延をともなった  $y_r, y_l$  は、補間によって近似計算することができる。線形補間を用いた場合、近似誤差が生じるため、弦の振動に減衰が生じてしまう。

3.2 all-pass フィルタによる手法

all-pass フィルタを用いると、振幅を減衰させることなく進行波の位相のみを変えることができる。一次の all-pass フィルタの伝達関数  $H(z)$  は以下の式で表わされる。

$$H(z) = \frac{a_0 + z^{-1}}{1 + a_0 z^{-1}} \quad (7)$$

本研究ではフィルタの係数  $a_0$  を、式(4)の張力の変化に合わせて時間とともに変化させた。all-pass フィルタを用いると、弦の振動のロスを抑えることは可能になる一方、フィルタの実装時の数値的安定性の保証や、線形位相を実現の困難さが問題になる。

3.3 散乱接合点による手法

前述の二手法を用いたシミュレーションで現れる効果として、生成音の倍音モードの結合と、張力の変動による基本周波数の変化が挙げられる。本研究では、二つの効果のうち、張力の変動による基本周波数の変化に着目し、容易に基本周波数を変化させるものとして、散乱接合点を用いた手法を提案する。

図2のような形で散乱接合点をウェーブガイドに導入し、反射係数  $k$  をウェーブガイドの2つのディレイラインの値の各ノルムの和とともに変化させながら、シミュレーションを行うと、生成音の基本周波数を時間とともに変化させることができる。この手法は、ウェーブガイドの一点のみに、散乱接合点を挿入することで、振動に変化を与えることができるので、計算量が少なくすむというメリットがある。しかし、反射係数  $k$  を、短時間で大きく変化させることは難しい。

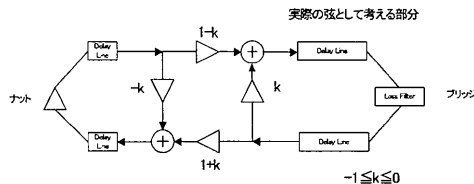


図2 ウェーブガイドへの散乱接合点の導入

4 シミュレーション

サンプリング周波数 44100 [Hz]、ピッチ周波数を 330 [Hz] (ミの音) という条件で、三つの手法を用いて、シミュレーションを行った。シミュレーション中のピッチの変動を図3に示す。

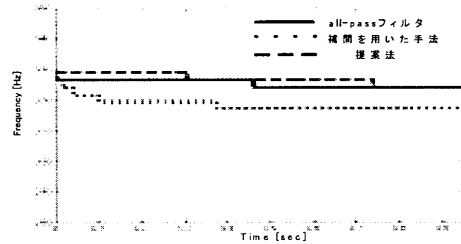


図3 基本周波数の変化

図3より、いずれの手法を用いたシミュレーションでも時間経過とともに基本周波数が下がっているのがわかる。シミュレーション中の弦の振動はウェーブガイドの損失フィルタにより減衰する為、弦の伸張から導かれる張力も時間とともに平均的に減衰する。よって進行波の伝播速度が遅くなり、基本周波数が変化するという結果をもたらした。補間を用いた場合の生成音は、近似誤差が生じることでこもった音になった。all-pass フィルタを用いたシミュレーションでは、生成音から波形の歪みと考えられるわずかなノイズが聞き取れた。散乱接合点を用いたシミュレーションでは、他の二手法と同様に基本周波数の自然な変化が聞き取れた。三つの手法を用いたシミュレーションの生成音について、倍音モードの結合の有無の違いは、聴覚的な効果の違いとして聞き取ることはできなかった。

5 まとめ

本研究は、弦の張力の変化が生成音に与える聴覚的な効果を引き起こす方法を検討してきた。線形補間を用いた手法に関しては、補間値と実際の値の誤差により、音色に変化が生じてしまう。all-pass フィルタは、実装時の数値的安定性やの保証や、線形位相の実現が非常に難しい。シミュレーションでは、提案手法による生成音の基本周波数の変化を他の二手法と同様に聞き取ることができた。三つの生成音において、倍音モードの結合の有無の違いは、聴覚的な効果の違いとして聞き取れなかったことから、提案手法によって弦振動中の張力の変動が生成音に与える主な聴覚効果は導くことができたと考えられる。

今後の方向として、散乱接合点を使った手法についてより深く検討し、反射係数と物理的な計算による値をうまく対応させることができれば、より効率よく、精度の高いシミュレーションが行えるのではないかと考えられる。

6 参考文献

[1] J. O. Smith, "Physical Modeling using Digital Waveguide", Comput. Music J., Vol. 16, No. 4, pp. 74-91, 1992.  
 [2] T. Tolonen, V. Valimaki, M. karjalainen, "Modeling of Tension Modulation Nonlinearity in Plucked Strings", IEEE Transactions on speech and audio processing, Vol. 8, No. 3, pp 300-310, 2000.  
 [3] V. Valimaki, T. Tolonen, M. karjalainen, "Signal-dependent Nonlinearities for Physical Models using Time-varying Fractional Delay Filters", Proc. ICMC, pp. 264-267, 1998.  
 [4] J. R. Pierce, S. A. Van Duyke, "A Passive Nonlinear Digital Filter Design which Facilitates physics-based Sound Synthesis of Highly Nonlinear Musical Instruments", J. Acoust. soc. Amer., Vol. 101, pp1120-1126, 1997.