

分裂結合 PSO の多目的最適化への応用

Application of the Fission-and-Recombination PSO to Multi-Objective Problems

佐藤 拓海
Takumi Sato斎藤 利通
Toshimichi Saito法政大学 理工学部 電気電子工学科
Faculty of Engineering and Science, Hosei University

1 まえがき

粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimizer, PSO)[1] は群知能による最適化手法の 1 種である。粒子は位置と速度により特徴づけられ、潜在解に対応する。PSO は実装が容易で探索に目的関数の勾配を用いないため、微分不可能な問題を含む様々な問題に適用できる。例として、信号処理やパワーエレクトロニクス等が挙げられる [2]-[3]。

本論文では、分裂結合粒子群最適化法 (FRPSO) の多目的最適化への応用について考察する。FRPSO は、多目的問題 (MOP) で評価される複数解問題 (MSP) を対象としている。また、リング結合を用いており、すべての粒子は寿命を持つ。Hénon map [4] へ応用し、FRPSO の有効性を検討する。

2 Hénon map

本章では MSP・MOP として Hénon map を定義する。

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= F_1(x_1(n), x_2(n)) = 1 - ax_1^2(n) + x_2(n) \\ x_2(n+1) &= F_2(x_1(n), x_2(n)) = bx_1(n) \\ \text{ab. } \mathbf{x}(n+1) &= \mathbf{F}(\mathbf{x}(n)) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし n は離散時間, $(x_1(n), x_2(n)) \equiv \mathbf{x}(n)$ である。パラメータ (a, b) を変化させることで、この 2 次元写像は様々な周期現象 / カオス現象を呈する。この写像は重要な非線形力学系の 1 つとして知られている。評価関数 G_m は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{x}) &\equiv \|\mathbf{F}^m(\mathbf{x}) - \mathbf{x}\| \geq 0 \\ \mathbf{x} \in S_A &\equiv \{\mathbf{x} \mid x_j \in [X_{Lj}, X_{Rj}]\} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし $j = 1, 2$, $\mathbf{F}^m(p)$ は m 重の合成写像 \mathbf{F} , S_A は探索空間, $\|\cdot\|$ はユークリッド距離である。簡単のためパラメータを $m = 4, a = 1.0, b = 0.3$ に固定する。

$$G_4(\mathbf{x}) = 0, G_2(\mathbf{x}) \neq 0, \mathbf{x} \in S_A \quad (3)$$

$X_{Li} = -X_{Ri} = 1.5, i = 1, 2$ とすると、このとき 4 周期点が 4 つ存在する。図 1(a) に示される 4 周期点を左から順に $s_1^4, s_2^4, s_3^4, s_4^4$ と記す。

3 FRPSO

本章では FRPSO のアルゴリズムを紹介する。この提案手法は、探索状況により粒子数とトポロジーが変化する。探索にはメイン粒子群とサブ粒子群の 2 種類が用いられる。探索状況により、メイン粒子群からはサブ粒子

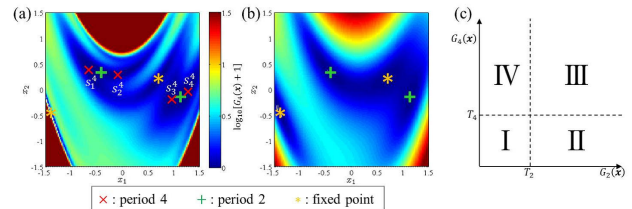


図 1 (a) G_4 等高線図。(b) G_2 等高線図。(c) 領域区分。

群が生成され (分裂), サブ粒子群はメイン粒子群へ結合される (結合)。はじめに、MSP と MOP の混合問題を対象としたメイン粒子群のアルゴリズムを定義する。評価関数は G_4, G_2 の 2 関数とし、全ての 4 周期点の発見を目的とする。離散時間 t における i 番目の粒子を P_i^t , 粒子数を N^t とする。粒子は位置 $\mathbf{x}_i^t \equiv (x_{i1}^t, x_{i2}^t)$ と速度 $\mathbf{v}_i^t \equiv (v_{i1}^t, v_{i2}^t)$ で特徴付けられる。また、Pbest の位置 \mathbf{x}_i^P と Lbest の位置 \mathbf{x}_i^L を基に更新される。簡単のため、リング結合を用いる。また、すべての粒子は寿命を持つ。 i 番目の粒子の寿命を L_i^t とする。寿命 L_i^t は時間変化し、分裂結合を制御する。

Step M1: $t = 0$ とする。 S_A 領域内にて粒子の位置、速度、Pbest、Lbest を全て初期化する。粒子位置 \mathbf{x}_i^t はランダム、 $\mathbf{v}_i^t = 0, \mathbf{x}_i^P = \mathbf{x}_i^L = \mathbf{x}_i$ とする。

Step M2: 粒子位置 \mathbf{x}_i^t が条件 (4) を満たしたとき、その粒子を近似解とみなす。

$$G_4(\mathbf{x}_i^t) \leq T_4, G_2(\mathbf{x}_i^t) \geq T_2 \quad (4)$$

Step M3: 条件に従い、次の 2 通りで Pbest と Lbest を更新する。ただし、 $G_4(\mathbf{x}_c^t)$ は近傍中の最小値、 $G_2(\mathbf{x}_c^t)$ は近傍中の最大値である。

Case 1: $G_4(\mathbf{x}_i^t) > T_4$ OR $G_2(\mathbf{x}_i^t) \geq T_2$

$$\mathbf{x}_i^P = \begin{cases} \mathbf{x}_i^t & \text{if } G_4(\mathbf{x}_i^t) < G_4(\mathbf{x}_i^P) \\ \mathbf{x}_i^P & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_i^L = \begin{cases} \mathbf{x}_c^t & \text{if } G_4(\mathbf{x}_c^t) < G_4(\mathbf{x}_i^L) \\ \mathbf{x}_i^L & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

Case 2: $G_4(\mathbf{x}_i^t) \leq T_4$ AND $G_2(\mathbf{x}_i^t) < T_2$

$$\mathbf{x}_i^P = \begin{cases} \mathbf{x}_i^t & \text{if } G_2(\mathbf{x}_i^t) > G_2(\mathbf{x}_i^P) \\ \mathbf{x}_i^P & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_i^L = \begin{cases} \mathbf{x}_c^t & \text{if } G_2(\mathbf{x}_c^t) > G_2(\mathbf{x}_i^L) \\ \mathbf{x}_i^L & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

Step M4: Pbest が更新されなかったとき, 寿命値を $L_i^t \leftarrow L_i^t - 1$ とする. $L_i^t = 0$ となった場合, その i 番目の粒子を除去し ($N^t \leftarrow N^t - 1$), i 番目のリング結合のサブ粒子群を生成する. サブ粒子群は後述で定義されるアルゴリズムにより扱われる. サブ粒子群において再結合が起きた場合, i 番目の粒子は再生成される ($N^t \leftarrow N^t + 1$).

Step M5: 粒子の位置と速度を更新する. ただし, ρ_1, ρ_2 は $[0, 1.4]$ の範囲を取る乱数, w は完成定数である.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i^t &\leftarrow \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^t \\ \mathbf{v}_i^t &\leftarrow w\mathbf{v}_i^t + \rho_1(\mathbf{x}_i^P - \mathbf{x}_i^t) + \rho_2(\mathbf{x}_i^L - \mathbf{x}_i^t) \end{aligned} \quad (9)$$

Step M6: $t \leftarrow t + 1$ とする. t が最大探索回数 t_{max} に達したとき探索を終了する. 条件を満たしていなかった場合は Step M2 に戻る.

次に, サブ粒子群のアルゴリズム (FRPSO-sub) を定義する. Step M4 において i 番目の粒子が除去された場合, 新たにサブ粒子群が生成される (分裂). 生成された j 番目の粒子の位置を \mathbf{y}_{ij}^t , 速度を \mathbf{u}_{ij}^t , Pbest を \mathbf{y}_{ij}^P , Lbest を \mathbf{y}_{ij}^L とする. 簡単のため i を省略し, それぞれを $\mathbf{y}_j^t, \mathbf{u}_j^t, \mathbf{y}_j^P, \mathbf{y}_j^L$ とし, その粒子数を N_s^t とする. j 番目の粒子の寿命を L_j^t とする. 寿命 L_j^t は結合を制御する.

Step S1: $N_s^t = M$ とする. ただし M は生成される初期粒子数である. t はメイン粒子群における分裂した時間を意味する. サブ粒子位置 $\mathbf{y}_j^t, j = 1 \sim M$ は, 除去された i 番目のメイン粒子を中心とする幅 E^t の正方領域内に一様乱数で初期化される. 幅 E^t は次の式より定める:

$$E^t = E_{max} \times (t_{max} - t) / t_{max}.$$

サブ粒子の速度, Pbest, Lbest, 寿命は Step M1 と同様に初期化される.

Step S2: 粒子位置 \mathbf{x}_j^t が条件 (4) を満たしたとき, その粒子を近似解とみなす. Pbest, Lbest は Step M3 と同様に更新される.

Step S3: Pbest が更新されなかったとき, 寿命値を $L_j^t \leftarrow L_j^t - 1$ とする. $L_j^t = 0$ となった場合, その j 番目の粒子を除去する ($N_s^t \leftarrow N_s^t - 1$). $N_s^t = 1$ となった場合, i 番目より生成されたサブ粒子群を全て除去し, 残存していたサブ粒子をメイン粒子群の i 番目の粒子として再生成する. これが Step M4 において記述した再結合である.

Step S4: 粒子の位置, 速度, 時間を Step M5 と同様に更新する. t が最大探索回数 t_{max} に達したとき探索を終了する. 条件を満たしていなかった場合は Step S2 に戻る.

4 数値実験

FRPSO を式 (3) で示される MSP へ適用した. アルゴリズムに用いるパラメータは次の値を用いた.

$$\begin{aligned} N^0 &= 10, t_{max} = 100, w = 0.7, c_1 = c_2 = 1.4 \\ E_{max} &= 1.5, M = 5, T_4 = T_2 = 0.03, \end{aligned}$$

探索過程を考察するため, 図2に近似解となった4つの粒子の時間に対するPbestの推移曲線を示す. 初期の粒子は領域IIIにある. (a) 粒子は直接領域IIに到達している. (b) 分裂が有効に機能し, 領域IVから脱出している様子がわかる. (c) 探索序盤からメイン粒子が領域II Iに捕らわれているが, 分裂により停滞が解消されている. (d) メイン粒子が領域Iと領域IIIを行き来し局所へ陥っているが, 分裂により脱出している. これらのケースから, 分裂機構が局所解脱出を強く補助していることがわかる.

5 むすび

分裂再結合粒子群最適化法と, その応用である周期点探索問題について考察した. FEPSOにおける粒子数とトポロジーは, 寿命により制御される分裂結合によって時間変化を実現している. 基本的な数値実験を通して, 本アルゴリズムの特性を検討した.

今後の課題として, 詳細な探索過程の解析やパラメータ設定方法の検討, 分岐解析への応用が挙げられる.

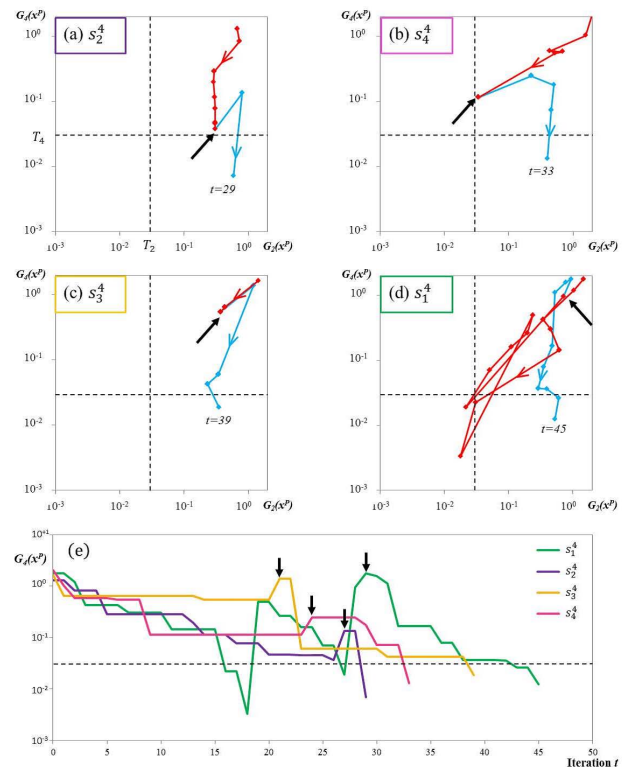


図2 赤い曲線はメイン粒子を, 青線はサブ粒子を表す. 黒い矢印は分裂のタイミングを示している.

参考文献

- [1] Engelbrecht, A. P.: Fundamentals of computational swarm intelligence. Wiley. (2005)
- [2] Kawamura, K., Saito, T.: Design of switching circuits based on particle swarm optimizer and Hybrid Fitness Function. In: Proc. Annual Conf. IEEE/IECON, 1099-1103 (2010)
- [3] Matsushita, H., Saito, T.: Application of particle swarm optimization to parameter search in dynamical systems. NOLTA, IEICE. E94-N, 10, 458-471 (2011)
- [4] Ott, E.: Chaos in Dynamical Systems. Cambridge Univ. Press, (1993)