繰り返し法を用いた不等長重複変換による画像符号化
Image Coding by Variable Length Lapped Transform Based on Iterative Method

J-83

平澤 康孝† Yasutaka HIRASAWA　田中 聡久† Toshihisa TANAKA　山下 幸彦† Yukihiko YAMASHITA

1. はじめに

画像のブロック変換符号化では，リンギングの拡散とブロック歪みの発生が問題となっている．これらの問題を解決する変換の1つとして，不等長重複変換が知られている [1]．この変換は，低次の基底関数を長くすることでブロック歪みを，高次のものを短くすることでリンギングの拡散を低減している．しかし，完全再構成条件が非常に厳しいため，設計の自由度が低いという問題点がある．そこで，本稿では新しい不等長重複変換の設計法を提案する．この手法ではまず逆変換を任意の基底関数の組み合わせで構成する．さらに，繰り返し法を用いて順変換を実現することで，完全再構成可能な変換を設計する．以下の節では，まず変換の構成法を示し，具体的な設計例を与える．次に，構成した変換を用いて実際に画像の圧縮を行い，その性能の評価を行う．

2. 繰り返し法による不等長重複変換

2.1 逆変換の構成

入力信号 f は M サンプルごとのブロックに分割されているとする．ここで f は無限次元ベクトル，M は偶数とする．$\{\phi_i\}_{i=0}^{M-1}$ を任意の基底関数の組とする．各 ϕ_i の長さを $L_i = N_i M (N_i = 1, 2, \ldots)$ とする．N_i は全ての ϕ_i に関して同一である必要は無い．$\max N_i = N$ とし，ψ_i を，

$$\psi_i = [\ \underbrace{0, \ldots, 0}_{(N-N_i)M/2}\ , \phi_i^T,\ \underbrace{0, \ldots, 0}_{(N-N_i)M/2}\ ]^T, \tag{1}$$

とする．行列 A を ψ_i と $M \times M$ 行列 $\{A_i\}_{i=0}^{N-1}$ を用いて，

$$A = \begin{bmatrix} | & & | \\ \psi_0 & \cdots & \psi_{M-1} \\ | & & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ \vdots \\ A_{N-1} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

と定義する．ここで，A_i を用いて，逆変換のための無限行列 P を以下のように定義する，

$$P = \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & A_0 & & \\ & A_1 & A_0 & \\ & \vdots & A_1 & \\ & A_{N-1} & \vdots & \\ & & A_{N-1} & \\ 0 & & & \ddots \end{bmatrix}. \tag{3}$$

上記 P を変換係数の信号 g に施すことにより逆変換が実現できる．つまり，$f = Pg$ である．

†東京工業大学, Tokyo Institute of Technology

2.2 順変換の構成

直交変換と異なり，前節で設計した変換では一般に $PP^T f \neq f$ である．よって信号を完全に再構成するためには，順変換として P の逆行列を用いる必要がある．しかし，無限行列の逆行列は有限行列で用いられているような一般的な方法では求めることができない．そこで，ノイマン級数展開を用いて順変換を実現する．

正則作用素 T，恒等作用素 I，スカラー μ に関して，$I - \mu T$ の作用素ノルムが1未満の時，作用素 T の逆作用素 T^{-1} を f に作用させた結果 g は以下の式によって求められる [2]．

$$g = T^{-1} f = \sum_{i=0}^{\infty} \mu (I - \mu T)^i f. \tag{4}$$

または漸化式を用いて，$k = 1, 2, \ldots$ に対し，

$$f_{k+1} = \mu f_0 + (I - \mu T) f_k, \quad f_0 = f, \tag{5}$$

とすれば，g は f_k の極限 f_∞ によって得られる．

実際に $g = P^{-1} f$ を求める際は，$P^{-1} = P^T (PP^T)^{-1}$ であるので，対称行列の安定性および収束の速さからノイマン級数において $T = PP^T$ を用いる．すなわち，

$$f_{k+1} = \mu f_0 + (I - \mu PP^T) f_k, \tag{6}$$

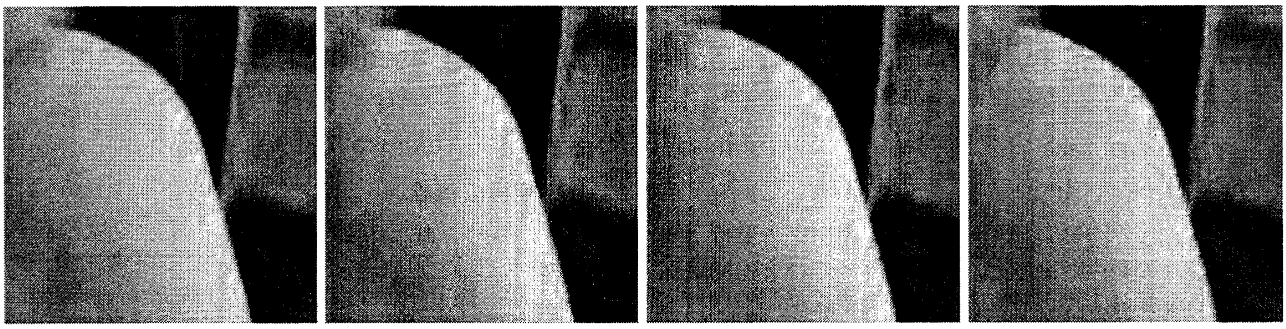
とし，$g = P^T f_\infty$ として得る．実際は有限の $k = K$ で計算を打ち切り，$g = P^T f_K$ として順変換の近似を実現する．

収束のためには $\|I - \mu PP^T\| < 1$ という条件を満たす必要があるが，P を構成する際に ϕ_i として既存の複数の直交変換の基底関数を選択的に利用した場合，実験で使用した組み合わせに関しては演算結果が収束し，条件を満たすことが確認されている．適切な μ に関しては，解析的に算出することは困難であるため，計算機実験により決定する．また，実際に画像に適用する際には，P を有限の行列にすることが可能なので直接逆行列を求めて順変換を行うことも可能である．

3. 実験

512×512 ピクセルの画像を $M = 8$ サンプルごとのブロックに分割した信号に対して変換を行う．

逆変換の構成　逆変換を構成する基底関数として，48-tap の GenLOT[4] の0次の基底関数と LOT[3] の下位7つの基底関数による組 (Combination1)，さらに 48-tap の GenLOT の0次の基底関数，LOT の1次の基底関数，DCT の下位6つの基底関数の組 (Combination2) の2種類の組を使用する．符号化実験ではノイマン級数展開は用いず，直接逆変換 P の逆行列を計算して順変換としている．ノイマン級数展開を使用した場合の近似誤差を確



(a) Combination1　(b) Combination2　(c) GULLOT　(d) LOT

図 1: Image "Lenna" at 0.25 bpp

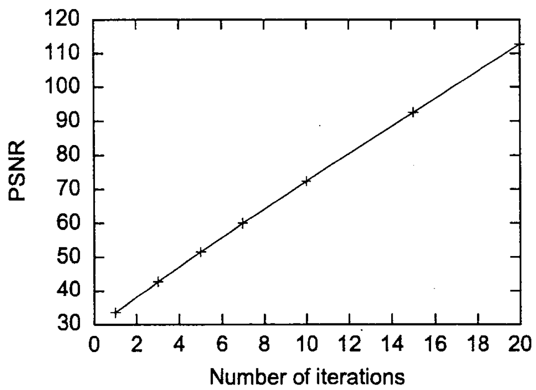


図 2: Number of iterations vs. PSNR

認するために，Combination1を用いた場合の繰り返し回数毎の変換-逆変換後の画像と原画像とのPSNRを図2に示す．ノイマン級数展開を用いた場合でも，少ない繰り返し回数で十分に原画像に近い画像が得られることが確認できる．

符号化　変換により得られた係数を一様量子化し，Baseline JPEGで用いられるRunlength-Huffman符号化を用いて符号化する．図1に，画像Lennaを提案手法，LOTおよび不等長重複変換であるGULLOT[1]を用い0.25bppで符号化した結果の一部を示す．GULLOTは0〜1次の基底関数の長さが48，2〜5次のものが長さ32，残りが長さ16となっている．また，表1に各変換毎のPSNRを示す．

PSNRに関してはCombination1，Combination2ともにLOT，GULLOTのものを概ね上回っていることがわかる．画質に関しては，提案手法ではリンギングの拡散がGULLOTと同等に抑制されていることに加えて，ブロック歪みも低減されている．さらに，GULLOTは偶数個の長い基底関数と偶数個の短い基底関数の組の場合でないと実現できないという制約があり[1]，提案手法にはこのような制限が無い．この点で提案手法は変換の構成に関して非常に高い自由度を持っており，さらに性能向上が可能であると考えられる．

表 1: Comparison of PSNR(dB) at different bitrates

Bitrate(bpp)	0.25	0.20
Combination1	31.56	29.21
Combination2	31.34	29.76
LOT	31.05	29.45
GULLOT	31.36	29.70

4. むすび

ノイマン級数展開を用いることによって実現される変換の構成法を示した．長さの異なる基底関数の組み合わせで構成された逆変換と，その逆行列として定義される順変換を用いて，実際に画像に対して変換を施した．有限の繰り返し回数でも十分に順変換を近似できることを示した．さらに，符号化を行うことによってその性能を評価し，既存の重複直交変換との比較を行った．既存の変換と同等もしくはそれ以上の性能を提案手法は有していることを確認した．今後の課題としては，逆変換を構成する基底関数の組み合わせと逆行列の存在性との関連の検証や，より高い符号化効率を実現する基底関数の選定などが挙げられる．

参考文献

[1] T. Nagai, M. Ikehara, M. Kaneko, and A. Kurematsu "Generalized unequal length lapped orthogonal transform for subband image coding," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 48, pp. 3365-3378, Dec. 2000.

[2] 黒田 成俊, 関数解析, 共立数学講座 15, p. 209, 1980.

[3] H. S. Malvar, Signal Processing with Lapped Transforms. Artech House, Boston, 1992.

[4] R. L. de Queiroz, and T. Q. Nguyen, "The GenLOT: Generalized linear-phase lapped orthogonal transform," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 44, pp. 497-507, Mar. 1996.